

基于复杂网络的轨道交通网络结构特性研究^①

畅明肖, 赵阿群, 吕禄明

(北京交通大学 计算机与信息技术学院, 北京 100044)

摘要: 本文首创性的运用复杂网络理论比较全面地分析了北京城市轨道交通网络的静态结构特性, 动态加权结构特性. 主要以2015年北京市地铁路网为基础, 建立起轨道交通网络样本, 通过计算度与度分布、平均路径长度、介数等网络统计特性分析了轨道交通网络的静态结构特性; 并首次在静态网络拓扑的基础上结合了2015年北京地铁路网断面客流信息, 通过计算点强度及其分布、节点加权介数、介数与点强度相关性等统计指标分析了网络的动态特性. 从而解释了各个因素之间的相互作用和对北京轨道交通网络结构上的影响, 为以后轨道交通的建设和运营提供了一些指导性的建议.

关键词: 轨道交通; 结构特性; 复杂网络; 动态特性

Research on Structural Characteristics of Urban Rail Transit Network Based on Complex Network Theory

CHANG Ming-Xiao, ZHAO A-Qun, LV Lu-Ming

(School of Computer and Information technology, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: In this paper, to study the static and dynamic structure features of Beijing metro network, complex network theory is used for the first time. Based on the structure of Beijing metro network in 2015, metro network sample is built. The paper analyzes the static structure features of metro network by computing characteristics like degree and degree distribution, betweenness centrality, average path length and so on. And, for the first time, section flows of Beijing metro is combined in static network topology. And it also analyzes the dynamic features of the network by computing characteristics like node strength and its distribution, weighted node betweenness centrality and node strength correlation and so on. Thus, the paper explains the interaction between the various factors and the impact of Beijing rail network structure, providing some guidance suggestions for the construction and operation of the rail transit in the future.

Key words: urban rail transit; structural characteristics; complex network; dynamic characteristic

1 引言

轨道交通作为现代交通运输的重要组成部分, 它的网络结构特性决定了其交通运输的功效. 目前我们的工业化与城市化发展速度一直保持在较高的水平, 城市轨道交通也正处于快速发展阶段. 北京城市轨道交通网络是以地铁车站为节点, 车站间的线路为边, 不考虑站点之间的具体位置和实际距离而形成的网络拓扑结构. 网络结构决定了交通运输的效率、可靠性和通达性. 本文主要根据复杂网络的理论, 研究了北京城市轨道交通网络的静态结构特性、动态加权

网络特性等内容. 力图通过对这几个方面的分析, 从而能够全面认识北京轨道交通网络的结构特性, 并且可为构建和优化管理北京轨道交通网络提供理论基础, 具有重要的经济价值和社会价值.

研究网络系统的最终目的是为了揭示网络的形成机制以及对网络上的动力学行为进行预测, 而要实现这一目标, 首先应该对网络的结构和功能特点有比较清晰的认识. 网络的结构以及连接特性决定了它的效率和功能特性, 同时网络的结构与特性不是一成不变的, 而是不断演化的, 只有通过正确的方式对网络结

^① 收稿时间:2016-05-26;收到修改稿时间:2016-06-30 [doi: 10.15888/j.cnki.csa.005603]

构进行描述,才能对网络的产生与网络系统的特性有清晰客观的认知.由此可见,对城市轨道交通网络进行实证研究能够帮助我们对轨道交通网络的结构及特性有更准确的认识,有利于提高网络运营能力并进行有针对性的高效管理,为进一步的轨道交通网络演化理论奠定了基础.

2 相关工作

随着网络的小世界特征和网络的无标度特征的揭示,复杂网络在相关理论以及应用方面都得到了蓬勃的发展.由于交通网络本身就存在着显著的时空复杂性,具备复杂网络的大部分特征.因此,近年来,运用复杂网络的理论来研究交通网络的特性也吸引了越来越多的研究者.到目前为止,国内外许多学者对复杂网络在交通网络上的应用也做了大量的研究工作^[5].刘志谦等曾分析广州轨道交通网络的特征指标及分布规律;Latora 和 Marchiori 对波士顿地铁网络(MBTA)的网络特性进行研究;Stefan 等人对德国多个城市的街道网进行了分析;王云琴分析了北京城市轨道交通网络的抗毁性特点.类似的,叶婷婷分析了运用复杂网络理论研究城市轨道交通的可靠性问题.复杂网络理论在交通网络上的应用作为一个热门的研究方向,近年来吸引了越来越多的研究人员的关注,在这方面取得了许多有实际意义的成果.

该文首创性的运用复杂网络理论,实例验证了北京市轨道交通加权网络的静态拓扑特性,并引入权值实例化研究了轨道交通网络的结构特性,与北京市轨道交通网络的运行状况相结合对北京轨道交通网络加权网络研究是该文的创新点.通过全面分析北京城市轨道交通网络的结构特性,揭示了北京城市轨道交通的网络特性.研究表明了北京市轨道交通网络为具有小世界特性的无标度网络.

3 复杂网络理论的统计特性

3.1 度与度分布

网络中节点的度表示与该节点相连的边的条数,是刻画节点特性的一个及其重要的概念.节点的度值表示为与该节点相连的边的条数,一个节点的度值越大在某种程度上就代表着该节点的重要性越高.度分布 $P(k)$ 为网络中度为 k 的节点数占网络节点总数的比例,表示从网络中随机选定一个节点其度恰好为 k 的

概率.度分布描述了网络中节点度的分布情况,可以反映出网络系统的宏观统计特性.研究表明,大量现实网络的度分布具有小世界特性和无标度特性^[1,6].通过对城市轨道交通网络中节点进行度与度分布计算,很容易得出城市轨道交通网络节点的度分布特征.

3.2 平均路径长度

网络中两个节点 i 和 j 之间距离定义为 d_{ij} ,表示这两个节点之间最短路径上边的条数.网络的直径(diameter)为网络中任意节点对之间的距离的最大值,记作 D ,即:

$$D = \max_{i,j} d_{ij} \quad (1)$$

网络的平均路径长度为网络中任意节点对之间距离的平均值,表示为 L ,即:

$$L = \frac{1}{\sum_{i \geq j} d_{ij}} \quad (2)$$

其中 N 为网络包含的节点总数,网络的平均路径长度又叫特征路径长度(characteristic path length)^[2].通过对大量真实网络的分析发现,其中绝大多数网络的特征路径长度都很小,这也就是所谓的“小世界效应”^[3].平均路径长度对于计算城市轨道交通网络中某节点到其他节点的路径长度有重要意义.

3.3 聚类系数

网络中的节点之间聚集程度的强弱表示为聚类系统这一特性,具体代表了与某个节点相邻的点之间连接边的多少.大量研究表明,现实世界的网络,尤其是社交网络,其中各个节点之间往往会形成密集程度相对较大的群体,换句话说,现实世界的网络相对与随机网络往往具有更高的聚类系数,即现实网络中节点之间的关系更加紧密.假设一个网络中节点 i 的度为 k_i ,对应的这 k_i 个节点称为 i 的邻节点.显然,这 k_i 个节点之间可以形成 $k_i(k_i-1)/2$ 条边.节点 i 的聚类系数为这 k_i 个节点之间的实际边数 E_i 和总的可能的边数的比值^[4],记作 C_i ,即:

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i-1)} \quad (3)$$

网络中所有节点 $\delta_{m,k}$ 的聚类系数 C_i 的平均值为整个网络的聚类系数,记作 k ,即:

$$C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i \quad (4)$$

其中 N 为网络节点总数.在一个含有 N 个节点的随机网络中,当 N 很大时, $C = O(N^{-1})$,研究发现许多实际

网络都表现出明显的聚类效应，它们的聚类系数虽然远小于 1 但却比 $O(N^{-1})$ 要大得多^[1]。这说明现实世界中的复杂网络并不完全是随机形成的，而是表现出“物以类聚，人以群分”的特征。

3.4 点强度

点强度又叫点权，是指与节点相连的所有边权重之和^[6]，表示为：

$$S_i = \sum_{j \in \Gamma_i} w_{ij} \quad (5)$$

其中 w_{ij} 为节点 i 和 j 之间的边权，点强度反映了网络中节点的邻域信息。以交通轨道网络为例，节点强度为路网中某个站点所关联的所有断面的客流量总和，即路网中经过该站点的所有客流量。节点度值与点强度往往具有高度相关性，即节点度值越大，相应的其点强度也越大，但这不是绝对的。由于点强度结合了网络中的动态权重属性，而度值则仅仅考虑了网络的结构特性，因此，通过点强度属性刻画出来的网络特性相比于度值往往更加准确全面。

3.5 介数

介数用来表示边或节点在整个网络中的重要程度，通常分为边介数和点介数两种。节点介数定义为网络中经过该节点的最短路径的数目占所有最短路径数目的比例^[1]。节点介数的定义为网络中经过该节点的最短路径数目占网络中所有最短路径数目的比例。网络中边的介数定义与之类似。介数是一个很重要的全局几何量，具有很强的现实意义，它反映出节点或者边在整个网络中发挥的作用和影响力。节点 m 的介数定义为：

$$C_B(m) = \sum_{i \neq j \in V} \frac{\delta_{ij}(m)}{\delta(m)} \quad (6)$$

介数反应了信息在网络中动态传递与流动所经历的路径的有关情况。

3.6 度度相关性

相关性是研究一个节点在多大程度上和与自己相似的节点相连的问题。具体而言，度相关性就是研究网络中度大的节点是否倾向于和度大的节点相连的问题，如果是，则称网络的度是正相关的，否则称网络的度是负相关的。度度相关性是以度值为标准来判断节点之间相互连接的选择依附性。节点 i 的邻点平均度定义为：

$$K_{m,i} = \frac{1}{k_i} \sum_{j \in \Gamma(i)} k_j \quad (7)$$

其中 K_i 、 K_j 分别为节点 i 和 j 的度值。将网络中所有度

值为 k 的节点的邻节点的平均度求平均值可得：

$$k_{nn}(k) = \frac{1}{N} \sum_{i, k_i=k} k_{m,i} \quad (8)$$

其中 $k_{m,i}$ 为节点 i 的邻点平均度， N_k 为度为 k 的节点的数量。类似的，给出加权情况下网络的度度相关性，节点 i 的加权度度相关性为^[6]：

$$K_{m,i}^w = \frac{1}{S_i} \sum_{j=1}^N a_{ij} w_{ij} k_j \quad (9)$$

其中 a_{ij} 为网络的邻接矩阵，元素非 0 即 1， w_{ij} 为节点 i 和 j 连边的权重， S_i 为节点 i 的点强度。类似的，所有度为 k 的节点的加权邻点平均度定义为：

$$K_{nn}^w(k) = \frac{1}{N_k} \sum k_{nn,i}^w \quad (10)$$

4 北京市轨道交通结构特性

本文所分析的轨道交通网络是以北京市地铁车站为节点，车站之间的线路为边形成的网络。轨道交通网络的节点、边的拓扑结构是根据 2015 年北京地铁网络建立。实验中所用的客流数据是从北京地铁公司提供的原始数据中选取的北京地铁路网断面客流在 2015 年 1 月 1 日到 2015 年 9 月 30 日之间的平均值，所涉及到的客流信息的获取、筛选以及预处理依赖于我们研发的“北京地铁客流数据分析系统”的原始数据导入和查询模块。

4.1 度与度分布

车站作为轨道交通网络中的节点，它的度表示为该车站节点与其他车站相连接的边的数量。根据北京市轨道交通分析样本，可得出北京地铁网络的总结点数量为 236，总度数为 532，平均度为 2.25，即每个车站节点平均约与其他 2 至 3 个车站直接连接，这一结果与地铁线路的实际结构相符合。根据网络的度值可以得到网络的度分布 $p(k)$ ，如图 1 所示。

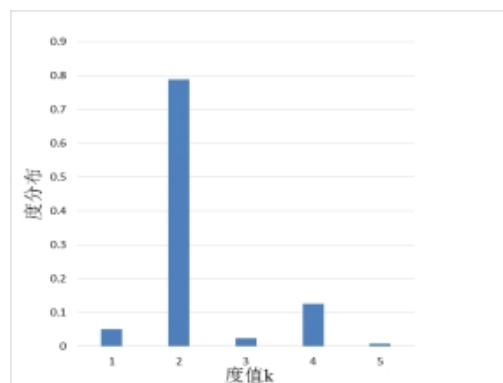


图 1 网络样本的度分布

图中度为 1 的节点代表路网中每条线路的起始点, 这种节点的存在这是地铁路网所特有的性质, 同时与路网规模较小有关. 若将度为 1 的节点与度为 2 的节点归为一类, 看作“度较小”的节点, 可以得到网络的度分布拟合, 服从幂律分布, 如图 2 所示.

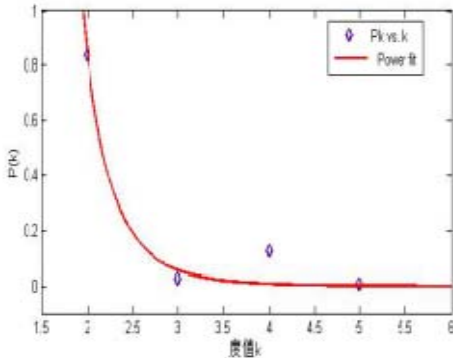


图 2 网络样本的点强度分布

从实验结果可以看出, 在网络所有节点中, 度较小的节点占大多数, 而度较大的节点所占比例较小. 轨道交通网络节点的度分布呈现出无标度特性, 度分别服从幂律分布. 同时网络节点的度值大小反映了北京市轨道交通的各个站点与其他站点直接相连接的边的数量. 某站点的度值大说明该站点所处的实际地理空间位置具有便利的交通条件, 也说明该站点是轨道交通网络中的交通枢纽站. 在实际交通规划中需要加强这些度值大的枢纽站点的基础设施, 以便于缓解交通拥堵, 特别是对市民上下班高峰时期的及时疏散具有重大意义.

4.2 平均路径长度

根据北京城市轨道交通网络的邻接矩阵, 可以算出北京市轨道交通网络的平均路径长度为 14.62, 即在网络中任意两个节点之间穿行平均需要途径 14 个站, 说明北京市民乘地铁出行一次, 平均需要经过 14 个站才可以到达目的地. 相比于网络总边数的 266, 网络的特征路径长度为 14 是相对较小的.

文献[5]也对北京轨道交通做过类似的研究, 根据 2008 年的数据分析, 当时得到的北京市轨道交通网络的特征路径长度为 22. 由此可见, 经过几年的发展, 网络的规模不断扩大, 通达性不断加强. 如果在具有相同的节点数和边数, 并且聚类系数相同的随机网络中, 将会得到平均最短路径长度 $L = \infty$ [6], 原因是在这样的随机图中, 将会由一部分节点为孤立点. 这说明

轨道交通网络表现出了与随机图不同的特性.

值得注意的是, 以北京城市轨道交通的规模来看, 特征路径长度为 14 仍然是较大的, 原因是轨道交通网络的规模相对较小, 并且节点之间的连接方式存在一定的特殊性.

4.3 聚类系数

聚类系数反应了复杂网络节点之间的连接强度. 根据公式可以得到北京市轨道交通网络的聚类系数为 0.012, 说明网络中车站之间的密集程度较差, 与实际情况相符, 也反映出北京市轨道交通网络与其他网络在结构上的区别. 文献[5]也做过类似的分析, 根据 2008 年的数据, 得出北京城市轨道交通网络的聚类系数为 0, 说明经过几年的发展, 北京轨道交通网络的密集型得到提升.

4.4 点强度及其分布

相比于节点度值, 点强度由于包含了路网客流量信息, 因此能够更加准确的反映网络的特性. 通过对北京市轨道交通网络节点强度及其分布的分析, 可以得出轨道交通加权网络表现出明显的无标度特性, 其点强度分布具有幂律特性, 如图 3 所示.

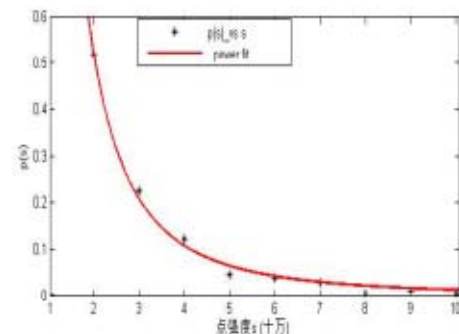


图 3 网络样本点强度分布

路网中点强度小于等于 20 万的站点数占车站总数的 50%左右, 随着站点吞吐量的增加, 相应的站点所占的比例也在缓慢下降. 点强度的值代表了该站点的运输能力, 值越大说明经过该站点的运输负荷越大. 如果点强度较大的站点服务能力不足, 分流不及时就容易造成交通拥堵, 进而影响附近交通道路的运行.

4.5 度值与点强度的统计关系

除了拓扑结构特性之外, 网络还具有一些更加复杂的动态特性. 对交通网络而言, 车站节点的规模和重要性不仅仅表现在它的度值大小, 更为精确的度量应该是该站点所应对的客流量, 这一特性可以通过点

强度来描述. 通过点强度来刻画的网络特性要比通过节点度值刻画出的网络特性丰富得多, 其中包含了网络上的动态客流特性. 一般情况下, 现实网络中点强度与度值之间的关系并不是随机的, 根据轨道交通网络样本得出, 两者的关系如图 4 所示.

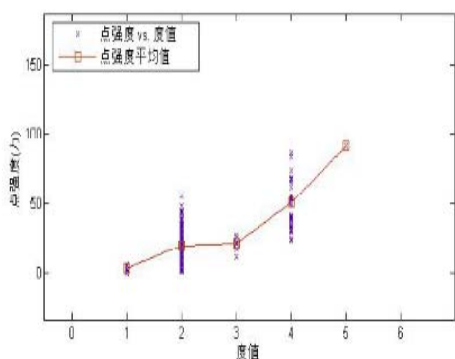


图 4 点强度与度值的关系

由图 4 可知, 北京轨道交通网络度值较小的站点所占的比重较大, 而且吞吐量差异较明显, 尽管部分节点度值相同, 但是吞吐量仍有较大的差异, 这种现象在度值为 4 的节点上表现尤为明显. 点强度与度值在整体上表现出正相关关系, 即度值越大的车站吞吐量往往越大. 表明与其他车站连接边数多的站点, 客流量往往越大, 在实际交通规划中我们需要加强这些站点的基础设施.

4.6 节点介数与点强度的统计关系

车站在交通网络中的重要程度, 表现在该节点在网络中的中枢性, 这一特性可以通过节点介数来刻画. 通过分析节点介数与点强度的关系, 能够得到站点吞吐量与该节点在全网中的重要性的关系, 两者的关系如图 5 所示.

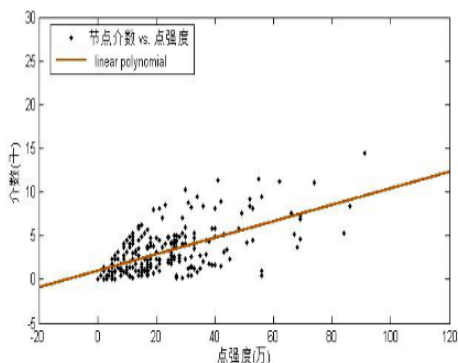


图 5 网络点强度与介数的统计关系

由图 5 可知, 两者存在明显的正相关关系, 同时,

在某些位置表现出较大的“波动性”, 实际中表现在某些车站的吞吐量较大, 同时该车站的介数相对较小. 说明除节点介数之外还有其他因素会对车站吞吐量造成影响, 其中可能包括站点所处的地理位置, 站点周边的经济社会状况以及乘客的出行特征等.

节点介数用来评估节点在网络中的重要程度, 是针对静态无向无权网络拓扑结构而言. 由北京城市轨道交通网络抽象而成的网络为有向加权网络, 即网络边权为相应断面的客流量, 同时上下行断面客流量并不完全相同. 显然, 通过节点加权介数来评估节点的重要性更加客观真实. 本节的实验暂时忽略地理距离这一参数, 假设 i 和 j 是直接相连的两个站点且 i 和 j 之间的地理距离都相等, 都为 1. 经对比发现, 结合了断面客流信息的加权介数与介数并不完全一致. 节点加权介数与点强度的统计关系如图 6 所示.

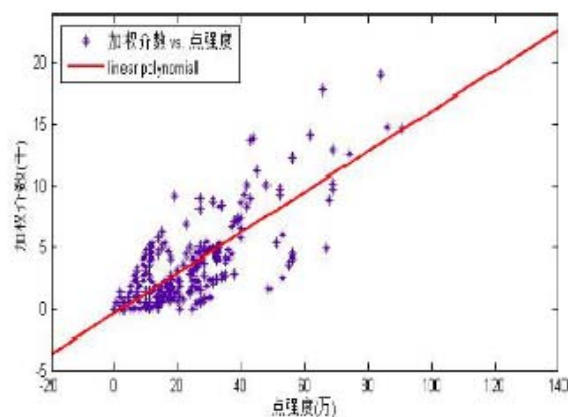


图 6 网络点强度与加权介数的统计关系

如图 6 所示, 网络的加权节点介数与点强度之间也表现出了明显的正相关性, 类似的, 在某些局部位置同样表现出了较大的波动性. 相比之下, 加权情况下点介数与点强度两者表现出更强的相关性, 并且拟合效果更好, 表现在判定系数 R^2 分别为 0.6122 与 0.3646. 节点加权介数将路网断面客流两考虑在内, 不仅仅考虑了网络结构, 还考虑了网络上的动态客流信息, 其结果相对于介数而言更加准确, 具有更大的参考价值.

4.7 节点介数与度值的统计关系

网络节点的连接规模可以通过节点度值来反应, 节点的全局重要性则通过介数来刻画. 对大部分网络而言, 度值较大的节点介数往往也较大, 两者高度相关. 本节分别分析了北京市轨道交通网络的节点介数

与度值、加权节点介数与度值之间的关系,如图7和图8所示。

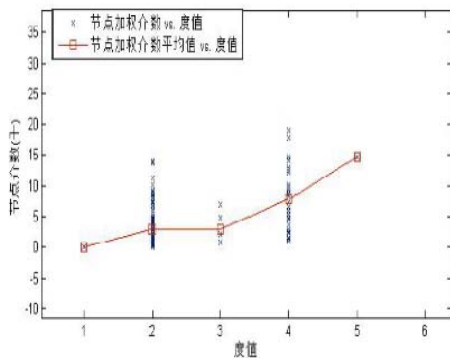


图7 网络节点介数与度值的统计关系

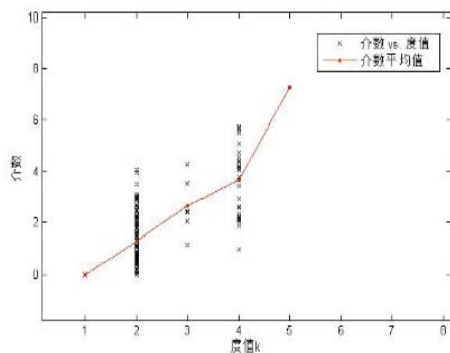


图8 网络加权节点介数与度值的统计关系

由图7和图8可知,度值与节点介数及加权介数之间整体上均表现出正相关关系,同时具有较大的波动性。

4.8 度度相关性

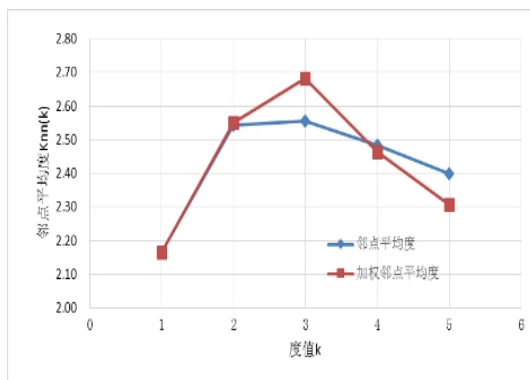


图9 网络邻点平均度与度值的关系

通过分析节点度值之间以及不同度值与其的邻节点之间具有哪些形式,可以有助于分析轨道交通网络的连接偏好依附性及结构特性,网络之间的这些特性

可以通过度度相关性以及加权度度相关性来刻画。北京市轨道交通网络的邻点平均度以及加权邻点平均度分别与度值 k 的关系如图9所示。

由图9可知,当节点度值小于3时,随着度值的增加,节点更倾向于同度值大的节点相连。当度值大于3时,与此相反。同时,加权邻点平均度与邻点平均度在度为3和5时表现出差异。例如度为3时,说明在加权网络中,与度为3的节点相连的边种权重较大的边更倾向于连接度值较大的节点。

5 结论

本文根据北京市轨道交通网络样本,运用了复杂网络的各项统计指标,全面分析了北京轨道交通网络的结构特性,并在此基础上,首次引入了路网断面客流信息,分析了加入客流量在内的网络动态特性。根据实验可得出以下几条结论:北京市轨道交通网络具有小世界特性和无标度特性,并且网络度值、节点介数以及点强度之间整体上具有相关关系,同时存在其它因素会对这些变量之间的相关性造成影响。此外,对网络度相关性的研究发现,当度值较小时表现出正相关性,度值较大时表现出负相关性。未来随着复杂网络复杂性的研究进展,结合网络流的概念以及交通流量分布来分析轨道交通网络的特性,对于缓解城市交通拥堵以及分析城市交通系统承载能力有一定的指导意义。

参考文献

- 王小帆,李翔,陈关荣.复杂网络理论及其应用.北京:清华大学出版社,2006:3-200.
- 周涛,柏文洁,汪秉宏,等.复杂网络研究概述.物理,2005,34(1):31-35.
- 刘涛,陈忠,陈晓荣.复杂网络理论及其应用研究概述.系统工程,2005,23(6):1-7.
- 赵月,杜文,陈爽.复杂网络理论在城市交通网络分析中的应用.城市交通,2009,7(1):58-62.
- 王云琴.基于复杂网络理论的城市轨道交通网络连通可靠性研究[硕士学位论文].北京:北京交通大学,2008.
- Barrat A, Barthelemy M, Pastor-Satorras R, et al. The architecture of complex weighted networks. Proc. of the National Academy Science of the USA, 2004, 101(11): 3347-3752.
- Watts DJ, Strogatz SH. Collective dynamics of "small-world" networks. Nature, 1998, 393(6684): 440-442.