

# 基于节点相似性的加权复杂网络 BGLL 社团检测方法<sup>①</sup>



贾郑磊<sup>1</sup>, 谷林<sup>1</sup>, 高智勇<sup>2</sup>, 谢军太<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(西安工程大学 计算机科学学院, 西安 710048)

<sup>2</sup>(西安交通大学 中国西部质量科学与技术研究院, 西安 710049)

通讯作者: 谷林, E-mail: 396500021@qq.com

**摘要:** 针对加权复杂网络中的重叠社团检测问题, 提出了一种面向加权网络的基于 Jaccard 系数的 BGLL 模块密度优化算法 (Modularity Density and Jaccard Based BGLL, DBGLLJ). 利用节点重要度重构网络, 根据模块度增益作为阶段函数和模块密度增益作为目标函数进行网络硬划分, 并提出了结合改进的 Jaccard 系数的重叠检测方法. 为验证算法, 选择了 3 种算法在 LFR 网络和真实网络中进行测试, 结果表明: 在标准 LFR 网络和真实网络中, DBGLLJ 算法检测效果较优, 具有较高的重叠模块度以及重叠检测准确性, 且运算效率较好. 将所提算法应用于现实复杂机电系统因效性网络, 重叠检测结果较好, 具有较高的参考价值.

**关键词:** 加权复杂网络; 重叠社团检测; 节点重要度; Jaccard 系数; 模块密度

引用格式: 贾郑磊, 谷林, 高智勇, 谢军太. 基于节点相似性的加权复杂网络 BGLL 社团检测方法. 计算机系统应用, 2019, 28(2): 201-206. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/6785.html>

## BGLL Community Detection for Weighted Complex Network Based on Node Similarity

JIA Zheng-Lei<sup>1</sup>, GU Lin<sup>1</sup>, GAO Zhi-Yong<sup>2</sup>, XIE Jun-Tai<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(School of Computer Science, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048, China)

<sup>2</sup>(Western China Institute of Quality Science and Technology, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of weighted overlapping community detection in complex network, the DBGLLJ (modularity Density and Jaccard based BGLL) method for weighted network is proposed. The network is firstly reconstructed by the importance of node, and then the network is divided into a series of segment according to the modularity gain and the module density gain as the phase function. The overlapping detection method combined with the improved Jaccard index is also proposed. In order to verify the proposed method, three algorithms were selected for testing in LFR networks and real-life networks. The results show that DBGLLJ method is better than the others in standard LFR networks and real-life networks, and has higher overlapping modularity which shows the effectiveness and accuracy of the proposed method. The proposed method is also applied to the reality network of the complex electromechanical system. The overlapping detection result is better and has higher reference value.

**Key words:** weighted complex network; overlapping community detection; node importance; Jaccard index; modularity density

现实世界中许多系统都可以用复杂网络表示, 社团结构是复杂网络的重要特征之一, 研究社团结构能够帮助了解网络的内部结构及特性, 评估和预测网络的功能. 目前研究者们提出的社团检测算法大多面向

① 收稿时间: 2018-08-16; 修改时间: 2018-09-18; 采用时间: 2018-09-29; csa 在线出版时间: 2019-01-28

无权网络,主要分为全局算法<sup>[1-10]</sup>和局部算法<sup>[11-15]</sup>,而对于加权网络中社团结构检测的研究还相对较少.全局算法能够较均衡地利用各节点间信息,但是一般时间复杂度较高,只能实现局部收敛;局部算法一般具有较低的时间复杂度,但是检测结果容易受到起始点及随机传播过程的影响.同时,在许多现实复杂网络系统中,节点往往具有多个属性,使得节点可能属于多个社团,这种重叠现象使得能够充分利用全局和局部信息重叠社团检测方法具有更大的实用价值.

目前,已有的全局算法和局部算法均各有优缺点.

基于全局信息的模块度优化社团检测算法最早是文献[1,2]提出的基于边介数的GN分裂算法以及衡量指标模块度,但是算法的时间复杂度较高;文献[4]提出贪婪最大化模块度的FN凝聚算法,在一定程度上降低了算法的时间复杂度;文献[6]提出了基于模块度增益的层次性贪婪BGLL算法,该算法在稀疏网络上的时间复杂度是线性的,适用于大型网络,是目前最优的模块度优化算法.但传统方法无法直接实现重叠社团的准确检测,易受节点顺序影响,存在分辨率限制<sup>[10]</sup>以及缺乏重叠结构检测手段.

基于局部信息重叠社团检测经典算法是文献[11]提出的LFM算法,但是该方法基于随机种子节点,划分结果质量取决于种子节点.文献[12]提出基于说话者—听话者动态交互模式的改进的标签传播算法(SLPA),该方法能够同时发现重叠结点和重叠社团,但是算法结果并不稳定.

目前仍缺乏能够兼顾重叠与层次、时间复杂度与计算准确度的稳定性高的方法.

本文针对加权复杂网络中的重叠社团检测问题,首先利用节点重要度重构网络,然后运用加权BGLL算法,以模块度增益作为迭代终止条件,最后结合加权节点与社团相似度实现重叠社团检测,并与传统BGLL算法和目前性能较好的SLPA算法进行准确率分析对比,探讨本文所提方法的优势.

## 1 BGLL加权网络重叠社团检测及其改进

### 1.1 改进的BGLL社团检测算法

BGLL算法在稀疏网络上具有时间复杂度线性的优势,算法结果稳定,社团检测结果较准确,计算简单且易于实现,使该算法具有较大的应用空间和较高的应用价值.

本文在BGLL算法的基础上进行了改进,针对节

点顺序敏感问题以及分辨率限制提出了加权节点重要度计算方法和升序排序策略并增加模块度作为算法终止条件,在充分利用全局和局部信息的同时,提高了算法的运算准确度和寻优排序速度.

设节点*i*的度为*d(i)*,权值为*w(i)*,聚集系数为*c(i)*,加权节点重要度为*I(i)<sub>w</sub>*,计算方法如下:

$$I(i)_w = \alpha d(i)w(i) + (1 - \alpha)c(i) \quad (1)$$

$\alpha$ 在0到1之间,实验发现当 $\alpha$ 为0.5时能较好的兼顾节点权重和网络聚集程度,故 $\alpha$ 取值为0.5.

对于加权网络,模块度增益采用增强模块度增益<sup>[6]</sup>,设*m*为网络中所有边的权重和,*k<sub>i</sub>*为节点*i*上所有边的权重和,*k<sub>i,in</sub>*为节点*i*到某社团中所有节点的边的权重和, $\sum_{in}$ 为某社团内部节点间连边的权重和, $\sum_{tot}$ 为某社团中节点与网络中所有节点连边的权重和, $\Delta Q_w$ 为模块度增益,计算方法如下:

$$\Delta Q_w = \left[ \frac{\sum_{in} + k_{i,in}}{2m} - \left( \frac{\sum_{tot} + k_i}{2m} \right)^2 \right] - \left[ \frac{\sum_{in}}{2m} - \left( \frac{\sum_{tot}}{2m} \right)^2 - \left( \frac{k_i}{2m} \right)^2 \right] \quad (2)$$

对于加权网络,模块密度采用通用模块密度<sup>[14]</sup>,设*k*为社团个数,*V*为社团*i*内节点个数,*d<sub>i</sub><sup>in</sup>*为社团*i*内节点连边的权重和,*d<sub>i</sub><sup>out</sup>*为社团*i*内点与社团*i*外节点的边的权重和,*D*为模块密度,计算方法如下:

$$D = 2 \sum_{i=1}^k \frac{\lambda d_i^{in} - (1 - \lambda) d_i^{out}}{V} \quad (3)$$

参数 $\lambda$ 在0~1之间,调节 $\lambda$ 可以分析复杂网络的拓扑结构和层次结构:若 $\lambda$ 为0.5则表示*D*为模块密度,若 $\lambda$ 为0则表示*D*为比率割集,若 $\lambda$ 为1则表示*D*为比率关联.本文使用模块密度,因此采用 $\lambda$ 为0.5.

### 1.2 改进的Jaccard相似度

为了充分利用全局和局部信息,采用局部相似性度量Jaccard系数来衡量节点间的相似度.针对重叠社团检测问题,提出了加权节点间相似度计算方法以及加权节点与社团相似度计算方法.

节点间的加权相似度在无权Jaccard节点间相似度<sup>[15]</sup>的基础上考虑了节点间相关权重,设节点*i*的邻居集合为*nbs(i)*,节点*j*的邻居集合为*nbs(j)*,*w<sub>ih</sub>*,*w<sub>jh</sub>*为两节点与两节点公共邻居节点*h*的边权,节点*i*和节点*j*的无权Jaccard节点间相似度为*J(i,j)*,节点*i*和节点*j*的加权Jaccard节点间相似度为*J<sub>w</sub>(i,j)*,计算方法如下:

$$J(i, j) = \frac{|(nbs(i) + i) \cap (nbs(j) + j)|}{\min(nbs(i) + i, nbs(j) + j)} \quad (4)$$

$$J_w(i, j) = J(i, j) \exp\left(-10 \frac{|\sum w_{ih} - \sum w_{jh}|}{\min(\sum w_{ih}, \sum w_{jh})}\right) \quad (5)$$

设节点  $i$  为网络中节点, 节点  $j$  属于社团  $C$ , 节点  $i$  与社团  $C$  间的加权 Jaccard 相似度为  $J_w(i, C)$ , 计算方法如下:

$$J_w(i, C) = \max(J_w(i, j)), j \in C \quad (6)$$

### 1.3 重叠结构判断

用于判断网络中的节点与社团是否存在重叠结构, 实现方式如下: 将改进的 BGLL 社团检测算法运算得到的社团检测结果进行网络中各节点与各社团加权 Jaccard 相似度计算, 根据计算结果的值判断是否检测到重叠结构. 如果对以上运算的结果直接进行重叠结构判断, 设  $\gamma$  是网络内各节点与各社团加权 Jaccard 相似度计算结果, 节点  $i$  为网络内任意节点,  $C_j, C_k$  是改进的 BGLL 社团检测算法检测结果中的社团,  $\gamma$  的计算如下:

$$\gamma = J_w(i, C_j) - J_w(i, C_k) \quad (7)$$

然后用  $\gamma$  和给定的阈值  $r$  比较, 有两种情况:

$$\gamma \leq r \quad (8)$$

$$\gamma > r \quad (9)$$

如果  $\gamma$  小于等于给定的阈值  $r$ , 表示检测到重叠点, 就把当前节点保存到对应的社团中. 如果  $\gamma$  的值大于  $r$ , 则表示没有检测到重叠结构. 实验发现, 当节点或连接关系较多时, 为了在较大层次上检测到重叠社团且在一定程度上避免过重叠,  $r$  取 0.1 结果较好, 故采用  $r=0.1$ .

## 2 DBGLLJ 加权重叠社团检测算法

为了在加权复杂网络中检测出重叠社团, 详细的 DBGLLJ 算法设计如算法 1.

#### 算法 1. DBGLLJ 加权重叠社团检测算法

- (1) 社团初始化: 把每个节点单独作为一个社团;
- (2) 节点预处理: 根据节点重要度对节点排序;
- (3) 第一阶段:
  - 1) 根据节点重要度序列遍历各节点;
  - 2) 遍历当前节点的邻居节点序列;
  - 3) 计算各邻居节点加入当前节点所在社团前后的模块度增益, 选取邻居节点中模块度增益最大值并记录对应邻居节点;
  - 4) 若最大模块度增益大于 0, 则进行社团合并, 从原社团中删除该邻

居结点, 进行步骤 (3) 的 2); 若最大模块度增益不大于 0, 则从步骤 (3) 的 1) 遍历下一节点; 若节点序列遍历完, 则进入第二阶段;

(4) 第二阶段:

- 1) 计算上一次迭代社团检测结果的模块密度;
- 2) 把上次迭代检测出的社团作为节点从步骤 (1) 到步骤 (3) 重新开始迭代;
- 3) 计算迭代后的模块密度, 如果迭代前后的模块密度增益大于 0, 则继续进行步骤 (4); 如果模块密度增益不大于 0, 则结束迭代, 执行步骤 (5);

(5) 重叠结构检测:

- 1) 根据改进的 Jaccard 相似度计算原始网络节点间相似度;
- 2) 在检测结果的基础上, 根据节点间加权 Jaccard 相似度计算各节点与迭代后各社团的加权 Jaccard 相似度;
- 3) 根据预设的重叠检测阈值得到重叠检测结果;
- (6) 算法结束.

上述算法既可以检测非重叠社团, 还可以判断是否检测重叠结构, 如果判断为检测到重叠结构, 就把当前加权重叠社团检测结果保存并展示出来, 如果仅仅检测非重叠社团, 则可简化该算法, 省略第 (5) 步.

## 3 实验分析

实验分别以 LFR 基准网络、真实网络为测试数据集验证本文所提 DBGLLJ 方法的有效性, 设置与传统 BGLL 算法以及较好的 SLPA 算法的对比实验; 并在现实复杂机电系统因效性网络进行了应用.

### 3.1 评价指标

采用改进的标准化互信息  $NMI^{[16]}$  来衡量和比较基于 LFR 基准网络的重叠社团算法的精度,  $NMI$  越大说明算法精度越高; 采用扩展模块度  $Q_{ov}^{[17]}$  衡量和比较真实网络中重叠社团算法的准确度,  $Q_{ov}$  越大说明算法准确度越高, 实验发现  $p$  为 30 时指标使用效果较好, 反应灵敏且计算效率较好, 在此  $p$  取 30.

### 3.2 LFR 基准网络实验

经典的 LFR 基准网络<sup>[11]</sup>参数意义见表 1.

表 1 参数意义

参数	含义	参数	含义
$N$	节点数量	$minc$	最小社团规模
$k$	度平均	$maxc$	最大社团规模
$maxk$	最大度	$on$	重叠节点数量
$u$	混合系数	$om$	重叠社团数量
$t1$	节点度幂律分布	$C$	平均聚集系数
$t2$	社团规模幂律分布		

LFR 网络参数设置如下: 网络规模  $N$  为 1000; 平均节点度  $k$  为 20, 最大节点度  $maxk$  为 50; 节点度和社

团规模幂律分布参数分别为  $t_1=2, t_2=1$ . 设置两组不同的社团规模参数以生成两种网络: 较小规模网络的  $minc=10, maxc=50$ ; 较大规模网络的  $minc=20, maxc=100$ . 混合参数  $u$  从 0 变化到 0.7, 间隔为 0.1, 测试不同混合程度下算法的社团检测效果.

对于重叠网络, 设置  $om=5$ , 节点数为 1000 的网络中设置重叠节点数  $on$  从 0 到 500 变化, 间隔为 50, 测试不同重叠程度下的社团检测效果.

当进行社团检测时, 自动把当前社团检测结果保存到文件中, 图 1 是分别在较小规模非重叠网络、较大规模非重叠网络以及较小规模重叠网络上的对比算法的评估指标  $NMI$  的结果, 从图 1 可以看出, 对于非重叠社团检测而言, 所提的 DBGLLJ 方法克服了传统 BGLL 算法倾向发现较大规模社团的弊端, 且在混合度小于等于 0.6 时具有最高的检测准确度; 而对于重叠社团检测而言, 所提算法的准确度也均优于其他两个对比算法.

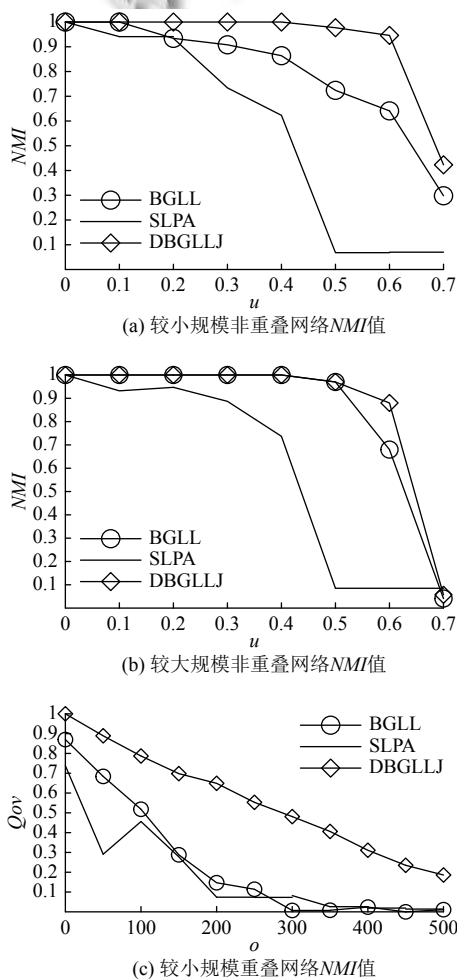


图 1 LFR 基准网络社团检测效果对比

### 3.3 真实网络检测实验

采用了美国空手道网络 Zachary<sup>[1]</sup>、海豚社交关系网络 Dolphins<sup>[18]</sup>、美国大学生足球比赛网络 Football<sup>[1]</sup> 以及加权 Zachary 网络<sup>[19]</sup>. 各网络的节点规模  $n$ 、边数目  $m$ 、度平均  $k$ 、原社团个数  $v$ 、对比算法检测后对应社团个数  $v'$  以及评估指标  $Q_{ov}$  结果如表 2.

表 2 说明在真实网络中, 所提的 DBGLLJ 算法均具有较高的  $Q_{ov}$ , 且社团检测结果在社团规模较小时具有更高的准确性.

### 3.4 现实复杂机电系统因效性网络应用实验

为真实准确可靠评估复杂机电系统服役质量状态, 研究复杂机电系统内部结构, 有必要对系统内各变量因效性网络进行社团结构检测. 网络的节点表示现实系统各物理部件的关键指标, 网络的边表示指标间的关联强度. 网络的初步构建结果为自环全连接因效性网络, 但在现实世界中, 复杂网络多为稀疏网络, 即  $\bar{k} \ll N-1$ , 也常有  $\bar{k} \ll \ln N \ll N$  的特点, 网络的关联强度  $W_r$ 、度平均  $k$  以及聚集系数  $C$  如表 3, 由表知  $W_r=0.5$  时网络的聚集效果较好, 因此去掉了网络的自环并截取了  $W_r>0.5$  的关联强度边进行社团检测.

最终的机电系统网络包括 157 个节点和 782 条边. 将 DBGLLJ 算法应用于实际的复杂机电系统网络, 模块度  $Q$ <sup>[2]</sup>、扩展模块度  $Q_{ov}$ 、社团检测个数  $v$  以及重叠点个数  $o$  具体结果见表 4.

从表 4 可知, 该检测结果模块度较高 (在 0.3-0.7 之间较好), 重叠模块度为 0.927, 重叠比例为 7.9%, 在此范围内该算法重叠检测效果较好, 结果可信. 检测结果展示如图 2.

以图 2 所示的较大社团 10 为例, 将社团内各节点及其对应变量 (表 5) 与实际复杂机电系统对比分析, 发现该算法的检测结果较符合系统内部结构关系, 与实际情况下的系统的强弱社团情况接近, 检测结果较好, 且重叠点具有较高的参考价值, 能够为进一步进行网络评估和预测提供较准确的数据支持.

## 4 总结

目前, 对于加权复杂网络重叠社团检测的算法还较少, 且检测效果和算法稳定性欠佳, 如何充分利用全局和局部信息进行准确的重叠社团检测具有重要意义. 传统的 BGLL 算法具有稀疏网络时间复杂度线性、较大规模非重叠社团检测准确度较高的优势, 但是对节

点顺序敏感、存在分辨率限制、缺乏重叠检测手段, 无法实现加权复杂网络的重叠社团的准确检测。

表2 真实网络检测结果  $Q_{ov}$  对比

数据集	$n$	$m$	$k$	$v$	DBGLLJ		BGLL		SLPA	
					$v'$	$Q_{ov}$	$v'$	$Q_{ov}$	$v'$	$Q_{ov}$
Zachary	34	78	4.6	2	4	0.732	4	0.673	2	0.724
Dolphins	62	159	5.1	2	5	0.819	6	0.615	3	0.799
Football	115	613	10.7	12	13	0.712	9	0.699	9	0.684
Zachary <sub>w</sub>	34	78	2.9(平均权)	未知	4	0.886	4	0.685	4	0.813

表3 复杂机电系统网络系数

$W_r$	$k$	$C$	$W_r$	$k$	$C$
0	157	1	0.5	9.96	0.71
0.1	85.2	0.63	0.6	7.6	0.70
0.2	43.3	0.57	0.7	5.46	0.64
0.3	25.6	0.62	0.8	3.64	0.54
0.4	15.4	0.66	0.9	1.96	0.4

表4 现实复杂机电系统网络 DBGLLJ 算法结果

数据集	$Q$	$Q_{ov}$	$v$	$o$
机电网络	0.738	0.927	27	12

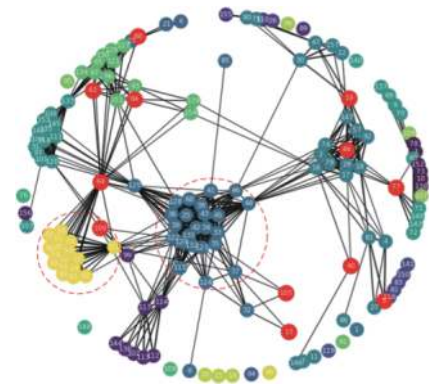


图2 现实复杂机电系统重叠网络检测整体结果图

表5 现实复杂机电系统社团 10

节点	权重排序	代表变量	节点	权重排序	代表变量
94	1	汽轮机轴位移	36	20	空压机1级A排气温度的
38	2	空压机2级A进气温度的	35	21	空压机1级A进气温度的
39	3	空压机2级A排气温度的	19	22	增压机3段排气温度的
122	4	主汽阀后蒸气温度的	48	23	增压机3段威力巴前温度的
129	5	复速级后下金属壁温	77	24	转速目标值的
131	6	空冷器进风口温度的	64	25(重叠点)	汽机止推正推力瓦温度的
100	7(重叠点)	轴位移	44	26	增压机2段排气温度的
34	8	空压机送风温度的	63	27	汽机止推负推力瓦温度的
45	9	空压机3级B排气温度的	46	28	增压机3段进气温度的
123	10	主汽阀后蒸气温度的	115	29	凝汽器真空度的
33	11	空压机出口温度的	41	30	空压机2级B排气温度的
42	12	空压机3级A进气温度的	125	31	推力瓦块温度的
43	13	空压机3级A排气温度的	124	32	主汽阀后蒸气温度的
25	14	汽机排汽压力的	88	33	增速箱低速端轴振动的
68	15	汽机排汽温度的	13	34	空压机进气温度的
32	16	空压机进口温度的	40	35	增压机1段进气温度的
37	17	空压机1级B排气温度的	105	36	凝汽器补水阀阀位的
132	18	空冷器出风口温度的	85	37	空压机后轴振动的
128	19	复速级后下金属壁温	8	38	进口空气过滤器差压

为了实现加权复杂网络重叠社团的准确检测, 本文提出的 DBGLLJ 算法利用了传统 BGLL 算法未能充分利用的局部信息和全局信息, 针对节点顺序敏感问题提出加权节点重要度计算方法和升序排列策略, 提高

了寻优排序效率和检测准确性; 针对分辨率限制问题增加模块密度作为迭代终止条件, 改善了分辨率问题; 针对重叠社团检测提出运用改进的 Jaccard 相似度衡量原始网络各节点与改进的 BGLL 算法社团检测结果中

各社团的相似性,并根据阈值检测得到了重叠结构.实验表明,所提的DBGLLJ算法的社团检测精度得到提高,能够检测出重叠结构,且重叠社团检测结果较优.将该算法应用于实际复杂机电系统进行分析,结果较满意.

### 参考文献

- 1 Girvan M, Newman MEJ. Community structure in social and biological networks. *Proceedings of the National Academy of Science of the United States of America*, 2002, 99(12): 7821–7826. [doi: [10.1073/pnas.122653799](https://doi.org/10.1073/pnas.122653799)]
- 2 Newman MEJ, Girvan M. Finding and evaluating community structure in networks. *Physical Review E*, 2004, 69(2): 026113. [doi: [10.1103/PhysRevE.69.026113](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.69.026113)]
- 3 李荣. 基于介数及模块度分析复杂生物医学网络社团结构划分的研究[硕士学位论文]. 兰州: 兰州大学, 2016.
- 4 Newman MEJ. Fast algorithm for detecting community structure in networks. *Physical Review E*, 2004, 69(6): 066133. [doi: [10.1103/PhysRevE.69.066133](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.69.066133)]
- 5 Clauset A, Newman MEJ, Moore C. Finding community structure in very large networks. *Physical Review E*, 2004, 70(6): 066111. [doi: [10.1103/PhysRevE.70.066111](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.70.066111)]
- 6 Blondel VD, Guillaume JL, Lambiotte R, et al. Fast unfolding of communities in large networks. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2008, 2008(10): P10008. [doi: [10.1088/1742-5468/2008/10/P10008](https://doi.org/10.1088/1742-5468/2008/10/P10008)]
- 7 Waltman L, Van Eck NJ. A smart local moving algorithm for large-scale modularity-based community detection. *The European Physical Journal B*, 2013, 86(11): 471. [doi: [10.1140/epjb/e2013-40829-0](https://doi.org/10.1140/epjb/e2013-40829-0)]
- 8 Hassan EA, Hafez AI, Hassanien AE, et al. Community detection algorithm based on artificial fish swarm optimization. *Filev D. Intelligent Systems' 2014*. Cham: Springer, 2015. 509–521.
- 9 Naeni LM, Berretta R, Moscato P. MA-Net: A reliable memetic algorithm for community detection by modularity optimization. In: Handa H, Ishibuchi H, Ong YS, et al, eds. *Proceedings of the 18th Asia Pacific Symposium on Intelligent and Evolutionary Systems*. Cham: Springer, 2015, 1: 311–323.
- 10 杨春明, 王玉金. 基于模块度优化的加权复杂网络社团发现算法分析. *西南科技大学学报*, 2016, 31(4): 84–89. [doi: [10.3969/j.issn.1671-8755.2016.04.016](https://doi.org/10.3969/j.issn.1671-8755.2016.04.016)]
- 11 Lancichinetti A, Fortunato S, Kertész J. Detecting the overlapping and hierarchical community structure in complex networks. *New Journal of Physics*, 2009, 11(3): 033015. [doi: [10.1088/1367-2630/11/3/033015](https://doi.org/10.1088/1367-2630/11/3/033015)]
- 12 Xie JR, Szymanski BK. Community detection using a neighborhood strength driven label propagation algorithm. *2011 IEEE Network Science Workshop*. West Point, NY, USA, 2011. 188–195.
- 13 李磊, 倪林. 基于模块度优化的标签传播社区发现算法. *计算机系统应用*, 2016, 25(9): 212–215.
- 14 Li ZP, Zhang SH, Wang RS, et al. Quantitative function for community detection. *Physical Review E*, 2008, 77(3): 036109. [doi: [10.1103/PhysRevE.77.036109](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.77.036109)]
- 15 杨晓波, 陈楚湘, 王至婉. 基于节点相似性的 LFM 社团发现算法. *复杂系统与复杂性科学*, 2017, (3): 85–90.
- 16 Mcdaid AF, Greene D, Hurley N. Normalized mutual information to evaluate overlapping community finding algorithms. *arXiv e-prints*, 2013: 1110.2515.
- 17 Nicosia V, Mangioni G, Carchiolo V, et al. Extending the definition of modularity to directed graphs with overlapping communities. *Journal of Statistical Mechanics Theory and Experiment*, 2009, 2009(3): P03024.
- 18 Lusseau D, Schneider K, Boisseau OJ, et al. The bottlenose dolphin community of doubtful sound features a large proportion of long-lasting associations. *Behavioral Ecology and Sociobiology*, 2003, 54(4): 396–405. [doi: [10.1007/s00265-003-0651-y](https://doi.org/10.1007/s00265-003-0651-y)]
- 19 Zachary WW. An information flow model for conflict and fission in small groups. *Journal of Anthropological Research*, 1977, 33(4): 452–473. [doi: [10.1086/jar.33.4.3629752](https://doi.org/10.1086/jar.33.4.3629752)]