

融合空间域和频率域信息的图像去模糊^①



邢 艳¹, 陈晓璐², 徐启奥², 黄 睿²

¹(中国民航大学 安全科学与工程学院, 天津 300300)

²(中国民航大学 计算机科学与技术学院, 天津 300300)

通信作者: 黄 睿, E-mail: rhuang@cauc.edu.cn

摘 要: 现有的图像去模糊方法通常直接采用图像的空间域或频率域信息恢复清晰图像, 忽略了空间域信息和频率域信息的互补性. 利用图像的空间域信息可以有效地恢复物体结构, 而利用图像的频率域信息可以有效地恢复纹理细节. 本文提出了一种简单、有效的图像去模糊框架, 可以充分利用图像的空间域和频率域信息, 产生高质量的清晰图像. 首先采用两个结构相同但独立的网络分别从图像的空间域和频率域中学习模糊图像到清晰图像的映射关系; 然后使用一个单独的融合网络, 充分融合空间域和频率域的图像信息, 进一步提升清晰图像的质量. 3 个网络连接形成一个端到端的、可学习的大网络, 不同网络之间相互影响, 通过联合优化最终得到高质量的清晰图像. 在公共图像去模糊数据集 GoPro、Kohler 以及 RWBI 上, 本文方法的峰值信噪比、结构相似度、平均绝对误差 3 个指标都优于 9 个先进的图像去模糊方法. 大量的实验结果验证了本文提出的融合空间域和频率域信息的图像去模糊方法的有效性.

关键词: 空间域; 频率域; 融合; 联合优化; 去模糊

引用格式: 邢艳, 陈晓璐, 徐启奥, 黄睿. 融合空间域和频率域信息的图像去模糊. 计算机系统应用, 2024, 33(2):1-12. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/9402.html>

Image Deblurring by Fusing Information of Spatial and Frequency Domains

XING Yan¹, CHEN Xiao-Lu², XU Qi-Ao², HUANG Rui²

¹(School of Safety Science and Engineering, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

²(School of Computer Science and Technology, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

Abstract: The existing image deblurring methods typically directly use spatial or frequency domain information to restore clear images, ignoring the complementarity of spatial and frequency domain information. Utilizing the spatial domain information of images can effectively restore object structures while utilizing the frequency domain information of images can effectively restore texture details. This study proposes a simple and effective image deblurring framework that can fully utilize both the spatial and frequency domain information of images to produce high-quality and clear images. Firstly, two independent networks with the same structure are employed to learn the mapping relationship from the blurred images to the clear images in the spatial and frequency domain, respectively. Then a separate fusion network is adopted to further elevate the quality of clear images by fully integrating image information from both spatial and frequency domains. The three networks can be linked to form an end-to-end trainable large network, where they interact with each other to obtain high-quality images by joint optimization. The proposed method surpasses 9 state-of-the-art image deblurring methods in terms of peak signal-to-noise ratio, structural similarity index metric, and mean absolute error on the public image deblurring datasets including GoPro, Kohler, and RWBI. The effectiveness of the proposed image deblurring method which integrates both spatial and frequency domain information is verified by a large number of

① 基金项目: 国家自然科学基金 (62172418); 中央高校基本科研业务费项目中国民航大学专项 (3122020045); 中国民航大学科研启动项目 (2017QD15X, 2017QD17X); 中国民航大学学科经费 (2012/230123006002)

收稿时间: 2023-08-09; 修改时间: 2023-09-15; 采用时间: 2023-10-08; csa 在线出版时间: 2023-12-25

CNKI 网络首发时间: 2023-12-27

experiments.

Key words: spatial domain; frequency domain; fusion; joint optimization; deblurring

运动模糊是指在拍摄过程中由于相机与物体之间发生相对运动,从而引起的一种非平稳的图像退化现象.这种导致图像纹理细节和物体结构缺失的现象严重影响了图像的质量.在图像去模糊研究中,恢复出具有精确纹理细节和完整物体结构的清晰图像是一项具有挑战性的任务.

纹理细节是一种在图像中表现为颗粒状、斑点状、线条状等模式的全局特征.Huang等^[1]在频率域中提出了一种基于小波的神经网络来获取人脸的纹理信息,以此重建具有精确纹理细节的高分辨率人脸图像.频率域可以提供图像中不同频率分量的信息,而纹理是由不同频率分量的变化组成的.因此,频率域能够提供更丰富、更全面的纹理信息描述,能够更准确地捕捉图像中的纹理细节.相比之下,在空间域中无法区分不同频率分量的变化,只能通过像素点的强度值来表达图像信息.

结构信息是一种在图像中表现为物体几何形状和轮廓的具有一定方向性的特征.Pathak等^[2]采用空间域图像中结构缺失区域周围像素信息的约束来修复物体结构,但在纹理复杂的情况下会出现纹理细节扭曲甚至错误的现象.空间域的每个像素都对应着实际图像中的

一个点,在进行图像处理时像素的空间位置和相邻像素之间的关系更有利于捕捉图像中的结构信息.相比之下,频率域无法直接反映出像素之间的空间关系,只能表达不同频率分量的变化.因此,频率域更适合分析图像中的纹理细节,空间域更适合分析图像的结构信息.

近年来,大多数图像去模糊算法都只单独地在空间域或者频率域中提取特征重构清晰图像.Zou等^[3]提出了一种利用频率域图像特征去模糊的方法,该方法利用离散小波变换将扩展的卷积特征划分为4个频带的频率域特征,进而对不同的频率信息细化.Xu等^[4]提出了一种生成对抗网络(generative adversarial network, GAN),能够利用空间域图像特征从一幅低分辨率的模糊图像中恢复出高分辨率的清晰图像.

为探究空间域和频率域在图像去模糊任务上的关联,采用相同的网络结构对一张模糊图像分别在空间域和频率域上进行去模糊,结果如图1所示.图1中虚线框部分具有丰富的纹理细节,实线框部分具有显著的物体结构.计算峰值信噪比(PSNR)以及去模糊图像和真实清晰图像之间差异图的像素均值(Diff).PSNR越高,Diff越低表示去模糊效果越好.

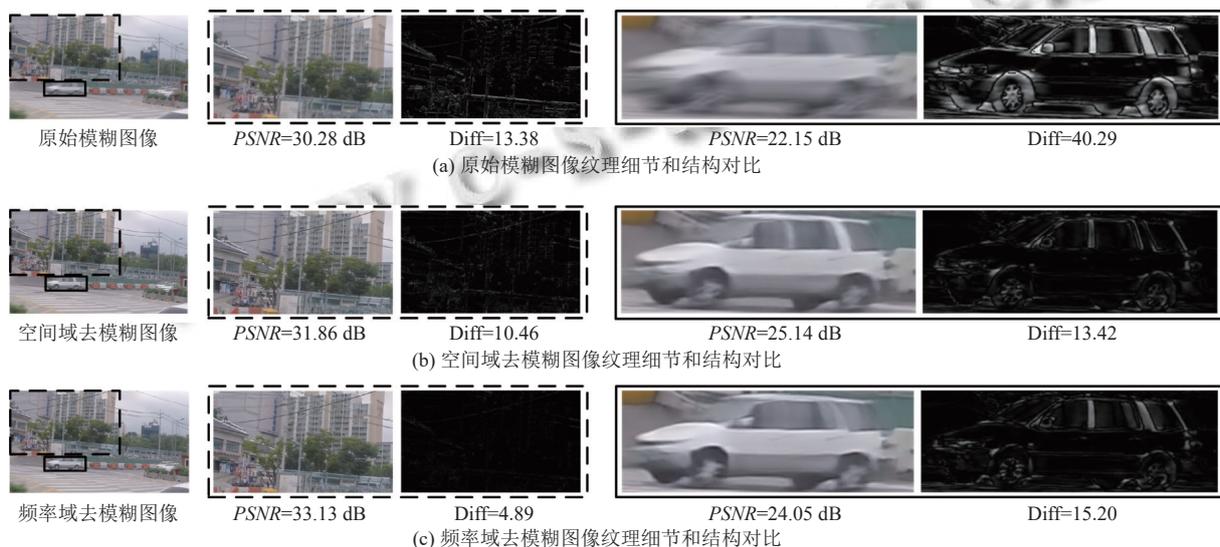


图1 图像去模糊算法 DeblurGAN-v2 在空间域和频率域恢复的图像对比

从图1的3组对比图可以看出,对于具有丰富纹理细节的部分,采用频率域去模糊方法恢复图像的

PSNR为33.13 dB,比空间域方法高1.27 dB.同时,Diff相对较低,为4.89.说明频率域更关注纹理细节并且对

于纹理部分的恢复效果更好. 对于具有显著物体结构的部分, 采用空间域去模糊方法恢复图像的 $PSNR$ 为 25.14 dB, 比频率域方法高 1.09 dB; $Diff$ 更低, 为 13.42. 说明空间域更关注结构信息并且对于物体结构部分的恢复质量更高.

由此得出: 空间域和频率域信息在去模糊任务中的关注点不同, 呈现出明显的互补性. 受此启发, 提出了一种端到端的融合空间域和频率域信息的图像去模糊框架. 该框架使用两个结构相同但独立的子网络, 分别从空间域和频率域学习模糊图像到清晰图像的映射关系. 随后使用一个融合网络, 融合并改善两个子网络学习到的去模糊结果. 3 个网络链接在一起形成一个端到端的可学习的大网络, 不同网络之间相互影响, 建立一个最优的合作机制, 最终得到高质量清晰图像. 主要贡献如下.

(1) 根据空间域和频率域在去模糊任务中关注点不同所呈现的互补性, 提出了一种融合空间域和频率域信息的图像去模糊框架.

(2) 利用图像映射的循环一致性原理构造了基于生成对抗网络的循环对称结构, 增强了网络的去模糊性能.

(3) 在 3 个去模糊数据集上进行实验, 与 9 个现有的去模糊方法进行比较, 本文方法效果显著.

1 相关工作

1.1 空间域图像去模糊

大多数图像去模糊方法是基于空间域信息展开的, 许多研究人员在空间域中进行分析从而提出图像去模糊算法. Tao 等^[5]提出一种多尺度循环神经网络, 该网络在不同尺度上对带有残差模块的编解码器训练并进行权重共享. Suin 等^[6]提出一种动态卷积模块进行图像中模糊的去除. Purohit 等^[7]提出一种具有自注意模块的编解码网络实现去模糊. Ye 等^[8]提出一种多尺度迭代网络, 该网络从图像的下采样尺度开始迭代, 每次迭代的输出都会放大, 直到恢复出全分辨率的去模糊图像. Zhang 等^[9]提出一种为每个位置的循环神经网络生成像素级权重从而增加感受野来进行去模糊的网络. 然而, 这些方法都会不可避免地导致计算损耗剧增和网络收敛缓慢的问题.

近几年由于 GAN 在建模能力上的优越性, 引起了众多计算机视觉领域研究者的关注, 并被应用在图像去模糊领域中. DeblurGAN^[10]受 CGAN 启发提出了一种

具有多分量损失函数的去模糊方法. DeblurGAN-v2^[11]则是在 DeblurGAN 上进一步改进, 生成器部分采用特征金字塔结构进行特征提取, 判别器部分采用相对判别器对生成的去模糊图像和清晰图像进行区分. 虽然基于 GAN 的方法可以得到较为精确的恢复结果, 但是对于复杂的运动模糊, 去模糊图像仍然缺少许多纹理细节.

基于空间域的去模糊方法更关注图像结构信息, 对于纹理细节的恢复存在一定的限制, 导致空间域去模糊方法性能处于瓶颈.

1.2 频率域图像去模糊

为了克服空间域中恢复图像纹理细节不精确的问题, 近年来出现了一些考虑图像频率域信息的去模糊方法. Chakrabarti^[12]在频率域中进行模糊核估计, 该方法首先使用经过训练的神经网络对傅里叶系数进行预测, 然后将得到的预测结果与观察到的图像相关联, 进一步得到全局模糊核, 最终采用非盲反卷积得出清晰图像. Cho 等^[13]提出一种多输入多输出的去模糊网络, 同时使用基于傅里叶变换的频率域损失来指导网络训练. Min 等^[14]提出一种基于频率域中小波变换的去模糊方法, 其中小波变换用于分解和提取模糊图像的频率信息. Liu 等^[15]提出了一种利用小波变换对 U-Net 网络进行改进的多级小波卷积神经网络, 该网络可以更好地平衡感受野大小与计算效率, 减少特征图的规模并恢复出高分辨率图像.

空间域更关注图像结构, 频率域更关注纹理细节. 传统的图像去模糊方法往往只单独地聚焦空间域或者频率域, 没有考虑到两个域之间的互补性, 导致无法很好地恢复图像结构和纹理细节. 为了解决这个问题, 本文提出了一种融合空间域和频率域信息的图像去模糊模型, 综合利用空间域和频率域信息, 更全面地恢复图像结构和纹理细节.

2 本文方法

给定模糊图像 B , 图像去模糊算法尝试找到一个映射函数 $\phi(\cdot)$, 将模糊图像 B 映射到清晰图像 S , 可以将其形式化表示为:

$$S = \phi(B; W) \quad (1)$$

其中, W 代表模型参数.

与已有的单独在频率域^[3]或者空间域^[4]中建立映

射函数 $\phi(\cdot)$ 的工作不同,本文提出的空间域频率域融合去模糊网络如图2所示,包括3个部分:空间域去模糊子网络、频率域去模糊子网络以及融合子网络.本文采用两个结构相同的网络在空间域和频率域上分别恢复出对应空间上的清晰图像,然后将不同空间恢复的清晰图像作为第3个融合子网络的输入进行空间域和频率域信息融合,最终得到高质量的清晰图像.所提方

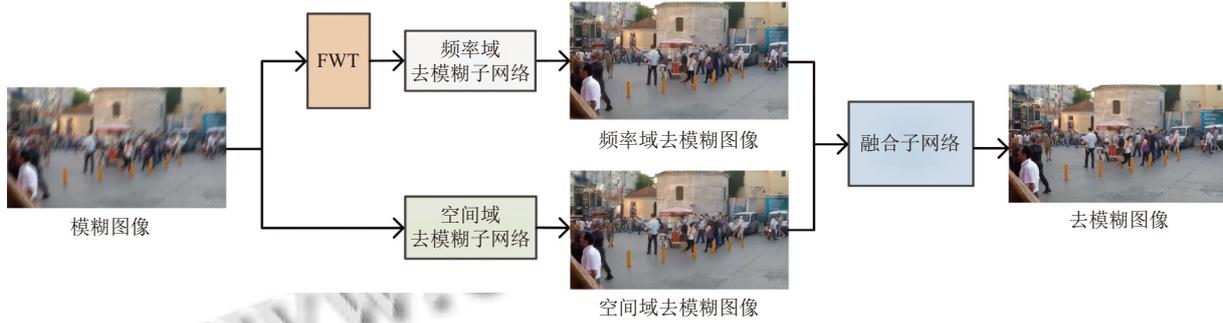


图2 空间域频率域融合去模糊网络结构

2.1 空间域和频率域去模糊子网络

为了使空间域去模糊子网络和频率域去模糊子网络在特征提取能力上水平相同,从而更好地发挥空间域和频率域在去模糊任务中的互补作用,本文设计了两个结构相同的去模糊子网络.并且在设计过程中,特别注重其特征提取能力,为后续融合子网络进行信息融合奠定基础.

在DeblurGAN-v2中,生成器采用特征金字塔结构来提取不同尺度上的特征,以捕获不同层次、不同大小的物体结构和纹理细节特征.这种结构具有较强的特征提取能力,但特征金字塔结构中进行多尺度变换的下采样和上采样操作会造成信息损失,导致提取的特征不够准确,影响模型性能.

根据循环一致性原理^[16],由模糊图像恢复得到的清晰图像可以反向转换还原回模糊图像,而由清晰图像模糊后的图像也可以再次反向转换还原回清晰图像.当生成图像经过反向转换后能够与原始图像保持一致时,说明网络能够全面地捕捉到图像信息,并以此重建图像.陈涛等^[17]采用循环一致性原理来解决图像信息丢失问题.本文引入图像映射的循环一致性,网络经过多次转换从不同的视角处理数据,在这个过程中逐步学习提取更全面、更丰富特征的能力.因此,循环一致性原理能够克服特征金字塔的信息损失问题,帮助网络全面提取有效特征.

法可以形式化为:

$$S_{Fu} = \phi_{Fu}([\phi_{Sp}(\mathbf{B}; \mathbf{W}_{Sp}), \phi_{Fe}(\mathbf{B}; \mathbf{W}_{Fe})]; \mathbf{W}_{Fu}) \quad (2)$$

其中, $\phi_{Sp}(\mathbf{B}; \mathbf{W}_{Sp})$ 表示空间域去模糊子网络,从空间域中恢复出的清晰图像记为 S_{Sp}^* ; $\phi_{Fe}(\mathbf{B}; \mathbf{W}_{Fe})$ 表示频率域去模糊子网络,从频率域中恢复出的清晰图像记为 S_{Fe}^* . $[\cdot]$ 表示拼接操作, $\phi_{Fu}(\cdot; \mathbf{W}_{Fu})$ 表示融合子网络.

本文在DeblurGAN-v2中特征金字塔结构的基础上结合循环一致性原理提出了增强特征提取能力的循环对称结构,以提高网络的去模糊性能.具体实现细节如图3所示, $\phi_{Sp/Fe}$ 包括两个生成器 G_1 和 G_2 以及与之相对应的判别器 D_1 和 D_2 .其中 G_1 将模糊图像映射为清晰图像, G_2 将清晰图像映射为模糊图像, D_1 用于判断输入的清晰图像是否为真实的清晰图像, D_2 用于判断输入的模糊图像是否为真实的模糊图像.过程如下:首先将真实模糊图像 \mathbf{B} 作为 G_1 的输入,得到清晰图像 S_1^* 后再由 G_2 将 S_1^* 映射成模糊图像 B_1^* ,如此形成一个循环;另外一个循环则将真实清晰图像 \mathbf{S} 作为 G_2 的输入,得到模糊图像 B_2^* 后再由 G_1 将 B_2^* 映射到清晰图像 S_2^* .公式化表示如下:

$$S_1^* = G_1(\mathbf{B}), B_1^* = G_2(S_1^*) \quad (3)$$

$$B_2^* = G_2(\mathbf{S}), S_2^* = G_1(B_2^*) \quad (4)$$

生成器 G_1 和 G_2 采用结构相同的特征金字塔网络(feature pyramid network, FPN)^[18]作为骨干网络,判别器 D_1 和 D_2 为结构相同的双尺度判别器,不仅保留了DeblurGAN中的PatchGAN判别器,同时又引入了全局判别器对整张图像进行鉴别.

2.2 融合子网络

融合子网络将从空间域中恢复的清晰图像 S_{Sp}^* 和从频率域中恢复的清晰图像 S_{Fe}^* 充分融合,产生最终的

清晰图像 S_{Fu} , 形式化表示如下:

$$S_{Fu} = \phi_{Fu}([S_{Sp}^*, S_{Fe}^*]; W_{Fu}) \quad (5)$$

为了体现以空间域和频率域互补性进行信息融合的优势, 融合策略既要有利于图像物体结构又要有利

于纹理. 结构信息在图像中表现为物体的几何形状和轮廓, 是一种具有明确方向性的特征. 而条带池化在水平或者垂直方向上的操作能够捕捉不同方向上的结构信息, 符合结构信息的方向性.

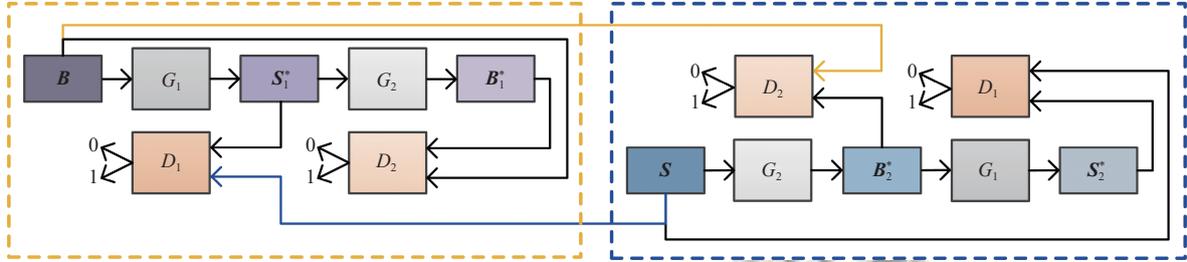


图3 循环对称结构

纹理细节在图像中表现为颗粒状、斑点状、线条状等模式, 体现了物体表面具有周期性变化的组织结构排列属性, 是一种全局性特征. 传统的池化操作对方形池化核区域内的像素值操作, 进行信息捕捉, 但是其方形的形状限制了信息捕获的距离. 由于窄核有利于捕捉局部信息, 长核有利于捕捉长程信息. 条带池化的长形狭窄带状核兼具长核和窄核的优势, 能够捕捉长程和局部上下文信息, 将局部特征整合到全局特征中, 符合纹理细节的全局性.

融合子网络的网络结构如图4所示, BAM是BANet^[19]提出的去模糊感知模块(blur-aware attention module, BAM). BAM利用条带池化操作(strip pooling, SP)^[20]的条带状长核提取特征, 在水平和垂直两个方向上对某一行或者某一列的特征取平均值, 然后以逐像素相加的方式融合两个方向上的条带状特征, 公式化表达如下:

$$\begin{cases} y_i^h = \frac{1}{W} \sum_{j=0}^{W-1} x_{i,j} \\ y_j^v = \frac{1}{H} \sum_{i=0}^{H-1} x_{i,j} \\ y = y_i^h + y_j^v \end{cases} \quad (6)$$

其中, W 表示图像 x 的宽度, H 表示高度. y_i^h 表示第 i 行水平方向条带池化的输出结果, y_j^v 表示第 j 列垂直方向条带池化的输出结果. $x_{i,j}$ 表示第 i 行第 j 列的像素值.

具体过程如下, 首先将 S_{Sp}^* 和 S_{Fe}^* 拼接得到融合空间域和频率域信息的特征, 并使用卷积核大小为3的卷积操作和LeakyReLU生成特征 F_1 和 F_2 , 公式化表述如下:

$$\begin{cases} F_1 = CR([S_{Sp}^*, S_{Fe}^*]) \\ F_2 = CR(F_1) \end{cases} \quad (7)$$

其中, $CR(\cdot)$ 表示卷积操作和LeakyReLU.

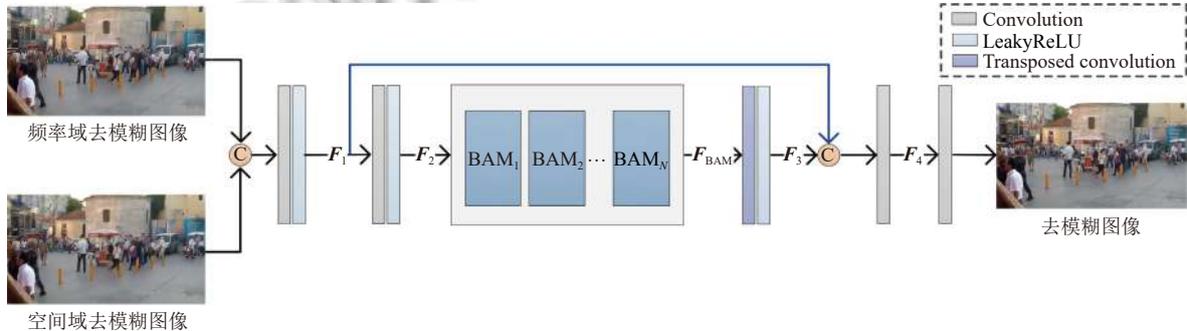


图4 融合子网络结构

然后使用 N 个BAM模块进行信息融合, 每个BAM模块的输出特征作为下一个BAM模块的输入, 用

F_{BAM} 表示最后一个BAM模块的输出特征, 其中 $N=10$. 网络使用卷积核大小为4的转置卷积和LeakyReLU

将 F_{BAM} 恢复到 F_1 大小得到 F_3 , 然后与 F_1 拼接实现跳跃连接将低层特征 F_1 传递到高层, 使网络能够同时利用不同层次的特征, 弥补多个 BAM 导致的信息损失, 为网络提供了更全面的特征. F_1 与 F_3 的拼接结果作为下一层卷积核大小为 3 的卷积操作的输入得到 F_4 , 形式化表示如下:

$$\begin{cases} F_3 = TCR(F_{BAM}) \\ F_4 = C([F_1, F_3]) \end{cases} \quad (8)$$

其中, $TCR(\cdot)$ 表示转置卷积和 LeakyReLU, $C(\cdot)$ 表示卷积运算.

最终恢复的清晰图像 S_{Fu} 可通过如下形式计算得到:

$$S_{Fu} = C(F_4) \quad (9)$$

2.3 损失函数

2.3.1 空间域和频率域去模糊子网络损失函数

本文采用均方误差损失、循环一致性损失^[16]、图像内容损失^[11]和对抗损失^[11]对空间域去模糊子网络和频率域去模糊子网络进行优化.

均方误差损失定义如下:

$$L_{mse} = \|S_1^* - S\|_2 + \|S_2^* - S\|_2 \quad (10)$$

其中, $\|\cdot\|_2$ 表示 ℓ_2 范数, S 为模糊图像 B 对应的真值, S_1^* 是模糊图像 B 经过生成器 G_1 映射后得到的去模糊图像, S_2^* 是真实清晰图像 S 依次经过 G_2 和 G_1 实现清晰-模糊-清晰映射后得到的去模糊图像.

循环一致性损失定义如下:

$$L_{cycle-consistency} = \|B_1^* - B\|_1 + \|S_2^* - S\|_1 \quad (11)$$

其中, $\|\cdot\|_1$ 表示 ℓ_1 范数, B_1^* 是模糊图像 B 依次经过 G_1 和 G_2 实现模糊-清晰-模糊映射得到的模糊图像; S_2^* 是真实清晰图像 S 依次经过 G_2 和 G_1 实现清晰-模糊-清晰映射得到的去模糊图像.

图像内容损失定义如下:

$$L_{content} = \|\varphi(S_1^*) - \varphi(S)\|_2 + \|\varphi(S_2^*) - \varphi(S)\|_2 \quad (12)$$

其中, $\varphi(\cdot)$ 表示特征提取函数, 本文使用 VGG19 的第 3 个卷积模块的输出特征计算图像内容损失.

对抗损失定义如下:

$$L_{adversarial} = \delta(S_1^*, D_1, S) + \delta(S_2^*, D_1, S) + \delta(B_1^*, D_2, B) + \delta(B_2^*, D_2, B) \quad (13)$$

其中, B_2^* 是真实清晰图像 S 经过 G_2 映射后得到的模糊图像, δ 指的是 RaGAN-LS, 如式 (14) 所示:

$$\begin{aligned} \delta = & E_{x \sim P_{data}(x)} [(D(x) - E_{z \sim P_z(z)} D(G(z)) - 1)^2] \\ & + E_{z \sim P_z(z)} [(D(G(z)) - E_{x \sim P_{data}(x)} D(x) + 1)^2] \end{aligned} \quad (14)$$

其中, $E(\cdot)$ 表示分布函数的期望值, $P_{data}(x)$ 代表真实清晰图像的分布, $P_z(z)$ 代表模型生成的图像分布, 其中 x 表示真实清晰图像, z 表示模型输入是模糊图像或者清晰图像. 整体损失为:

$$L = \lambda_1 L_{mse} + \lambda_2 L_{cycle-consistency} + \lambda_3 L_{content} + \lambda_4 L_{adversarial} \quad (15)$$

其中, λ_1 、 λ_2 、 λ_3 、 λ_4 分别为 0.003、0.5、0.25、0.00025.

2.3.2 融合子网络损失函数

本文使用 Charbonnier 损失^[21]和 FFT 损失^[22]对融合子网络进行优化. Charbonnier 损失定义如下:

$$L_{Charbonnier} = \sqrt{\|S_{Fu} - S\|^2 + \varepsilon^2} \quad (16)$$

其中, S_{Fu} 代表融合子网络产生的去模糊图像, S 代表真实清晰图像, ε 为 10^{-3} , $\|\cdot\|^2$ 表示平方运算.

FFT 损失定义如下:

$$L_{FFT} = \|f(S_{Fu}) - f(S)\|_1 \quad (17)$$

其中, $f(\cdot)$ 表示快速傅里叶变换.

融合子网络的整体损失如下:

$$L_{Fu} = L_{Charbonnier} + \lambda_5 L_{FFT} \quad (18)$$

其中, $\lambda_5=0.01$.

2.4 联合优化

为了实现端到端的运动图像去模糊, 将初始模糊图像作为空间域和频率域去模糊子网络的输入, 分别得到空间域和频率域的去模糊图像; 然后将得到的两个去模糊图像作为融合子网络的输入, 得到最终的清晰图像. 算法 1 为端到端的空间域频率域融合去模糊联合优化过程.

算法 1. 端到端的空间域频率域融合去模糊联合优化过程

输入: 原始模糊图像和清晰图像对 $\langle B_i, S_i \rangle$

输出: 空间域映射模型 ϕ_{Sp} , 频率域映射模型 ϕ_{Fc} 以及融合模型 ϕ_{Fu}

1. 训练空间域映射模型 ϕ_{Sp}

1.1. While not converged do:

1.2. 计算清晰图像 S_1^* 和模糊图像 B_1^* , 式 (3);

1.3. 计算清晰图像 S_2^* 和模糊图像 B_2^* , 式 (4);

1.4. 计算均方误差损失, 式 (10);

1.5. 计算循环一致损失, 式 (11);

1.6. 计算图像内容损失, 式 (12);

1.7. 计算对抗损失, 式 (13) 和式 (14);

1.8. 最小化目标函数 L 更新 ϕ_{Sp} 参数, 式 (15);

1.9. 得到空间域映射模型 ϕ_{Sp} 与 S_{Sp}^* ;

2. 训练频率域映射模型 ϕ_{Fe}

2.1. While not converged do:

- 2.2. 利用快速小波变换, 得到频率信息 B_{Fe} ;
 - 2.3. 计算清晰图像 S_1^* 和模糊图像 B_1^* , 式(3);
 - 2.4. 计算清晰图像 S_2^* 和模糊图像 B_2^* , 式(4);
 - 2.5. 计算均方误差损失, 式(10);
 - 2.6. 计算循环一致损失, 式(11);
 - 2.7. 计算图像内容损失, 式(12);
 - 2.8. 计算对抗损失, 式(13)和式(14);
 - 2.9. 最小化目标函数 L 更新 ϕ_{Fe} 参数, 式(15);
 - 2.10. 得到频率域映射模型 ϕ_{Fe} 与 S_{Fe}^* ;
3. 联合优化 ϕ_{Sp} 、 ϕ_{Fe} 、 ϕ_{Fu}
- 3.1. While not converged do:
- 3.2. 将 S_{Sp}^* 与 S_{Fe}^* 输入 ϕ_{Fu} 计算 S_{Fu} , 式(5);
 - 3.3. 计算 Charbonnier 损失, 式(16);
 - 3.4. 计算 FFT 损失, 式(17);
 - 3.5. 最小化目标函数 L_{Fu} 更新 ϕ_{Fu} 参数, 式(18);
- 3.6. 得到融合模型 ϕ_{Fu} 与 S_{Fu} ;

3 实验分析

3.1 实验设置

数据集: 本文使用 GoPro 数据集^[23], 其训练集有 2 103 个图像对, 测试集有 1 111 个图像对. 所有的对比方法都采用该数据集进行训练和测试. 除 GoPro 数据集外, 在 Kohler 数据集^[24]上进行定性分析, 而 Kohler 数据集只包含 4 张清晰图像, 每张清晰图像有 12 张模糊图像与之对应. 该数据集图像数量较少, 并且它与 GoPro 数据集都是合成模糊数据集. 为了对本模型进行更加全面的测试和分析, 在真实世界的模糊图像数据集 RWBI^[25]上进行定性分析, 其包含 22 个不同场景, 共 3 112 张现实世界模糊图像. 为评定恢复的去模糊图像的清晰度, 除采用主观性评价外, 还进行了定量分析.

量化指标: 本文采用峰值信噪比 (peak signal to noise ratio, PSNR)、结构相似度 (structure similarity index metric, SSIM)、平均绝对误差 (mean absolute error, MAE) 以及拉普拉斯梯度 (Laplacian gradient, LAP) 来评价不同图像去模糊方法的性能.

峰值信噪比的数值越大表示失真越小. 对于两张大小为 $H \times W$ 的图像 x 和 y , PSNR 的具体公式如下:

$$PSNR = 20 \times \log_{10} \frac{1}{\sqrt{MSE}} \quad (19)$$

其中, $MSE = \frac{1}{H \times W} \left(\frac{x}{255} - \frac{y}{255} \right)^2$. 然而, 峰值信噪比是对应像素点间的误差, 即基于误差敏感的图像质量评价. 由于人眼对一个区域的感知结果会受到周围区域

的影响, 经常会出现评价结果与人主观感觉不一致的情况. 因此, 在进行图像恢复任务时除峰值信噪比外, 同时使用结构相似度和平均绝对误差进行量化.

结构相似度的取值范围是 $[0, 1]$, 值越大表示去模糊图像与清晰图像越相似. 计算过程如下:

$$SSIM = \frac{(2\mu_x\mu_y + c_1)(2\sigma_{xy} + c_2)}{(u_x^2 + u_y^2 + c_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2)} \quad (20)$$

其中, μ_x 和 μ_y 分别代表两张图像的平均值, σ_x 和 σ_y 分别代表方差, σ_{xy} 指的是协方差. c_1 和 c_2 是为了避免除零的常数, $c_1 = (0.01 \times R)^2$, $c_2 = (0.03 \times R)^2$, R 为图像中像素值的范围.

平均绝对误差表示两张图像之间绝对误差的平均值, 其数值越小表示图像的恢复质量越好. 定义如下:

$$MAE = \frac{1}{H \times W} \sum_{0 \leq i < H} \sum_{0 \leq j < W} |x - y| \quad (21)$$

拉普拉斯梯度^[26]用于进行无参考真实模糊图像的恢复质量评定. 它能够衡量图像的二阶导, 强调图像中快速变化的区域, 即边缘部分. 而清晰图像中边缘部分较多, 模糊图像则更加平滑, 边缘部分较少. 因此拉普拉斯梯度越大, 图像越清晰. 基于拉普拉斯梯度的图像清晰度是对图像灰度图采用拉普拉斯算子计算每个像素的拉普拉斯梯度, 并求其绝对值的方差. LAP 定义如下:

$$LAP = \sum_{0 \leq i < H} \sum_{0 \leq j < W} [|L(i, j)| - \bar{L}]^2 \quad (22)$$

其中, $L(i, j)$ 代表像素点 (i, j) 处拉普拉斯算子的卷积, $\bar{L} = \frac{1}{H \times W} \sum_{0 \leq i < H} \sum_{0 \leq j < W} |L(i, j)|$, 拉普拉斯算子取

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

实施细节和训练设置: 空间域图像去模糊映射函数 $\phi_{Sp}(B; W_{Sp})$ 和频率域图像去模糊映射函数 $\phi_{Fe}(B; W_{Fe})$ 采用相同的网络, 但 $\phi_{Fe}(B; W_{Fe})$ 需要将空间域图像转换为频率域图像, 使网络从频率信息中恢复清晰图像. 本文采用基于哈尔小波的快速小波变换 (fast wavelet transform, FWT)^[27]将图像分解成 12 个通道的小波特征作为频率域图像去模糊子网络的输入. 在 NVIDIA Tesla V100 32 GB 显卡上使用 PyTorch 深度学习框架进行模型的实现. 总轮次为 1 200, 批次输入量为 1, 选取 Adam 优化器, 初始学习率为 10^{-4} , 训练过程中按照线性衰减的方式以 150 次迭代为周期进行衰减, 直到

学习率衰减至 10^{-7} 为止。

3.2 性能分析

3.2.1 定量分析

为对比本文方法在图像去模糊任务上性能的优劣,选取了常见的去模糊方法进行对比: DeblurGAN-v2^[11]、BANet^[19]、SRN^[5]、DBRBGAN^[25]、DeblurGAN^[10]、DMPHN^[28]、Liu 等人^[29]、DSD^[30]和 MTRNN^[31],结果如表 1 所示。本文方法在峰值信噪比、结构相似度以及平均绝对误差这 3 个方面明显优于所有其他对比方法。与 BANet 相比,本文方法在 PSNR 上高出了 0.24 dB,在 MAE 上降低了 1.25;与 DMPHN 相比,本文方法在 PSNR 上高出了 1.69 dB,SSIM 高出 0.01,在 MAE 上降低了 3.09。与 DeblurGAN-v2 相比,本文方法在 PSNR 和 SSIM 上分别提高了 4.82 dB 和 0.08,在 MAE 上降低了 12.82。与同样使用了频率域信息的方法文献^[29]相比,PSNR 高出 3.21 dB,SSIM 高出 0.02,MAE 降低了 10.18。

表 1 GoPro 测试数据集上的测试结果比较

方法	PSNR (dB)	SSIM	MAE
DeblurGAN-v2 ^[11]	29.02	0.84	107.97
BANet ^[19]	32.65	0.92	96.40
SRN ^[5]	30.56	0.89	104.00
DBRBGAN ^[25]	29.29	0.84	107.77
DeblurGAN ^[10]	28.07	0.86	110.02
DMPHN ^[28]	31.20	0.91	98.24
Liu 等人 ^[29]	29.68	0.90	105.33
DSD ^[30]	31.16	0.90	100.09
MTRNN ^[31]	30.06	0.86	104.08
Ours	32.89	0.92	95.15

对于没有真值的现实世界真实模糊数据集 RWBI,使用拉普拉斯梯度对本文方法与其他去模糊方法进行客观评价。结果如表 2,可以发现本文方法去模糊结果的拉普拉斯梯度最大,为 227.37。与 BANet、DMPHN、DeblurGAN-v2 以及 Liu 等人^[29]相比,分别高出 18.2、23.68、41.75 和 26.07。说明在恢复真实模糊图像上,本文方法与其他去模糊方法相比性能最好。

3.2.2 定性分析

图 5 是在 GoPro 测试集上几种图像去模糊方法的视觉效果图。除本文方法外,其他对比方法无法很好地恢复出图 5 中第 1 行的地面纹理区域和第 2 行的文本区域,其结果不仅仍然存在模糊,还会得到错误的纹理细节甚至发生形状的改变;对于最后一行的人脸区域,

其他方法无法得到清晰的五官和脸部轮廓,本文方法可以得到轮廓分明的人脸,并且眼睛以及所佩戴眼镜等细节都可以完整恢复。

表 2 RWBI 测试数据集上的测试结果比较

方法	拉普拉斯梯度
DeblurGAN-v2 ^[11]	185.62
BANet ^[19]	209.17
SRN ^[5]	201.57
DBRBGAN ^[25]	189.24
DeblurGAN ^[10]	173.64
DMPHN ^[28]	203.69
Liu 等人 ^[29]	201.30
DSD ^[30]	202.96
MTRNN ^[31]	201.49
Ours	227.37

图 6 是基于 GoPro 数据集训练后得到的权重在 Kohler 数据集上进行图像去模糊的视觉对比图。从图中可以看出,本文方法在恢复墙壁纹理和旗帜等具有复杂纹理细节以及座椅等具有较强结构的物体方面,相较于其他去模糊方法更加精确。结合图 5 和图 6 可以说明本文方法对于纹理细节和边缘结构都有更加精确的去模糊效果。

此外,为了对去模糊算法进行更加全面的评价,在现实世界的真实模糊图像数据集 RWBI 上与其他去模糊方法进行了主观视觉比较,其去模糊权重是基于 GoPro 数据集训练后得到的。如图 7 所示,本文方法相比于其他方法恢复的现实世界中真实模糊图像质量更高,去模糊效果更好。

3.3 消融实验

为验证所提方法的有效性,在 GoPro 数据集上进行了一系列消融实验。由于训练设备的限制,所有消融实验的迭代次数设置为 300。

3.3.1 频率域信息转换

为验证不同频率域信息转换方法对去模糊效果的影响进行了实验,结果如表 3 所示,基于哈尔小波的快速小波变换 (fast wavelet transform, FWT)^[27]去模糊效果最好,与基于哈尔小波的离散小波变换 (discrete wavelet transform, DWT)^[32]以及离散余弦变换 (discrete cosine transform, DCT)^[33]相比,在 PSNR 上分别高出 0.08 dB 和 0.53 dB,在 MAE 上降低了 1.42 和 2.02。这是因为在离散小波变换的处理过程中会对图像进行多次下采样而造成信息损失,不利于图像纹理细节的恢复;离散余弦变换适用于平稳信号的频谱分析,对于非

平稳信号处理能力较弱, 而模糊通常是非平稳的退化.

3.3.2 循环对称结构

为了验证循环对称结构的有效性, 分别在空间域子网络和使用 FWT 的频率域去模糊子网络中进行实验, 比较了是否加入循环对称结构的效果. 实验结果如表 4 和表 5 所示, 当不添加循环对称结构时: 空间域的 PSNR 为 29.02 dB, SSIM 为 0.84, MAE 为 107.97; 频率

域的 PSNR 为 29.65 dB, SSIM 为 0.86, MAE 为 105.88. 添加循环对称结构后: 空间域的 PSNR 和 SSIM 分别提升 0.71 dB 和 0.03, MAE 降低 3.01; 频率域的 PSNR 和 SSIM 分别提升了 0.09 dB 和 0.01, MAE 降低 1.26. 说明循环对称结构提取了更全面丰富的特征信息, 增强了频率域和空间域去模糊子网络的性能, 提高了去模糊图像的质量.

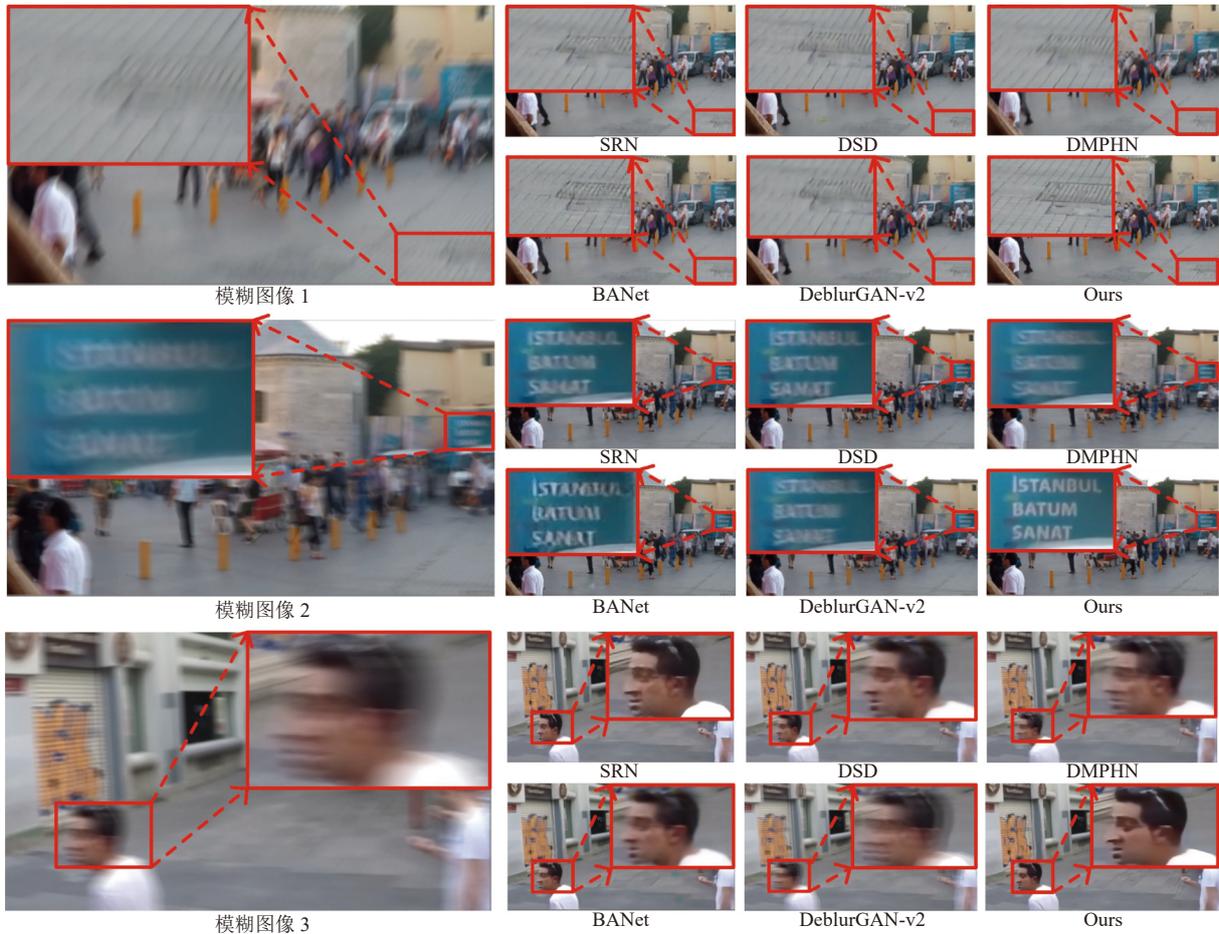


图 5 在 GoPro 测试数据集上的去模糊效果

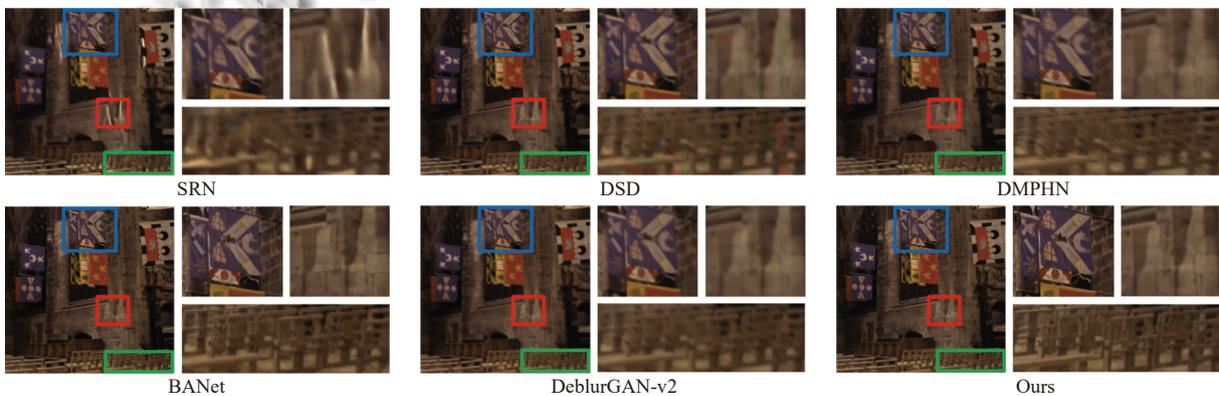


图 6 在 Kohler 测试数据集上的去模糊效果



图7 在RWBI测试数据集上的去模糊效果

表3 不同频率域信息转换方式性能比较

方法	PSNR (dB)	SSIM	MAE
FWT	29.65	0.86	105.88
DWT	29.57	0.85	107.30
DCT	29.12	0.84	107.90

表4 空间域去模糊子网络是否加入循环对称结构性能比较

空间域	PSNR (dB)	SSIM	MAE
无循环对称结构	29.02	0.84	107.97
循环对称结构	29.73	0.87	104.96

表5 频率域去模糊子网络是否加入循环对称结构性能比较

频率域	PSNR (dB)	SSIM	MAE
无循环对称结构	29.65	0.86	105.88
循环对称结构	29.74	0.87	104.62

3.3.3 融合子网络中空间域与频率域的融合方式

将空间域去模糊子网络与使用FWT的频率域去模糊子网络的结果作为融合子网络的输入,进行信息融合.对两种融合方式进行验证:第1种方式是通过通道拼接进行信息融合;第2种方式是通过逐像素相加进行信息融合.不同融合方式结果如表6所示,通道融合按顺序将多个通道连接起来形成一个更深的特征,能够保留每个通道中的完整信息.相比之下,相加融合会导致不同通道特征的信息相互叠加,造成某些特征的丢失或模糊.

表6 不同融合方式的图像去模糊性能比较

方法	PSNR (dB)	SSIM	MAE
相加融合	29.74	0.87	104.62
通道融合	29.78	0.88	104.11

3.3.4 融合子网络中条带池化

为验证条带池化在融合子网络中的有效性,将其与平均池化和最大池化进行比较.结果如表7所示,条带池化的效果最好,其PSNR为31.33 dB,SSIM为0.89;最大池化和平均池化的PSNR分别为30.18 dB和30.19 dB,均次于条带池化.这是由于平均池化会将池化区域内的像素值取平均,存在特征缺失;而最大池化将池化区域内的最大值作为池化结果的像素值,相比于平均池化只能提取图像中最为显著的特征,存在更多的特征缺失.

3.3.5 融合子网络中特征 F_1 的跳跃连接

在经过一系列BAM模块处理后对是否要进行跳跃连接进行验证,结果如表8所示.进行跳跃连接的去模糊效果在PSNR上要比不进行跳跃连接高0.53 dB,MAE低5.69.跳跃连接将低层信息传递到高层,使网络能够同时利用不同层次的特征,有助于弥补多个网络层导致的信息损失,为图像去模糊提供了更全面的特征.

表7 融合子网络不同池化方式的图像去模糊性能比较

方法	PSNR (dB)	SSIM	MAE
条带池化	31.33	0.89	98.04
平均池化	30.19	0.88	104.04
最大池化	30.18	0.88	104.07

表8 是否进行跳跃连接的图像去模糊性能比较

方法	PSNR (dB)	SSIM	MAE
跳跃连接	31.33	0.89	98.04
无跳跃连接	30.80	0.88	103.73

3.3.6 融合子网络的作用

为探讨本模型中空间域去模糊子网络、频率域去

模糊子网络以及融合子网络这3个部分对去模糊算法性能的影响进行了实验,结果如表9所示.空间域去模糊子网络效果最差,而包含3个子网络的完整模型结构在所有指标上均达到最优.融合空间域和频率域信息使得去模糊效果显著提升,相比空间域去模糊子网络和频率域去模糊子网络,在PSNR上分别提升了1.60 dB和1.55 dB;在SSIM上分别提升了0.02和0.01;在MAE上分别降低了6.92和6.07.说明基于空间域与频率域的互补性进行的信息融合能够提升去模糊效果.

表9 模型中各核心部分作用比较

方法	PSNR (dB)	SSIM	MAE
空间域	29.73	0.87	104.96
频率域	29.78	0.88	104.11
空间域+频率域	31.33	0.89	98.04

4 结语

空间域信息与频率域信息在去模糊过程中关注点各有侧重且二者具有互补性.基于此,本文提出了一种有效的空间域频率域融合框架,并设计了相应的网络结构负责空间域、频率域的图像去模糊,然后使用一个简单的网络进行融合.在合成模糊数据集GoPro、Kohler以及真实模糊数据集RWBI上的实验验证了该方法在图像去模糊任务上的有效性.

参考文献

- Huang HB, He R, Sun ZA, *et al.* Wavelet-SRNet: A wavelet-based CNN for multi-scale face super resolution. Proceedings of the 2017 IEEE International Conference on Computer Vision. Venice: IEEE, 2017. 1698–1706.
- Pathak D, Krähenbühl P, Donahue J, *et al.* Context encoders: Feature learning by inpainting. Proceedings of the 2016 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Las Vegas: IEEE, 2016. 2536–2544.
- Zou WB, Jiang MC, Zhang YC, *et al.* SDWNet: A straight dilated network with wavelet transformation for image deblurring. Proceedings of the 2021 IEEE/CVF International Conference on Computer Vision Workshops. Montreal: IEEE, 2021. 1895–1904.
- Xu XY, Sun DQ, Pan JS, *et al.* Learning to super-resolve blurry face and text images. Proceedings of the 2017 IEEE International Conference on Computer Vision. Venice: IEEE, 2017. 251–260.
- Tao X, Gao HY, Shen XY, *et al.* Scale-recurrent network for

- deep image deblurring. Proceedings of the 2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Salt Lake City: IEEE, 2018. 8174–8182.
- Suin M, Purohit K, Rajagopalan AN. Spatially-attentive patch-hierarchical network for adaptive motion deblurring. Proceedings of the 2020 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Seattle: IEEE, 2020. 3603–3612.
- Purohit K, Rajagopalan AN. Region-adaptive dense network for efficient motion deblurring. Proceedings of the 34th AAAI Conference on Artificial Intelligence. New York: AAAI, 2020. 11882–11889. [doi: 10.1609/aaai.v34i07.6862]
- Ye MY, Lyu D, Chen GS. Scale-iterative upscaling network for image deblurring. IEEE Access, 2020, 8: 18316–18325. [doi: 10.1109/ACCESS.2020.2967823]
- Zhang JW, Pan JS, Ren J, *et al.* Dynamic scene deblurring using spatially variant recurrent neural networks. Proceedings of the 2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Salt Lake City: IEEE, 2018. 2521–2529.
- Kupyn O, Budzan V, Mykhailych M, *et al.* DeblurGAN: Blind motion deblurring using conditional adversarial networks. Proceedings of the 2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Salt Lake City: IEEE, 2018. 8183–8192.
- Kupyn O, Martyniuk T, Wu JR, *et al.* DeblurGAN-v2: Deblurring (orders-of-magnitude) faster and better. Proceedings of the 2019 IEEE/CVF International Conference on Computer Vision. Seoul: IEEE, 2019. 8877–8886.
- Chakrabarti A. A neural approach to blind motion deblurring. Proceedings of the 14th European Conference on Computer Vision. Amsterdam: Springer, 2016. 221–235. [doi: 10.1007/978-3-319-46487-9_14]
- Cho SJ, Ji SW, Hong JP, *et al.* Rethinking coarse-to-fine approach in single image deblurring. Proceedings of the 2021 IEEE/CVF International Conference on Computer Vision. Montreal: IEEE, 2021. 4621–4630.
- Min C, Wen GQ, Li BR, *et al.* Blind deblurring via a novel recursive deep CNN improved by wavelet transform. IEEE Access, 2018, 6: 69242–69252. [doi: 10.1109/ACCESS.2018.2880279]
- Liu PJ, Zhang HZ, Zhang K, *et al.* Multi-level wavelet-CNN for image restoration. Proceedings of the 2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops. Salt Lake City: IEEE, 2018. 886–895.
- Zhu JY, Park T, Isola P, *et al.* Unpaired image-to-image

- translation using cycle-consistent adversarial networks. Proceedings of the 2017 IEEE International Conference on Computer Vision. Venice: IEEE, 2017. 2242–2251.
- 17 陈涛, 魏为民, 申林帅. 一种 CycleGAN 结合膨胀卷积的指纹图像增强方法. 国外电子测量技术, 2022, 41(9): 47–53. [doi: [10.19652/j.cnki.femt.2204009](https://doi.org/10.19652/j.cnki.femt.2204009)]
- 18 Lin TY, Dollár P, Girshick R, *et al.* Feature pyramid networks for object detection. Proceedings of the 2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Honolulu: IEEE, 2017. 936–944.
- 19 Tsai FJ, Peng YT, Tsai CC, *et al.* BANet: A blur-aware attention network for dynamic scene deblurring. IEEE Transactions on Image Processing, 2022, 31: 6789–6799. [doi: [10.1109/TIP.2022.3216216](https://doi.org/10.1109/TIP.2022.3216216)]
- 20 Hou QB, Zhang L, Cheng MM, *et al.* Strip pooling: Rethinking spatial pooling for scene parsing. Proceedings of the 2020 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Seattle: IEEE, 2020. 4002–4011.
- 21 Charbonnier P, Blanc-Feraud L, Aubert G, *et al.* Two deterministic half-quadratic regularization algorithms for computed imaging. Proceedings of the 1st International Conference on Image Processing. Austin: IEEE, 1994. 168–172. [doi: [10.1109/ICIP.1994.413553](https://doi.org/10.1109/ICIP.1994.413553)]
- 22 Jiang LM, Dai B, Wu W, *et al.* Focal frequency loss for image reconstruction and synthesis. Proceedings of the 2021 IEEE/CVF International Conference on Computer Vision. Montreal: IEEE, 2021. 13899–13909.
- 23 Nah S, Kim TH, Lee KM. Deep multi-scale convolutional neural network for dynamic scene deblurring. Proceedings of the 2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Honolulu: IEEE, 2017. 257–265.
- 24 Köhler R, Hirsch M, Mohler B, *et al.* Recording and playback of camera shake: Benchmarking blind deconvolution with a real-world database. Proceedings of the 12th European Conference on Computer Vision. Florence: Springer, 2012. 27–40.
- 25 Zhang KH, Luo WH, Zhong YR, *et al.* Deblurring by realistic blurring. Proceedings of the 2020 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Seattle: IEEE, 2020. 2734–2743.
- 26 Pech-Pacheco JL, Cristobal G, Chamorro-Martinez J, *et al.* Diatom autofocusing in brightfield microscopy: A comparative study. Proceedings of the 15th International Conference on Pattern Recognition. Barcelona: IEEE, 2000. 314–317. [doi: [10.1109/ICPR.2000.903548](https://doi.org/10.1109/ICPR.2000.903548)]
- 27 Mallat SG. A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1998, 11(7): 674–693. [doi: [10.1109/34.192463](https://doi.org/10.1109/34.192463)]
- 28 Zhang HG, Dai YC, Li HD, *et al.* Deep stacked hierarchical multi-patch network for image deblurring. Proceedings of the 2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Long Beach: IEEE, 2019. 5971–5979. [doi: [10.1109/CVPR.2019.00613](https://doi.org/10.1109/CVPR.2019.00613)]
- 29 Liu Y, Fang FM, Wang TT, *et al.* Multi-scale grid network for image deblurring with high-frequency guidance. IEEE Transactions on Multimedia, 2021, 24: 2890–2901. [doi: [10.1109/TMM.2021.3090206](https://doi.org/10.1109/TMM.2021.3090206)]
- 30 Gao HY, Tao X, Shen XY, *et al.* Dynamic scene deblurring with parameter selective sharing and nested skip connections. Proceedings of the 2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Long Beach: IEEE, 2019. 3843–3851.
- 31 Park D, Kang DU, Kim J, *et al.* Multi-temporal recurrent neural networks for progressive non-uniform single image deblurring with incremental temporal training. Proceedings of the 16th European Conference on Computer Vision. Glasgow: Springer, 2020. 327–343.
- 32 Shensa MJ. The discrete wavelet transform: Wedding the a trous and mallat algorithms. IEEE Transactions on Signal Processing, 1992, 40(10): 2464–2482. [doi: [10.1109/78.157290](https://doi.org/10.1109/78.157290)]
- 33 Ahmed N, Natarajan T, Rao KR. Discrete cosine transform. IEEE Transactions on Computers, 1974, C-23(1): 90–93. [doi: [10.1109/T-C.1974.223784](https://doi.org/10.1109/T-C.1974.223784)]

(校对责编: 牛欣悦)