

基于云模型的区间直觉模糊数多属性群决策^①



何佳蔓

(贵州大学 管理学院, 贵阳 550025)
通信作者: 何佳蔓, E-mail: 1284519611@qq.com

摘要: 针对属性值为区间直觉模糊数的多属性群决策问题, 考虑到模糊性和随机性对群决策过程及结果的影响, 本研究将利用云模型理论结合区间直觉模糊数的特征, 运用灰色关联系数法和信息熵理论确定专家和属性权重, 通过信息集结构建综合评价云模型. 不同于传统的区间直觉模糊数的排序方法, 本研究利用云模型的 3En 规则将区间直觉模糊数进行云转换并通过云相似度确定方案的综合评价值和犹豫度, 然后对决策方案进行比较分析. 研究结果表明: 该方法能够科学有效地进行决策, 进而为决策方提供科学依据.

关键词: 多维云模型; 犹豫度; 群决策; 区间直觉模糊数; 灰色关联系数法

引用格式: 何佳蔓. 基于云模型的区间直觉模糊数多属性群决策. 计算机系统应用, 2022, 31(12): 405-411. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/8823.html>

Multi-attribute Group Decision-making for Interval-valued Intuitionistic Fuzzy Numbers Based on Cloud Model

HE Jia-Man

(School of Management, Guizhou University, Guiyang 550025, China)

Abstract: Focusing on multi-attribute group decision-making with interval-valued intuitionistic fuzzy numbers as the attribute values, this study uses the grey correlation coefficient method and the information entropy theory to determine the weights of experts and attributes and builds a comprehensive evaluation cloud model through information aggregation. For this purpose, the influences of fuzziness and randomness on the process and results of group decision-making are taken into account, and the cloud model theory and the characteristics of interval-valued intuitionistic fuzzy numbers are leveraged. Different from the traditional ranking method for interval-valued intuitionistic fuzzy numbers, this study uses the 3En rule of the cloud model to convert interval-valued intuitionistic fuzzy numbers into the cloud and determines the comprehensive evaluation value and hesitation degree of the scheme through cloud similarity. Then, the decision-making schemes are comparatively analyzed. The results show that the proposed method can make decisions scientifically and effectively and thereby provide a scientific basis for decision-makers.

Key words: multidimensional cloud model; hesitation degree; group decision-making; interval-valued intuitionistic fuzzy number; grey correlation coefficient method

随着决策系统的复杂化、非线性化, 使决策过程具有高度的不确定性, 传统的决策方法包括了概率论和模糊数学等. Atanassov^[1] 提出的直觉模糊集是在经典模糊集上的扩展, 它同时考虑了元素的隶属度和非

隶属度, 从而从不同角度描述决策者评价的不确定性. 然而, 在复杂的决策环境下, 决策者的直觉偏好信息可能会在某个中心值的附近波动. 因此, 在决策过程中模糊性和随机性不应该被随意割裂. 李德毅等^[2] 在概率

① 收稿时间: 2022-03-11; 修改时间: 2022-04-12; 采用时间: 2022-04-25; csa 在线出版时间: 2022-07-25

论和模糊数学的基础上提出了云模型理论,可以实现定性概念和定量数据间的相互转换,可以很好地将模糊性和随机性结合在一起.因此,在直觉模糊集的基础上融入云模型理论可以同时考虑到决策过程中的模糊性和随机性.本研究针对属性值为区间直觉模糊数的多属性群决策问题,考虑到直觉模糊集和云模型的综合优势,对以往的区间直觉模糊数的排序方法进行了改进,可用云模型理论计算出方案的综合评价值的贴近度和犹豫度来代替.

目前,国内外学者对于区间直觉模糊数的群决策方法有了卓有成效的研究成果.李沃源等^[3]针对经济管理决策活动中的模糊双边匹配问题,以区间直觉模糊数的得分函数为基础,建立了以双边的满意度最大化的决策模型,较好地解决了区间直觉模糊环境下双边匹配的决策问题.汪恒等^[4]针对船舶在港口航行的各种不确定因素,构建相关指标体系,最后通过区间直觉模糊数的相似度确定各港口环境的风险等级,为相关部门制定风险预案提供了依据.Giri等^[5]考虑了一个新的广义非线性直觉模糊数,提出了一种新的去模糊化方法来解决所建立的多物品库存模型.龚日朝等^[6]基于传统的得分函数和精确函数的内涵,运用概率论全概率公式思想提出了一种新的得分函数和精确函数,并通过对比分析验证了其有效性.

综上所述,国内外学者在区间直觉模糊信息下的决策问题取得了相应的成果.较传统直觉模糊数的排序方法中的得分函数和精确函数不同,本研究提出了一种新的基于云模型的排序方法,本研究将排序方法转化为利用云模型理论计算其排序优劣,能够在区间直觉模糊数的基础上,将随机性和模糊性有机地融合进去.

1 基本理论

1.1 云模型基本理论

设 U 是一个用精确数值表示的定量论域, C 是 U 上的定性概念,若定量值 $x \in U$,且 x 是定性概念 C 的一次随机实现,若 x 满足: $x \sim N(Ex, (En')^2)$. 其中, $En' \sim N(En, He^2)$,且 x 对 C 的确定度满足:

$$\mu = \exp\left[-(x - Ex)^2 \div 2(En')^2\right]$$

则 x 在论域 U 上的分布称为正态云^[7].根据正态云模型的“3En 规则”^[8]可以将区间数转化为云模型的 3 个

数字特征.将一维云模型推广至多维云模型^[9],可以来反映多维定性概念.设 U 是一个 m 维论域 $U = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, T 是 U 上的定性概念, U 中的元素 (x_1, x_2, \dots, x_m) 对于 T 的隶属度 μ 是一个具有稳定倾向的随机数,即: $\mu: U \rightarrow [0, 1], \forall (x_1, x_2, \dots, x_m) \in U, (x_1, x_2, \dots, x_m) \rightarrow \mu$. 设论域各维互不相关,则 m 维正态云可由 $3m$ 个数字特征量来描述: $x \in U$. 其中, Ex_1, Ex_2, \dots, Ex_m 为期望, En_1, En_2, \dots, En_m 为熵, He_1, He_2, \dots, He_m 为超熵.多维正态云的数学期望超曲面 MEHS 方程为:

$$MEHS(x_1, x_2, \dots, x_m) = \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \frac{(x - Ex_i)^2}{En_i^2}\right]$$

1.2 区间直觉模糊数基本理论

称 $e(\tilde{\alpha})$ 为区间直觉模糊数^[10] $\tilde{\alpha} = ([\mu^L(x), \mu^U(x)], [v^L(x), v^U(x)])$ 的模糊信息熵,当且仅当满足如下条件:

$$e(\tilde{\alpha}) = 0, \text{ 当 } e(\tilde{\alpha}) = ([1, 1], [0, 0]) \text{ 或 } e(\tilde{\alpha}) = ([0, 0], [1, 1])$$

$$e(\tilde{\alpha}) = 1, \text{ 当 } e(\tilde{\alpha}) = ([0.5, 0.5], [0.5, 0.5])$$

$$e(\tilde{\alpha}) = e(\tilde{\alpha}^c)$$

对任意两个区间直觉模糊数 $\tilde{\alpha}$ 和 $\tilde{\beta}$, 若有:

$$d^o(\tilde{\alpha}, ([0.5, 0.5], [0.5, 0.5])) \geq d^o(\tilde{\beta}, ([0.5, 0.5], [0.5, 0.5]))$$

则有 $e(\tilde{\alpha}) \leq e(\tilde{\beta})$. 关于 $e(\tilde{\alpha})$ 的计算方法,本文采用: $e(\tilde{\alpha}) = 1 - d^o(\tilde{\alpha}, ([0.5, 0.5], [0.5, 0.5]))$. 表明其包含的犹豫程度越大,因此熵值越大.根据以下公式可以将区间直觉模糊数转化为云模型的 3 个数字特征,第 1 个云模型为支持云模型,第 2 个云模型为反对云模型.

$$\alpha = [(Ex_1, En_1, He_1), (Ex_2, En_2, He_2)]$$

$$Ex_1 = \frac{\mu^L(x) + \mu^U(x)}{2}; En_1 = \frac{\mu^U(x) - \mu^L(x)}{6}$$

$$He_1 = \frac{En_1}{10}; Ex_2 = \frac{v^L(x) + v^U(x)}{2}$$

$$En_2 = \frac{v^U(x) - v^L(x)}{6}; He_2 = \frac{En_2}{10}$$

区间直觉模糊集能够同时描述不确定信息的隶属度、非隶属度和犹豫度,考虑到当隶属度区间数和非隶属度区间数服从正态分布时,即不确定性信息在期望中心附近波动,不仅包含了原有直觉模糊集包含的模糊性,也考虑到了不确定性信息的随机性.根据云模型的 3En 规则可以实现区间数和云模型的 3 个数字特征的相互转换,即将隶属度区间和非隶属度区间各自转换为支持云模型和反对云模型.原有的一个区间直觉模糊数转换为了一个支持云模型和一个反对云模型.

效仿隶属度区间和非隶属度区间的距离可以得到该区间直觉模糊数的犹豫度, 本文将支持云模型和反对云模型的距离即云相似度也作为求出犹豫度的一种方法. 使云模型从只能描述不确定性信息的隶属度, 进而可以求出支持云模型和反对云模型的犹豫度. 支持云模型本身即代表了不确定性信息的隶属度, 反对云模型即代表了不确定性信息的非隶属度, 支持云模型和反对云模型的距离即云相似度则可以求出该区间直觉模糊云的犹豫度.

综上, 根据支持云模型和反对云模型的相似度可以得到各个方案的犹豫度. 其中, 支持云模型和反对云模型越相似, 其方案的犹豫度就越大, 不确定性就越大, 反之, 其犹豫度就越小, 不确定性就越小. 本研究将采用云相似度理论计算出各个方案综合评价值的犹豫度. 对于各方案的综合评价价值可以由传统的得分函数和精确函数的排序方式转化为由支持云、反对云模型计算出犹豫度和各方案与正、负理想云模型的云相似度即贴近期来评价各方案, 通过比较各方案的贴近期和犹豫度能够更好地实现方案排序, 云模型也能够最大程度上将决策过程中的模糊性和随机性有机地结合在一起.

2 模型构建

针对属性值为 $\tilde{\alpha} = ([\mu^L(x), \mu^U(x)], [v^L(x), v^U(x)])$ 的多属性群决策问题, 可以设 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ 为决策问题的决策方案集, $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ 为 n 个评价属性组成的方案属性集, 有 l 个决策者组成的决策群体 $E = \{e_1, e_2, \dots, e_l\}$ 对每个方案的每个属性进行评判并给出评价信息, 第 k 个专家对第 i 个方案的指标 C_j 给出的评价信息用区间直觉模糊数 \tilde{S}_{ij}^k 表示, 则第 k 个专家给出的决策矩阵记为 $S^k = [\tilde{S}_{ij}^k]_{m \times n}$.

2.1 属性权重计算

根据专家给出的区间直觉模糊矩阵 $S = [\tilde{S}_{ij}]_{m \times n}$, 计算属性 C_j 的信息熵 E_j , 即 $E_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m e(\tilde{S}_{ij})$ 计算属性 C_j 的权重 ω_j , 即为:

$$\omega_j = \frac{1 - E_j}{\sum_{j=1}^n (1 - E_j)}$$

2.2 基于灰色关联系数的专家权重确定

专家权重由其给出的评价意见与专家群体意见的

相似度来确定. 相似度越大, 专家权重越高. 相似度用灰色关联系数^[11]度量. 记第 k 个专家对第 i 个方案的评价信息为 $(\tilde{S}_{i1}^k, \tilde{S}_{i2}^k, \dots, \tilde{S}_{im}^k)$, 综合评价值为 $\tilde{Z}_i^k = \sum_{j=1}^n \omega_j \tilde{S}_{ij}^k$. 专家群体意见用所有专家的评价信息的均值表示, 即 $\tilde{Z}_{io} = \frac{1}{l} \sum_{k=1}^l \tilde{Z}_i^k$. 则灰色关联系数为:

$$\xi(\tilde{Z}_{io}, \tilde{Z}_i^k) = \frac{\min_k \min_i d^o(\tilde{Z}_{io}, \tilde{Z}_i^k) + \rho \max_k \max_i d^o(\tilde{Z}_{io}, \tilde{Z}_i^k)}{d^o(\tilde{Z}_{io}, \tilde{Z}_i^k) + \rho \max_k \max_i d^o(\tilde{Z}_{io}, \tilde{Z}_i^k)}$$

其中, ρ 为分辨系数, $0 < \rho < 1$. 则关联度为 $\gamma_{ok} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \xi(\tilde{Z}_{io}, \tilde{Z}_i^k)$.

为最大限度地使专家意见趋于一致, 依据在专家权重约束条件下确保专家意见与群体意见关联度最大原则和极大熵准则建立如下基于二次优化的专家权重计算:

$$\begin{aligned} & \max \left[\mu \sum_{k=1}^l (\beta_k \gamma_{ok})^2 - (1 - \mu) \sum_{k=1}^l \beta_k \ln k \right] \\ & \text{s.t.} \begin{cases} \sum_{k=1}^l \beta_k = 1 \\ \beta_k \geq \eta, k = 1, 2, \dots, l \end{cases} \end{aligned}$$

其中, $0 < \mu < 1$, 通常取 $\mu = 0.5$; $\beta_k \geq \eta$ 可保证专家均参与决策; η 作为临界值, 取值为:

$$\eta = \frac{1}{2l}$$

2.3 计算方案综合值

采用加权平均方式, 计算各方案的综合评价价值. 为保留专家对于属性的属性值的评价信息完整性, 本文将方案的综合评价价值先用区间直觉模糊数表示为:

$$\tilde{x}_i = \sum_{k=1}^l \beta_k \sum_{j=1}^n \omega_j^k \tilde{S}_{ij}^k$$

2.4 云相似度排序法

本研究认为各方案的综合评价价值即区间直觉模糊数近似服从正态分布, 可将各方案的综合评价价值转为 $C_i = (C_{i1}, C_{i2}) = ((Ex_{i1}, En_{i1}, He_{i1}), (Ex_{i2}, En_{i2}, He_{i2}))$, C_{i1} 为第 i 个方案的支持云模型, C_{i2} 为第 i 个方案的反对云模型. 通过比较各方案与正、负理想云模型的贴近期大小进行排序; 计算 C_{i1} 和 C_{i2} 的云相似度即为第 i 个方案的犹豫度 μ_i , 当第 i 个方案的支持云模型和反对云

模型越相似,那么第*i*个方案的犹豫度 μ_i 就越大.本文最终用云模型的数字特征来表达区间直觉模糊数,利用云相似度计算最后实现排序.

比较各方案的支持云模型和反对云模型的形状相似度、距离相似度和综合相似度和各支持云模型和反对云模型与正、负理想云模型的贴进度,可以得到每一个方案相对于正、负理想云模型的相似度和每一个方案的综合支持云模型和反对云模型的相似度即该方案的犹豫度.设两朵云为 $C_{i1} = (Ex_{i1}, En_{i1}, He_{i1})$ 和 $C_{i2} = (Ex_{i2}, En_{i2}, He_{i2})$,综合相似度也即犹豫度具体计算的步骤如下:

步骤 1. 基于正态云模型的形状相似度^[12] 计算:

$$Sim_{si}(C_{i1}, C_{i2}) = \frac{\min(\sqrt{En_{i1}^2 + He_{i1}^2}, \sqrt{En_{i2}^2 + He_{i2}^2})}{\max(\sqrt{En_{i1}^2 + He_{i1}^2}, \sqrt{En_{i2}^2 + He_{i2}^2})}$$

步骤 2. 基于正态云模型的距离相似度简化计算:

$$\left\{ \begin{array}{l} S^1 = \begin{bmatrix} ([0.7, 0.8], [0.1, 0.2]) & ([0.8, 0.9], [0.1, 0.3]) & ([0.5, 0.8], [0.0, 0.1]) & ([0.6, 0.8], [0.1, 0.2]) \\ ([0.6, 0.7], [0.2, 0.3]) & ([0.5, 0.7], [0.3, 0.4]) & ([0.7, 0.8], [0.1, 0.2]) & ([0.5, 0.6], [0.2, 0.3]) \\ ([0.5, 0.7], [0.3, 0.4]) & ([0.7, 0.8], [0.1, 0.2]) & ([0.5, 0.6], [0.2, 0.3]) & ([0.5, 0.7], [0.1, 0.2]) \end{bmatrix} \\ S^2 = \begin{bmatrix} ([0.6, 0.8], [0.1, 0.2]) & ([0.8, 0.9], [0.2, 0.3]) & ([0.6, 0.8], [0.0, 0.1]) & ([0.7, 0.8], [0.1, 0.2]) \\ ([0.6, 0.7], [0.2, 0.3]) & ([0.4, 0.6], [0.3, 0.4]) & ([0.6, 0.7], [0.1, 0.2]) & ([0.6, 0.7], [0.1, 0.2]) \\ ([0.4, 0.7], [0.0, 0.3]) & ([0.7, 0.8], [0.1, 0.2]) & ([0.5, 0.6], [0.1, 0.2]) & ([0.5, 0.7], [0.5, 0.6]) \end{bmatrix} \\ S^3 = \begin{bmatrix} ([0.6, 0.8], [0.1, 0.2]) & ([0.7, 0.9], [0.1, 0.2]) & ([0.7, 0.8], [0.1, 0.2]) & ([0.6, 0.7], [0.1, 0.2]) \\ ([0.6, 0.7], [0.2, 0.3]) & ([0.5, 0.6], [0.2, 0.3]) & ([0.6, 0.8], [0.3, 0.4]) & ([0.4, 0.6], [0.2, 0.3]) \\ ([0.5, 0.6], [0.1, 0.3]) & ([0.7, 0.8], [0.0, 0.2]) & ([0.5, 0.6], [0.1, 0.3]) & ([0.5, 0.7], [0.1, 0.3]) \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

步骤 2. 确定指标权重.

根据式 (2), 将区间直觉模糊数的决策矩阵转化为区间直觉模糊数的信息熵矩阵, 转换结果为:

$$\left\{ \begin{array}{l} h^1 = \begin{bmatrix} 0.384 & 0.329 & 0.293 & 0.408 & 0.452 \\ 0.576 & 0.700 & 0.384 & 0.626 & 0.827 \\ 0.700 & 0.384 & 0.626 & 0.461 & 0.510 \end{bmatrix} \\ h^2 = \begin{bmatrix} 0.408 & 0.384 & 0.286 & 0.384 & 0.452 \\ 0.452 & 0.735 & 0.452 & 0.452 & 0.859 \\ 0.417 & 0.384 & 0.490 & 0.776 & 0.542 \end{bmatrix} \\ h^3 = \begin{bmatrix} 0.408 & 0.329 & 0.384 & 0.452 & 0.452 \\ 0.576 & 0.626 & 0.613 & 0.613 & 0.776 \\ 0.542 & 0.314 & 0.542 & 0.510 & 0.520 \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

由式 (3) 可计算得到每位专家的决策矩阵对应的指标权重, 即:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega^1 = (0.183, 0.216, 0.231, 0.205, 0.165) \\ \omega^2 = (0.229, 0.199, 0.235, 0.184, 0.153) \\ \omega^3 = (0.201, 0.236, 0.199, 0.194, 0.170) \end{array} \right.$$

$$Sim_{di} = \frac{1}{\sqrt{(Ex_{i1} - Ex_{i2})^2 + (En_{i1} - En_{i2})^2 + (He_{i1} - He_{i2})^2}}$$

步骤 3. 计算云模型综合相似度即犹豫度 μ_i :

$$\mu_i = Sim_{ci} = Sim_{si} \times Sim_{di}$$

由此可以得到每一个方案的支持云和反对云模型的相似度即该方案的犹豫度 μ_i . 第一优先排序法则为贴进度, 贴进度越大, 则方案越优, 反之, 越次, 若贴进度相等, 则比较各方案的犹豫度, 犹豫度越低, 则方案越优.

3 算例

假设某企业对于应聘者进行考核面试时, 制定了 5 项较为核心的属性: X1 (个人思想素质)、X2 (工作态度)、X3 (文化水平和知识结构)、X4 (团队协作能力)、X5 (创新能力). 企业指定 3 位较为权威的管理者对 3 位应聘者甲、乙、丙分别进行评估, 评价价值均采用区间直觉模糊数.

步骤 1. 构造专家对各方案的决策矩阵, 即:

步骤 3. 确定专家权重.

根据得到的与每位专家的决策矩阵相对应的指标权重, 对每位专家的决策矩阵进行加权, 可得每名专家对各方案的综合评价和 3 位专家对方案的综合评价价值.

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{Z}^1 = \begin{bmatrix} [0.693, 0.846], [0.000, 0.209] \\ [0.573, 0.696], [0.209, 0.326] \\ [0.588, 0.755], [0.172, 0.290] \end{bmatrix} \\ \tilde{Z}^2 = \begin{bmatrix} [0.710, 0.846], [0.000, 0.209] \\ [0.547, 0.665], [0.159, 0.270] \\ [0.575, 0.755], [0.000, 0.314] \end{bmatrix} \\ \tilde{Z}^3 = \begin{bmatrix} [0.686, 0.833], [0.120, 0.224] \\ [0.527, 0.677], [0.235, 0.349] \\ [0.588, 0.710], [0.000, 0.288] \end{bmatrix} \\ \tilde{Z}_o = \begin{bmatrix} [0.697, 0.842], [0.000, 0.214] \\ [0.549, 0.680], [0.198, 0.313] \\ [0.584, 0.741], [0.000, 0.297] \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

计算得到各专家与群体意见的灰色关联系数, 即:

$$\xi^1 = \begin{bmatrix} 1.000 \\ 0.785 \\ 0.363 \end{bmatrix}; \xi^2 = \begin{bmatrix} 0.925 \\ 0.643 \\ 0.854 \end{bmatrix}; \xi^3 = \begin{bmatrix} 0.453 \\ 0.661 \\ 0.793 \end{bmatrix}$$

计算各个专家意见与群体意见的关联度, 即:

$$\gamma_{o1} = 0.716; \gamma_{o2} = 0.807; \gamma_{o3} = 0.636$$

二次优化模型通过 LINGO 软件可得到专家权重:

$$\beta_1 = 0.323; \beta_2 = 0.382; \beta_3 = 0.295$$

步骤 4. 计算各方案的综合评价价值, 即:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1 &= ([0.698, 0.843], [0.000, 0.213]) \\ \tilde{x}_2 &= ([0.550, 0.679], [0.195, 0.310]) \\ \tilde{x}_3 &= ([0.583, 0.743], [0.000, 0.298]) \end{aligned}$$

并得到正、负理想云模型. 将方案的综合评价价值转化为各方案的支持云和反对云模型, 即:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1 &= C_1 = ((0.770, 0.140, 0.014), (0.107, 0.036, 0.004)) \\ \tilde{x}_2 &= C_2 = ((0.614, 0.113, 0.011), (0.252, 0.019, 0.002)) \\ \tilde{x}_3 &= C_3 = ((0.663, 0.124, 0.012), (0.149, 0.050, 0.005)) \\ C^+ &= (0.770, 0.113, 0.011), C^- = (0.252, 0.050, 0.005) \end{aligned}$$

根据支持云模型与正理想云模型的形状和距离相似度, 得到各方案与正理想云模型的正相似度, 同样地可以得到各反对云模型与负理想云模型的负相似度, 从而得出方案相对于正负理想云模型的贴进度 (正相似度/(正相似度+负相似度)). 通过各方案的支持云和反对云的相似度可计算出方案的犹豫度, 见表 1.

表 1 方案排序结果

对象	Sim^+_{si}	Sim^+_{di}	正相似度	Sim^-_{si}	Sim^-_{di}	负相似度	贴进度	犹豫值	排序
甲	0.806	36.459	29.374	1.400	6.830	9.564	0.754	0.170	1
乙	1.000	6.416	6.416	2.602	32.508	84.585	0.071	0.063	3
丙	0.914	9.267	8.472	1.000	9.702	9.702	0.466	0.209	2

通过将各方案与正、负理想云模型进行对比, 由 Matlab 绘图可直观反映出正相似度和负相似度,

通过图 1 和图 2 的二维云图与图 3 和图 4 的三维云图可以直观看出各方案的支持云和反对云模型与正、负理想云的形状、距离相似度和综合相似度, 通过表 1 与图 1-图 4 的直客观结合可知排序优劣为甲>丙>乙. 再通过比较其他文献中的区间直觉模糊数的排序方式, 发现各方案的排序结果与本文的排序结果一致, 见表 2, 即甲>丙>乙. 表示本文的方法具有较强的有效性和可行性.

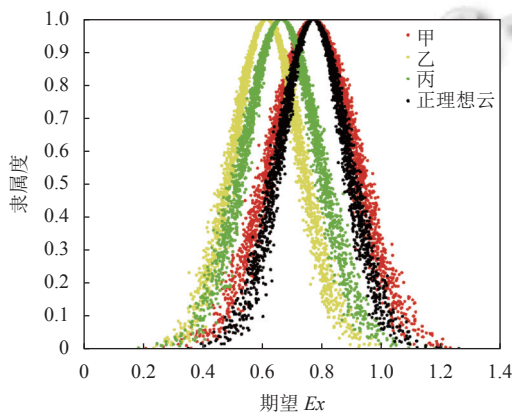


图 1 支持云与正理想云

文献 [13-15] 对于区间直觉模糊数的排序方法各有不同, 通过对 3 个相同的区间直觉模糊数进行排序,

所得到的结果都是甲>丙>乙, 可见本文所提出的决策方法具有较强的有效性和可行性. 本文所提出的新的排序方法, 相较于以上传统的通过得分函数和精确函数的数值来进行排序的方法, 考虑到了区间直觉模糊数其在某个中心波动的随机性, 当隶属度区间数和非隶属度区间数都服从正态分布时, 将利用云模型的 3En 规则将区间直觉模糊数转化为一个支持云模型和一个反对云模型, 这样一来不仅考虑到了决策信息的模糊性还考虑到了随机性, 而云模型正是在模糊数学和概率论的基础上建立的, 可以很好地将模糊性和随机性结合在一起. 在区间直觉模糊数的排序方法选择上, 本文通过比较各支持云模型和反对云模型与正、负理想云模型的相似度获得综合评价价值的贴进度, 通过比较一个方案中的支持云模型和反对云模型的相似度则可以得到该方案的犹豫度, 使得云模型从描述不确定信息的隶属度, 进而可以使支持云模型和反对云模型两者同时描述不确定信息的隶属度、非隶属度和犹豫度.

4 结论与展望

本文基于区间直觉模糊理论在决策过程中的优点, 将犹豫度和随机性融入其中, 利用云相似度计算方案的贴进度和犹豫度, 通过比较各个方案的相较于正理想云模型和负理想云模型的相似度得出整个方案的贴

近度, 随后比较各个方案的支持云模型和反对云模型得出各个方案的犹豫度, 并得到最终的决策结果. 选择的最优方案是该方案贴近度大且犹豫度小, 即综合评价价值高且不确定性小的方案, 研究结果仅是对于排序结果的理性排序, 着眼于现有的结果. 通过与其他区间直觉模糊数的排序方法进行对比, 可知通过云相似度方法对其进行排序同样具有有效性和科学性, 云模型在解决决策过程中的模糊性和随机性更胜一筹.

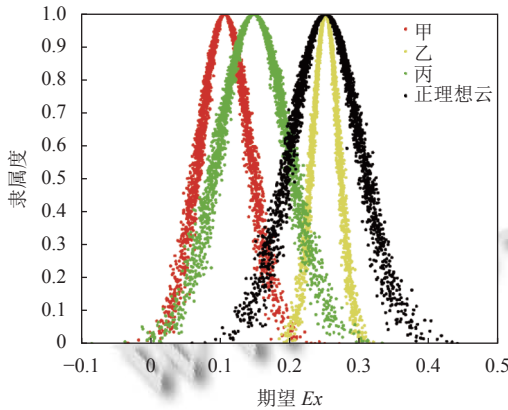


图2 反对云与负理想云

对于犹豫度大的方案, 可能会出现支持的隶属度和非隶属度一样大或差不多大, 即该方案的争议度较大, 支持和反对意见各执一方, 这可能会出现在对于新兴事物的发展的决策过程中, 对于新兴事物的抉择和判断是具有较大的争议性, 专家们对新兴事物的看法具有较大的不确定性, 但在实际过程中, 对于未来具有前瞻性的观点或方案还需另外考虑, 因此对于该决策

问题的研究还需考虑到决策者的偏好和具体的现实环境等. 除此, 对于多种混合评价信息的结合与转化还亟待研究, 本文只针对评价信息为区间直觉模糊数的群决策问题提出了一种新的基于云相似度的排序方法, 未来对于其他属性信息的融合还需深度探索.

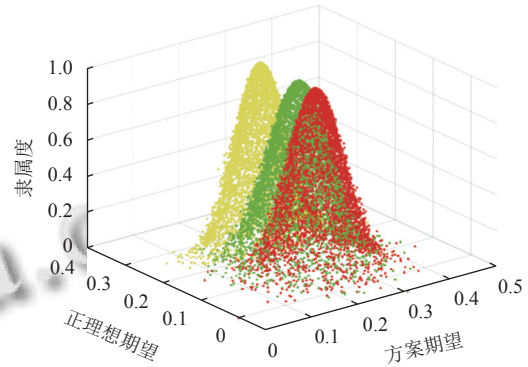


图3 支持云与正理想云三维云图

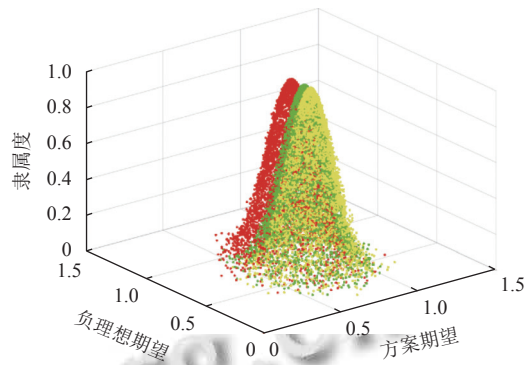


图4 反对云与负理想云三维云图

表2 对比结果

方法	对象	综合评价价值	贴近度和犹豫值公式或得分函数 $S(\alpha)$ 和精确函数 $A(\alpha)$ 公式	贴近度或 $S(\alpha)$	犹豫值或 $A(\alpha)$	排序
本文	甲	([0.698, 0.843], [0.000, 0.213])	$C = \frac{C^+}{C^+ + C^-}$ $\mu_i = Sim_{ci} = Sim_{si} \times Sim_{di}$	0.754	0.170	1
	乙	([0.550, 0.679], [0.195, 0.310])		0.071	0.063	3
	丙	([0.583, 0.743], [0.000, 0.298])		0.466	0.209	2
文献[13]	甲	([0.698, 0.843], [0.000, 0.213])	$S(\alpha) = \frac{(d-c)^2 - (b-a)^2 + 2(a+b)}{2(a+b+c+d)}$ $A(\alpha) = b+d - \frac{1}{2} \left[\frac{(b-a)^2}{b} + \frac{(d-c)^2}{d} \right]$	2.723	0.937	1
	乙	([0.550, 0.679], [0.195, 0.310])		2.127	0.955	3
	丙	([0.583, 0.743], [0.000, 0.298])		2.205	0.875	2
文献[14]	甲	([0.698, 0.843], [0.000, 0.213])	$S(\alpha) = \begin{cases} (a+0.6\Delta_1 - c - 0.4\Delta_2), a+b > c+d \\ (a+0.5\Delta_1 - c - 0.5\Delta_2), a+b = c+d \\ (a+0.4\Delta_1 - c - 0.6\Delta_2), a+b < c+d \end{cases}$ $A(\alpha) = \frac{a+b+c+d}{2(\Delta_1 + \Delta_2)}$ $\Delta_1 = b-a, \Delta_2 = d-c$	0.950	0.314	1
	乙	([0.550, 0.679], [0.195, 0.310])		0.481	0.211	3
	丙	([0.583, 0.743], [0.000, 0.298])		0.816	0.372	2
文献[15]	甲	([0.698, 0.843], [0.000, 0.213])	$S(\alpha) = \frac{a-c+b-d}{2}$ $A(\alpha) = \frac{a+b+c+d}{2}$	0.664	0.877	1
	乙	([0.550, 0.679], [0.195, 0.310])		0.362	0.867	3
	丙	([0.583, 0.743], [0.000, 0.298])		0.514	0.812	2

注: 本文使用贴近度和犹豫值公式, 文献[13-15]使用得分函数 $S(\alpha)$ 和精确函数 $A(\alpha)$ 公式

参考文献

- 1 Atanassov KT. Intuitionistic fuzzy sets: Theory and applications. Berlin: Springer, 1999. 1–137.
- 2 李德毅, 孟海军, 史雪梅. 隶属云和隶属云发生器. 计算机研究与发展, 1995, (6): 15–20.
- 3 李沃源, 乔剑敏. 基于区间直觉模糊集的双边匹配决策模型及应用. 模糊系统与数学, 2021, 35(3): 71–77.
- 4 汪恒, 兰培真. 区间直觉模糊集的港口水域船舶航行环境风险评价. 中国航海, 2021, 44(2): 38–44, 52. [doi: [10.3969/j.issn.1000-4653.2021.02.007](https://doi.org/10.3969/j.issn.1000-4653.2021.02.007)]
- 5 Giri SK, Garai T, Garg H, *et al.* Possibilistic mean of generalized non-linear intuitionistic fuzzy number to solve a price and quality dependent demand multi-item inventory model. Computational and Applied Mathematics, 2021, 40(4): 110. [doi: [10.1007/s40314-021-01497-4](https://doi.org/10.1007/s40314-021-01497-4)]
- 6 龚日朝, 马霖源. 基于区间直觉模糊数的得分函数与精确函数及其应用. 系统工程理论与实践, 2019, 39(2): 463–475. [doi: [10.12011/1000-6788-2017-0995-13](https://doi.org/10.12011/1000-6788-2017-0995-13)]
- 7 李德毅, 刘常昱, 杜鹃, 等. 不确定性人工智能. 软件学报, 2004, 15(11): 1583–1594.
- 8 刘国栋, 朱建军, 刘小弟. 基于灰色关联度-云模型的群评价数据质量改进方法及应用研究. 运筹与管理, 2021, 30(3): 144–150.
- 9 汪明武, 王霄, 龙静云, 等. 基于多维联系正态云模型的泥石流危险性评价. 应用基础与工程科学学报, 2021, 29(2): 368–375.
- 10 马正瑞, 李明, 张媛媛. 区间直觉模糊群决策方法及其在高校人才引进中的应用. 西安理工大学学报, 2020, 36(3): 412–423.
- 11 Zeng WR, Guo ZW, Zhang HY, *et al.* Fuzzy inference-based control and decision system for precise aeration of sewage treatment process. Electronics Letters, 2021, 57(3): 112–115. [doi: [10.1049/ell2.12082](https://doi.org/10.1049/ell2.12082)]
- 12 孙煜飞, 解嘉宇, 苏凯, 等. 军事信息系统项目军民融合决策评估模型. 系统工程理论与实践, 2018, 38(10): 2713–2720. [doi: [10.12011/1000-6788\(2018\)10-2713-08](https://doi.org/10.12011/1000-6788(2018)10-2713-08)]
- 13 潘芬萍, 龚日朝, 谭可星. 区间直觉模糊信息下的旅游项目多属性群决策方法. 统计与决策, 2021, 37(8): 173–176.
- 14 杨敏, 张仕斌, 张航. 基于新模糊熵和得分函数的区间直觉模糊多属性决策. 运筹与管理, 2021, 30(6): 63–68.
- 15 徐泽水. 区间直觉模糊信息的集成方法及其在决策中的应用. 控制与决策, 2007, 22(2): 215–219. [doi: [10.3321/j.issn:1001-0920.2007.02.020](https://doi.org/10.3321/j.issn:1001-0920.2007.02.020)]

(校对责编: 牛欣悦)