

基于 Elman 神经网络的 Stewart 平台位姿正解^①



何亚林, 赵新龙

(浙江理工大学 机械与自动控制学院, 杭州 310018)

通讯作者: 何亚林, E-mail: 813879620@qq.com

摘要: Stewart 平台广泛应用于运动模拟器、光学、精密定位等领域, 然而由于复杂的多元非线性使得位姿正解难以准确得到. 针对 Stewart 平台的位姿正解问题, 常规的方法比如迭代法和数值法存在初始值难以选取、计算速度较慢等问题, 提出了基于 Elman 神经网络的位姿正解方法. 首先建立 Stewart 平台支腿长度与平台位姿的运动学模型, 然后利用 Elman 神经网络来实现位姿正解的求解并实验验证. 该方法具有良好的动态特性, 精度高, 能够快速准确的实现 Stewart 平台位姿正解的求解. 实验证明了该方法的有效性.

关键词: Stewart 平台; 位姿正解; Elman 神经网络

引用格式: 何亚林, 赵新龙. 基于 Elman 神经网络的 Stewart 平台位姿正解. 计算机系统应用, 2020, 29(9): 95-101. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/7501.html>

Forward Kinematics Solution of Stewart Platform Based on Elman Neural Network

HE Ya-Lin, ZHAO Xin-Long

(Faculty of Mechanical Engineering and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: The Stewart platform is widely used in motion simulator, optics, precision positioning, and other fields. However, due to the complex multivariate nonlinearity, it is difficult to accurately obtain the forward kinematics solution. Aiming at the problem of forward kinematics solution of Stewart platform, conventional methods such as iterative method and numerical method have problems such as difficulty in selecting initial values and slow calculation speed, a forward kinematics solution method based on Elman neural network is proposed. First, the kinematics model of the leg length and platform kinematics of the Stewart platform is established, and then the Elman neural network is used to solve the forward kinematics solution and experimentally verify it. This method has sound dynamic characteristics, high accuracy, and can quickly and accurately solve the forward kinematics solution of Stewart platform. Experiments prove the effectiveness of the method.

Key words: Stewart platform; pose forward solution; Elman neural network

Stewart 微动平台由动平台、定平台和连杆通过铰链链接而成, 可以实现 6 自由度运动. 作为一种并联机构, 具有结构刚度大、位置精度高、载重比高等优点, 被广泛应用于电子元件生产中的夹持系统、精密机床中的刀具控制和钻铣等领域. Stewart 平台具有运动空间小、鲁棒性强、惯性小、运动精度高以及成本较低等优点, 同时具有较大的刚度和良好的定位能

力, 是串联机构所不能代替的. 从 Stewart 平台的控制方面看, Stewart 平台包含两个最基本的问题: 位姿正解和位姿反解. 位姿反解即 Stewart 的运动学反解是已知求解平台的位姿, 即已知 3 个线性坐标 X、Y、Z 和 3 个旋转坐标参量 α 、 β 、 γ ^[1], 求解平台的 6 个支腿长度. 位姿正解即 Stewart 的运动学正解则是已知平台的 6 个支腿长度求解平台位姿. 对 Stewart 平台来说, 运动

① 基金项目: 国家自然科学基金 (61273184)

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (61273184)

收稿时间: 2019-12-14; 修改时间: 2020-01-07; 采用时间: 2020-01-19; csa 在线出版时间: 2020-09-04

学反解的求解较容易求得,而运动学正解的求解比较困难^[2].位姿正解的求解对于 Stewart 平台空间分析、机构设计以及机构在故障中恢复均有重要作用^[3],因此,合理有效快速的位姿正解求解方法是十分必要的.然而,由于 Stewart 平台具有高耦合性、非线性等特点,其位姿正解的求解问题一直是一个难题.无法进行准确的位姿正解将使系统无法准确得知目前的平台运动状态,会导致产生较大误差或引起系统震荡等问题.

目前,位姿正解的求解方法主要有数值法和解析法两种.数值法^[4-7]采用迭代法进行求解,迭代法对迭代初值的要求较高,初值选择不当会导致迭代无法正常收敛,从而无法获得正确解.解析法^[8-10]是通过构建多组约束方程并消去未知数的方法,该法的求解过程较复杂、消元方法不确定,同时求解过程慢,无法满足实时控制的要求.近年来,基于智能算法的位姿正解方法引起学者的关注,刘伟锐等提出采用一种改进的粒子群算法求解并联机构的位姿正解^[11].张宗之等^[12]采用 BP 神经网络来对 Stewart 平台进行位姿正解,收敛速度较慢,容易陷入局部极值.

为了改进迭代法和解析法的缺点,首先建立 Stewart 平台支腿长度与平台位姿的运动学模型,然后利用 Elman 神经网络来实现位姿正解的求解并实验验证.该方法具有良好的动态特性^[13],精度高,能够快速准确的实现 Stewart 平台位姿正解的求解.

1 Stewart 平台运动学模型

Stewart 平台结构如图 1 所示,驱动器利用万向节和平台、底座链接,通过伸缩运动驱动动平台运动,从而在三维空间中实现 6 自由度的运动^[14].

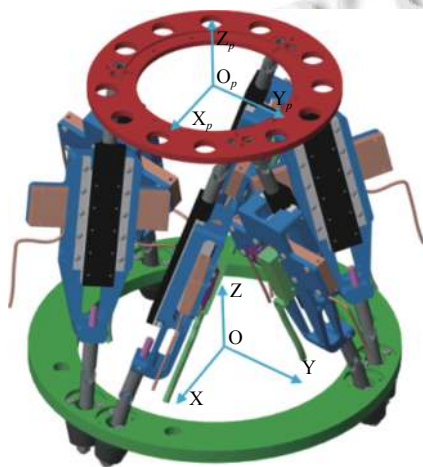


图 1 Stewart 平台结构图

建立动坐标系 $O_p-X_pY_pZ_p$ 和静坐标系 $O-XYZ$.两坐标系原点分别为动、静平台的质心,坐标平面 $O_pX_pY_p$ 与动平台重合,坐标平面 OXY 与静平台重合, Z_p 轴和 Z 轴垂直 OXY 平面竖直向上.

在对平台进行控制时,涉及到从任务空间至关节空间的转换,任务空间采用位姿 $q = [x_p \ y_p \ z_p \ \alpha \ \beta \ \gamma]^T$ 进行描述,关节空间采用 $l = [l_1 \ l_2 \ l_3 \ l_4 \ l_5 \ l_6]^T$ 进行描述.支腿 i 上端坐标为 $[P_{ix} \ P_{iy} \ P_{iz}]^T$,下端坐标为 $[O_{ix} \ O_{iy} \ O_{iz}]^T$,绕 Z 轴的偏转角 γ ,绕 Y 轴的俯仰角为 β ,绕 X 轴的滚动角为 α ,可以得到绕各轴转动的坐标变换矩阵

$$\begin{cases} R_Z(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ R_Y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \\ R_X(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \end{cases}$$

动平台相对于定平台的旋转矩阵为:

$$\begin{aligned} R &= R_Z(\gamma) \cdot R_Y(\beta) \cdot R_X(\alpha) \\ &= \begin{bmatrix} C\beta C\gamma & S\alpha S\beta C\gamma - C\alpha S\gamma & C\alpha S\beta C\gamma + S\alpha S\gamma & \\ C\beta S\gamma & S\alpha S\beta S\gamma + C\alpha C\gamma & C\alpha S\beta S\gamma - S\alpha C\gamma & \\ -S\beta & S\alpha C\beta & C\alpha C\beta & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

计算长度时,需要统一坐标系,即通过转换矩阵将动坐标系 $O_p-X_pY_pZ_p$ 中的坐标转换到静坐标系 $O-XYZ$ 中,变换矩阵为:

$$T = \begin{bmatrix} C\beta C\gamma & S\alpha S\beta C\gamma - C\alpha S\gamma & C\alpha S\beta C\gamma + S\alpha S\gamma & x_p \\ C\beta S\gamma & S\alpha S\beta S\gamma + C\alpha C\gamma & C\alpha S\beta S\gamma - S\alpha C\gamma & y_p \\ -S\beta & S\alpha C\beta & C\alpha C\beta & z_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中, $S\alpha = \sin \alpha$, $C\alpha = \cos \alpha$,其他类似. x_p 、 y_p 、 z_p 表示动坐标系原点在静坐标系中的坐标.将动坐标系中的坐标转换至静坐标系后为:

$$[P'_{ix} \ P'_{iy} \ P'_{iz} \ 1]^T = T [P_{ix} \ P_{iy} \ P_{iz} \ 1]^T \quad (3)$$

根据支腿两端坐标,可得支腿长度为:

$$l_i = \sqrt{(P'_{ix} - O_{ix})^2 + (P'_{iy} - O_{iy})^2 + (P'_{iz} - O_{iz})^2}, (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (4)$$

从数学模型可见,6条支腿长度 $l = [l_1 \ l_2 \ l_3 \ l_4 \ l_5 \ l_6]^T$ 与位姿 $q = [x_p \ y_p \ z_p \ \alpha \ \beta \ \gamma]^T$ 之间的关系可以用 6 个结构相同的非线性方程表示:

$$\begin{cases} f_1(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, l_1) = 0 \\ f_2(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, l_2) = 0 \\ f_3(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, l_3) = 0 \\ f_4(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, l_4) = 0 \\ f_5(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, l_5) = 0 \\ f_6(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, l_6) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

对式(5)所示的方程组进行求解, 就可以得到平台的位姿参数, 即得到动平面对应的动坐标系 $O_p-X_p Y_p Z_p$ 原点 O_p 的坐标 (x_p, y_p, z_p) 和动平台的欧拉角 $(\alpha \beta \gamma)$.

由式(5)可得, Stewart 平台的模型是由 6 个多元非线性方程构成, 无法通过常规的公式推导进行简化和求解. 在实际应用中, 由于模型失配、测量误差等, 所建立的非线性方程组不完全守恒, 从而会造成求解失败的现象. Elman 神经网络作为一种具有局部记忆单元和局部反馈连接的递归神经网络^[10], 具有良好的动态特性, 收敛速度快, 因此, 基于 Elman 神经网络建立 Stewart 平台的位姿正解模型.

2 基于 Elman 神经网络的 Stewart 平台位姿正解

Elman 神经网络的网络结构一般分为 4 层: 输入层、输出层(中间层)、承接层和输出层. 输入层、隐含层、输出层的连接类似于前馈式网络, 输入层的单元仅起信号传输作用, 输出层单元起线性加权作用. 隐含层单元的传递函数可采用线性或者非线性函数, 承接层又称为上下文层或者状态层, 它用来记忆隐含层单元前一时刻的输出值并返回给网络的输入, 可以认为是一个一步延时算子. Elman 神经网络的网络结构如图 2 所示.

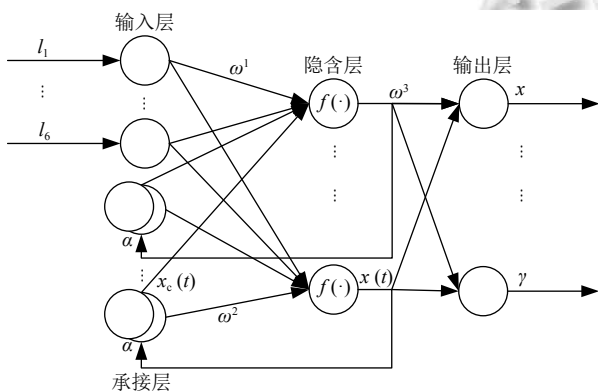


图 2 Elman 神经网络结构图

采用 Elman 神经网络进行位姿正解时, 输入为 6 条支腿长度 $u = [l_1 \ l_2 \ l_3 \ l_4 \ l_5 \ l_6]^T$, 输出为位姿 $y = [x_p \ y_p \ z_p$

$\alpha \beta \gamma]^T$.

数学模型可以表示为:

$$x(k) = f(\omega^2 x_c(k) + \omega^1 u(k-1)) \quad (6)$$

$$x_c(k) = \alpha x_c(k-1) + x(k-1) \quad (7)$$

$$\hat{y}(k) = g(\omega^3 x(k)) \quad (8)$$

其中, α 为增益因子, $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 为激活函数, $k = 2, 3, \dots, n$, n 为样本数.

Elman 神经网络的输出可表示为:

$$\hat{y}(k) = \omega^3 x(k) \quad (9)$$

学习指标函数为:

$$E = \frac{1}{2} (y(k) - \hat{y}(k))^T (y(k) - \hat{y}(k)) \quad (10)$$

神经网络的权重更新公式为:

$$W(k+1) = W(k) + \eta \left(-\frac{\partial E}{\partial W} \right) \quad (11)$$

其中, $W = [\omega_{jq}^1, \omega_{jl}^2, \omega_{ij}^3]$, ω_{jq}^1 为输入层节点 q 与隐含层节点 j 之间的权重; ω_{jl}^2 为承接层节点 l 与隐含层节点 j 之间的权重; ω_{ij}^3 为隐含层节点 j 与输出层节点 i 之间的权重. η 为学习因子, 为正数.

学习指标 E 关于 ω_{ij}^3 的偏导数为:

$$\frac{\partial E}{\partial \omega_{ij}^3} = -(y^i(k) - \hat{y}^i(k)) \frac{\partial \hat{y}^i(k)}{\partial \omega_{ij}^3} = -\varphi_i^o x_j(k) \quad (12)$$

其中, $\varphi_i^o = (y^i(k) - \hat{y}^i(k)) g'_i(\cdot)$, $i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$.

同理, 学习指标 E 关于 ω_{jl}^2 的偏导数为:

$$\frac{\partial E}{\partial \omega_{jl}^2} = \sum_{i=1}^m (-\varphi_i^o \omega_{ij}^3) \frac{\partial x_j(k)}{\partial \omega_{jl}^2}, \quad l = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

$\partial x_j(k) / \partial \omega_{jl}^2$ 可由下式得到:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_j(k)}{\partial \omega_{jl}^2} &= \frac{\partial}{\partial \omega_{jl}^2} f_j \left(\sum_{l=1}^n \omega_{jl}^2 x_{c,l}(k) + \sum_{q=1}^r \omega_{jq}^1 u_q(k-1) \right) \\ &= f'_j(\cdot) \left(x_{c,j}(k) + \sum_{l=1}^n \omega_{jl}^2 \frac{\partial x_{c,l}(k)}{\partial \omega_{jl}^2} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

若不考虑 $x_c(k)$, 式(14)可写为:

$$\frac{\partial x_j(k)}{\partial \omega_{jl}^2} = f'_j(\cdot) x_l(k-1) + \alpha \frac{\partial x_j(k-1)}{\partial \omega_{jl}^2} \quad (15)$$

同理, 学习指标 E 关于 ω_{jq}^1 的偏导数为:

$$\frac{\partial E}{\partial \omega_{jq}^1} = \frac{\partial E}{\partial x_j(k)} \frac{\partial x_j(k)}{\partial \omega_{jq}^1} = -\varphi_j^h u_q(k-1) \quad (16)$$

其中,

$$\varphi_j^h = \sum_{i=1}^m (\varphi_i^o \omega_{ij}^3) f_j'(\cdot), q = 1, 2, \dots, r \quad (17)$$

3 Elman 神经网络训练与验证

图3所示为本次的实验对象 Stewart 平台。



图3 Stewart 平台

3.1 Stewart 平台参数

根据表1和表2的 Stewart 平台参数, 圆上任意一点坐标计算公式:

$$\begin{cases} x' = r' * \cos \alpha' \\ y' = r' * \sin \alpha' \end{cases} \quad (18)$$

其中, x' 、 y' 分别代表任意一点在圆上的 X 、 Y 轴坐标, r' 为圆半径, α' 为任意一点与圆心的连线与 X 轴之间的角度. 可得支腿各个连接点在静平台坐标系中的初始坐标如表3、表4. 参数化模型如图4所示.

表1 Stewart 平台尺寸参数

| 内容 | 平台半径(mm) | 连接点个数 | 支腿初始长度(mm) |
|-----|----------|-------|------------|
| 动平台 | 200 | 6点对称 | 210 |
| 静平台 | 281 | 6点对称 | |

表2 Stewart 平台支腿连接点位置参数 (单位: °)

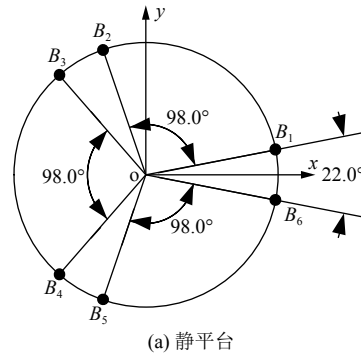
| 连接点位置 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-------|----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 动平台 | 49 | 71 | 169 | 191 | 289 | 311 |
| 静平台 | 11 | 109 | 131 | 229 | 251 | 349 |

表3 支腿动平台连接点坐标

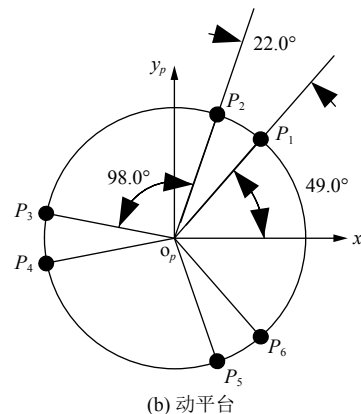
| 动平台连接点 | 坐标(mm) |
|--------|--|
| P_1 | (131.211 805 80, 150.941 916 04, 190) |
| P_2 | (65.113 630 89, 189.103 715 12, 190) |
| P_3 | (-196.325 436 69, 38.161 799 08, 190) |
| P_4 | (-196.325 436 69, -38.161 799 08, 190) |
| P_5 | (65.113 630 89, -189.103 715 12, 190) |
| P_6 | (131.211 805 80, -150.941 916 04, 190) |

表4 支腿静平台连接点坐标

| 静平台连接点 | 坐标(mm) |
|--------|---------------------------------------|
| B_1 | (275.837 238 55, 56.617 327 70, 0) |
| B_2 | (-91.484 651 40, 265.690 719 74, 0) |
| B_3 | (-184.352 587 15, 212.073 392 04, 0) |
| B_4 | (-184.352 587 15, -212.073 392 04, 0) |
| B_5 | (-91.484 651 40, -265.690 719 74, 0) |
| B_6 | (275.837 238 55, -56.617 327 70, 0) |



(a) 静平台



(b) 动平台

图4 Stewart 平台参数化模型

3.2 Elman 神经网络训练及验证

Elman 神经网络模型结构选择为 6-5-6, 输入为支腿长度 $u = [l_1 \ l_2 \ l_3 \ l_4 \ l_5 \ l_6]^T$, 输出为位姿 $y = [x_p \ y_p \ z_p \ \alpha \ \beta \ \gamma]^T$, 隐含层使用 Sigmoid 函数, 输出层使用 Purelin 线性传递函数, 样本通过位姿反解求得.

根据表5, 可选取运动函数为:

$$\begin{cases} f_x(t) = 20 \sin t \\ f_y(t) = 20 \sin t \\ f_z(t) = 10 \sin t \\ f_\alpha(t) = 0.13 \sin t \\ f_\beta(t) = 0.13 \sin t \\ f_\gamma(t) = 0.21 \sin t \end{cases} \quad (19)$$

对应的 6 个支腿长度变化曲线如图5所示.

最终结果如图6与图7所示, 分别为 X、Y、Z 和

α 、 β 、 γ 方向上的 Elman 神经网络输出与实际输出图, 图中黑色虚线代表 Elman 神经网络输出, 绿色点虚线代表实际输出, 误差统计见表 6. 图 8 与图 9 分别表示 X、Y、Z 和 α 、 β 、 γ 方向上的误差图.

表 5 Stewart 平台运动范围参数

| 主动轴 | 运动范围 |
|----------------------|---------------------------------|
| X、Y轴 | ± 22.5 mm |
| Z轴 | ± 12.5 mm |
| α 、 β 轴 | $\pm 7.5^\circ (\pm 0.13$ rad) |
| γ 轴 | $\pm 12.5^\circ (\pm 0.21$ rad) |

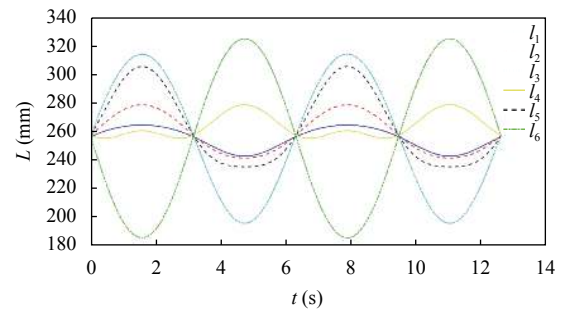
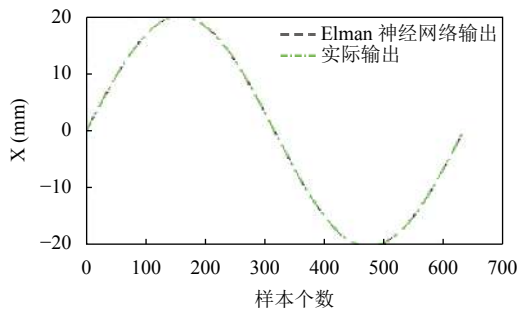
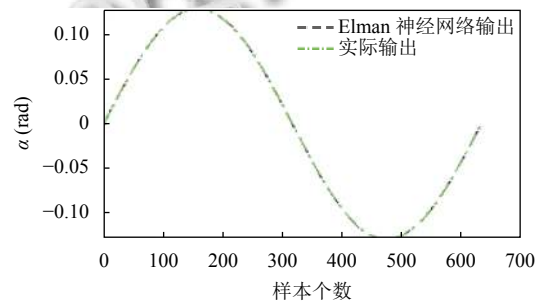


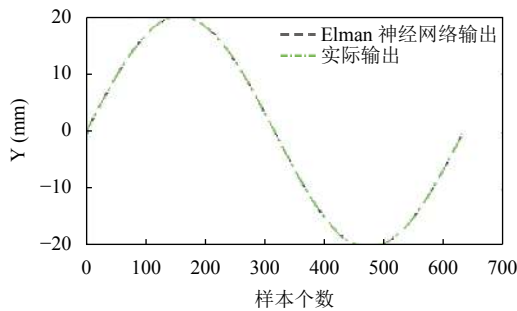
图 5 样本支腿长度变化图



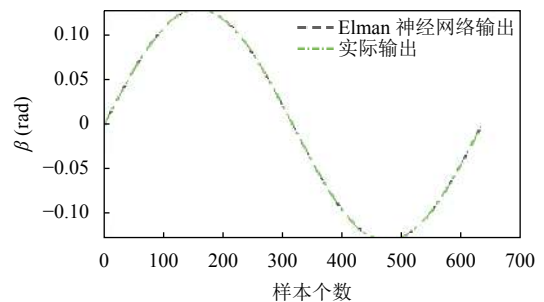
(a) X 方向输出结果



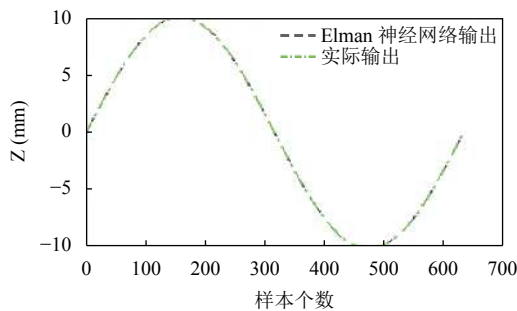
(a) α 方向输出结果



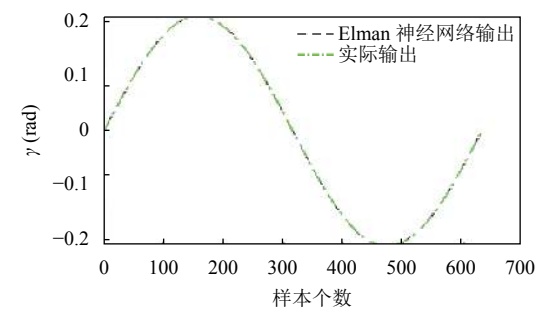
(b) Y 方向输出结果



(b) β 方向输出结果



(c) Z 方向输出结果



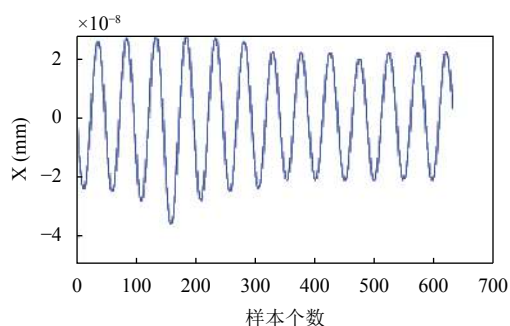
(c) γ 方向输出结果

图 6 X、Y、Z 输出结果

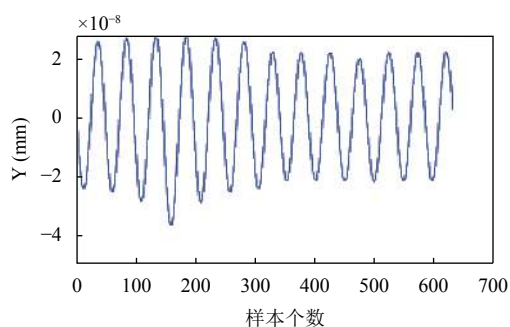
图 7 α 、 β 、 γ 输出结果

表 6 Elman 神经网络输出结果误差统计

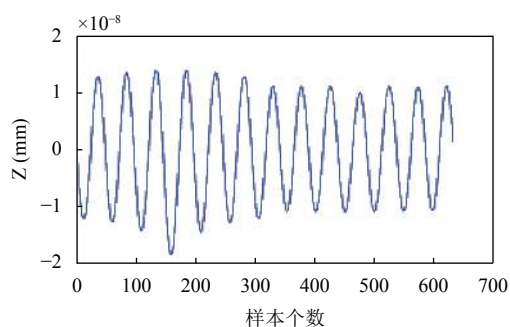
| 参数 | X轴方向 | Y轴方向 | Z轴方向 | α 轴方向 | β 轴方向 | γ 轴方向 |
|------|--|---|---|--|--|--------------------------------------|
| 误差均值 | 3.511×10^{-9} mm | 3.462×10^{-9} mm | 1.745×10^{-9} mm | 2.3×10^{-11} rad | 2.3×10^{-11} rad | 3.7×10^{-11} rad |
| 均方误差 | 4.9258×10^{-15} mm ² | 4.769×10^{-15} mm ² | 1.171×10^{-15} mm ² | 1.3×10^{-12} rad ² | 1.3×10^{-12} rad ² | 2×10^{-12} rad ² |



(a) X 方向误差



(b) Y 方向误差

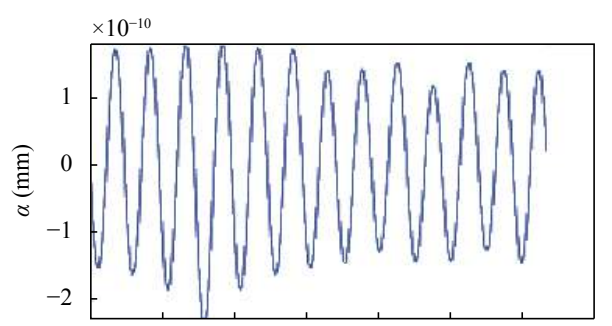


(c) Z 方向误差

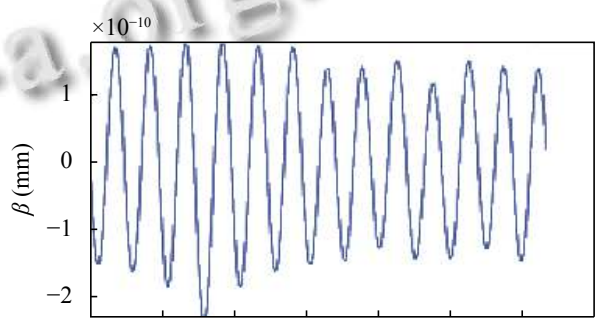
图8 X、Y、Z 误差

4 结论

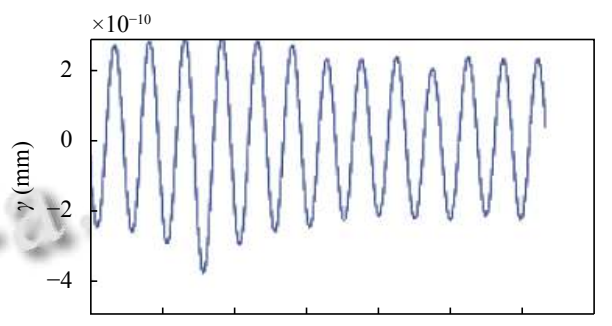
由于 Stewart 平台的位姿正解方程组由 6 个多元非线性方程构成, 普通方法难以得位姿正解. 更快更准确地求出其位姿有助于对 Stewart 平台的分析. 根据平台结构与其运动学模型建立了相应动平台与静平台坐标系, 用以描述支腿各连接点位置坐标和平台位姿, 通过坐标法表示运动位姿与支腿长度之间的关系. 建立了模型基于 Elman 神经网络的 Stewart 平台位姿正解模型, 对网络进行训练和实验验证. 实验结果表明: 基于 elman 神经网络的 Stewart 平台位姿正解方法对于 Stewart 平台的位姿正解问题效果良好, 位移误差和旋转角度误差范围都在 $10^{-7} \sim 10^{-9}$ mm 左右, 精准度高, 验证了该法的有效性.



(a) α 方向误差值



(b) β 方向误差值



(c) γ 方向误差值

图9 α 、 β 、 γ 误差

参考文献

- 1 陈海龙, 汪伟, 王小兵, 等. Stewart 平台六自由度位姿方程的改进数值解法研究. 机床与液压, 2014, 42(3): 47-50. [doi: 10.3969/j.issn.1001-3881.2014.03.013]
- 2 Lopes AM. Dynamic modeling of a Stewart platform using the generalized momentum approach. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2009, 14(8):

- 3389–3401. [doi: [10.1016/j.cnsns.2009.01.001](https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2009.01.001)]
- 3 刘兴芳. 六自由度并联平台的运动学分析与结构参数优化 [硕士学位论文]. 太原: 中北大学, 2018.
- 4 Nanua P, Waldron KJ, Murthy V. Direct kinematic solution of a Stewart platform. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1990, 6(4): 438–444. [doi: [10.1109/70.59354](https://doi.org/10.1109/70.59354)]
- 5 Yang JF, Xu ZB, Wu QW, *et al.* Dynamic modeling and control of a 6-DOF micro-vibration simulator. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, 104: 350–369. [doi: [10.1016/j.mechmachtheory.2016.06.011](https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2016.06.011)]
- 6 Lee KM, Shah D. Kinematic analysis of a three degrees of freedom in-parallel actuated manipulator. *Proceedings of 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Raleigh, NC, USA. 1987. 345–350.
- 7 Puglisi LJ, Saltaren RJ, Rey Portolés G, *et al.* Design and kinematic analysis of 3PSS-1S wrist for needle insertion guidance. *Robotics and Autonomous Systems*, 2013, 61(5): 417–427. [doi: [10.1016/j.robot.2013.02.001](https://doi.org/10.1016/j.robot.2013.02.001)]
- 8 Sayevand K, Jafari H. On systems of nonlinear equations: Some modified iteration formulas by the homotopy perturbation method with accelerated fourth- and fifth-order convergence. *Applied Mathematical Modelling*, 2016, 40(2): 1467–1476. [doi: [10.1016/j.apm.2015.06.030](https://doi.org/10.1016/j.apm.2015.06.030)]
- 9 Niu XM, Gao GQ, Liu XJ, *et al.* Dynamics and control of a novel 3-DOF parallel manipulator with actuation redundancy. *International Journal of Automation and Computing*, 2013, 10(6): 552–562. [doi: [10.1007/s11633-013-0753-6](https://doi.org/10.1007/s11633-013-0753-6)]
- 10 Mohammed AM, Li S. Dynamic neural networks for kinematic redundancy resolution of parallel Stewart platforms. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, 46(7): 1538–1550. [doi: [10.1109/TCYB.2015.2451213](https://doi.org/10.1109/TCYB.2015.2451213)]
- 11 刘伟锐, 赵恒华. 改进粒子群算法在并联机构位置正解中的应用. *机械设计与制造*, 2014, (2): 181–183. [doi: [10.3969/j.issn.1001-3997.2014.02.056](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-3997.2014.02.056)]
- 12 张宗之, 秦俊奇, 陈海龙, 等. 基于BP神经网络的Stewart平台位姿正解算法研究. *机械传动*, 2015, 39(6): 54–57.
- 13 Zhang Y, Wang XP, Tang HM. An improved Elman neural network with piecewise weighted gradient for time series prediction. *Neurocomputing*, 2019, 359: 199–208. [doi: [10.1016/j.neucom.2019.06.001](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2019.06.001)]
- 14 Lin PP, She JH, Wu M, *et al.* Decoupling control for parallel robot based on equivalent-input-disturbance approach. *Proceedings of 2017 29th Chinese Control and Decision Conference*. Chongqing, China. 2017. 4895–4900.