

# 磁耦合谐振无线电能传输系统的输出鲁棒控制<sup>①</sup>

刘 军<sup>1</sup>, 杜 欢<sup>1</sup>, 刘 飞<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>(西安理工大学 自动化学院, 西安 710048)

<sup>2</sup>(武警工程大学 信息工程系, 西安 710086)

**摘 要:** 磁耦合谐振无线电能传输系统的负载和谐振参数会因为受到外界环境的影响而发生变化, 系统工作频率发生随机漂移, 导致模型参数存在不确定性. 针对参数不确定下的输出鲁棒控制问题, 本文基于  $H_\infty$  控制理论, 应用 Matlab 鲁棒控制工具箱设计  $H_\infty$  控制器, 并基于结构奇异值法分析了闭环系统的鲁棒稳定性与鲁棒性能. 结果表明, 在  $H_\infty$  控制器的作用下, 实现了闭环扰动系统的输出鲁棒控制, 并为此类高阶非线性不确定闭环系统提供了一种通用的控制器设计方法.

**关键词:** 无线电能传输; 谐振式; 不确定性;  $H_\infty$  控制; Matlab 工具箱; 鲁棒性

## Robust Output Control for Magnetically Coupled Resonant Wireless Power Transfer System

LIU Jun<sup>1</sup>, DU Huan<sup>1</sup>, LIU Fei<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>(College of Automation, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

<sup>2</sup>(Department of Information Engineering, Engineering University of CAPF, Xi'an 710086, China)

**Abstract:** The loads and resonant parameters of magnetically coupled resonant wireless power transfer system are changed due to the external environment, then the operating frequency will be random drift and resulting in model parameter uncertainty. To solve the problem of robust output control with uncertain parameters, the  $H_\infty$  controller is designed by making use of Robust Control Toolbox of Matlab based on  $H_\infty$  control theory in this article. We use the method of structured singular value to analysis robust stability and robust performance for the closed-loop system. The results show that by applying  $H_\infty$  controller the closed loop perturbation system realizes robust output control and the controller is designed to provide a general method for such high-order nonlinear uncertain closed-loop perturbation systems.

**Key words:** wireless power transfer; resonant mode; uncertainty;  $H_\infty$  control; Matlab toolbox; robustness

磁耦合谐振无线电能传输系统 (magnetically coupled resonant wireless power transfer, MCR-WPT) 在实际工作中, 负载和谐振参数会因为受到外界环境的影响而发生变化, 系统工作频率发生随机漂移, 导致模型参数存在不确定性<sup>[1-4]</sup>. 针对参数扰动下的输出鲁棒控制问题, 文献[5]采用直接补偿原边线圈谐振电容的方法, 使系统一直运行在期望频率附近, 来减小频率漂移对系统的影响, 但是要增加额外的调谐电路<sup>[5]</sup>; 文献[6]采用锁相跟踪技术, 通过控制发射源频率与发射电路的固有谐振频率同步, 从而避免发生谐振频率漂移, 然而却无法保证系统的稳定性与性能要求<sup>[6]</sup>;

文献[7]提出副边短路解耦的控制方法, 通过控制一个解耦开关的开通和关断, 实现对负载输出的调节<sup>[7]</sup>; 文献[8]提出基于能量注入占空比的系统控制策略, 以实现系统的输出稳压控制<sup>[8]</sup>.

上述采用 bang-bang 控制, PID 控制, 滑模变结构控制算法的单目标控制方法易于实现, 并具有一定的鲁棒性, 但其控制精度和对负载变化的适应能力较差, 且均未考虑系统可能存在的不确定因素及外部扰动, 当实际系统的参数出现偏差时, 控制器的精度及性能会变差, 无法达到较理想的控制效果.

本文首先利用广义状态空间平均 (generalized state

① 收稿时间:2015-02-01;收到修改稿时间:2015-03-18

space averaging, GSSA)建模法对磁耦合谐振无线电能传输系统进行建模, 利用线性分式变换分离 GSSA 模型的确定部分与不确定部分. 基于  $H_\infty$ 控制理论, 应用 Matlab 鲁棒控制工具箱设计  $H_\infty$ 控制器, 并基于结构奇异值理论( $\mu$  方法)分析闭环系统的鲁棒稳定性和鲁棒性能.

### 1 系统GSSA建模

磁耦合谐振无线电能传输系统的电路拓扑如图 1 所示.

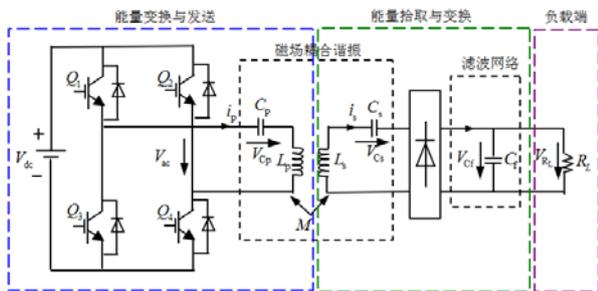


图 1 MCR-WPT 系统的电路拓扑

图 1 中左半部分是电能的发射端, 包含工作在 ZCS 模式下的高频逆变环节和  $L_p C_p$  串联谐振环节; 副边部分作为能量拾取端, 包括串联谐振、整流及滤波三个环节. 为了有效地传输电能, 发射线圈和接收线圈的自谐振频率设置为同一频率, 即为系统的谐振频率.

在 MCR-WPT 系统中, 由于开关逆变环节的存在, 系统呈非线性特性, GSSA 建模法是一种将非线性系统近似线性化的建模方法. 它的基本思想是用 Fourier 级数的形式来描述时域周期信号, 用共轭的低阶谐波分量来近似原始信号, 然后通过信号还原得到时域原始信号的包络和其近似解. 由于 Fourier 展开能依据分析精度的要求取到任意阶, 从而实现系统动力学行为的准确描述<sup>[9]</sup>.

时域连续周期性信号  $x(t)$  可以分解成 Fourier 级数的形式.

$$x(t) = \sum_{-n}^n \langle x \rangle_k (t) e^{jk\omega_0 t} \quad (1)$$

式(1)中,  $n$  表示第  $n$  次谐波的分量,  $\omega_0=2\pi/T$  是  $x(t)$  基波的角频率,  $\langle x \rangle_k(t)$  为  $x(t)$  的  $k$  阶 Fourier 级数的系数, 即为  $n$  次谐波分量的幅度值, Fourier 级数有共轭对称性、微分特性、卷积特性、线性特性四个重要的性质, 这里不再赘述.

根据电路拓扑得到系统时域非线性微分方程, 其中, 状态变量为  $[i_p, i_s, V_{Cs}, V_{Cp}, V_{Cf}]^T$ .

MCR-WPT 系统工作过程中, 由于逆变器工作在 ZCS 模式, 保证各个储能元件上的能量呈正弦规律变化, 因此, 对时域微分方程做 Fourier 级数分解时, 交流信号只考虑基波.

分解后得到系统的频域线性微分方程, 其中, 以电路变量各 Fourier 系数的实、虚部依次作为广义状态变量, 即

$$x(t) = [R_e \langle i_p \rangle_1, I_m \langle i_p \rangle_1, R_e \langle i_s \rangle_1, I_m \langle i_s \rangle_1, R_e \langle V_{Cp} \rangle_1, I_m \langle V_{Cp} \rangle_1, R_e \langle V_{Cs} \rangle_1, I_m \langle V_{Cs} \rangle_1, \langle V_{Cf} \rangle_0]^T \quad (2)$$

基于频域线性微分方程, 得到以式(2)作为状态变量的广义状态空间描述(GSSA 模型)如下.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3)$$

其中,  $u \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$  作为控制输入, 即为 MCR-WPT 系统的直流输入电压  $V_{dc}$ ,  $A \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$  和  $B \in \mathbb{R}^{9 \times 1}$  分别为系统矩阵和输入矩阵, 且

$$A = \begin{bmatrix} \frac{L_s R_p}{\Phi} & \omega & \frac{MR_s}{\Phi} & 0 & \frac{L_s}{\Phi} & 0 & \frac{M}{\Phi} & 0 & -\frac{2M}{\pi\Phi} \\ -\omega & \frac{L_s R_p}{\Phi} & 0 & \frac{MR_s}{\Phi} & 0 & \frac{L_s}{\Phi} & 0 & \frac{M}{\Phi} & 0 \\ \frac{MR_p}{\Phi} & 0 & \frac{L_p R_s}{\Phi} & \omega & \frac{M}{\Phi} & 0 & 0 & 0 & -\frac{2L_p}{\pi\Phi} \\ 0 & \frac{MR_p}{\Phi} & -\omega & \frac{L_p R_s}{\Phi} & 0 & \frac{M}{\Phi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_s} & 0 & 0 & -\omega & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_p} & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_p} & 0 & 0 & -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{4}{\pi C_f} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_f R_L} \end{bmatrix}$$

$$B = \left[ 0 \quad -\frac{2L_s}{\pi\Phi} \quad 0 \quad \frac{2M}{\pi\Phi} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right]^T$$

$$\Phi = M^2 - L_p L_s \quad (4)$$

### 2 参数摄动下系统的不确定性模型

在实际工作中, 负载  $R_L$  和工作频率  $\omega$  具有不确定性, 可以用以下式子描述.

$$R_L = R_{L0}(1 + p_r \delta_r) \quad (5)$$

$$\omega = \omega_0(1 + p_\omega \delta_\omega) \quad (6)$$

$\omega_0$  和  $R_{L0}$  分别表示  $\omega$  和  $R_L$  的标称值,  $p_\omega, p_r$  和  $\delta_\omega, \delta_r$  分别代表  $\omega$  和  $R_L$  的可能的摄动变化范围. 令  $p_\omega=0.2, p_r=0.4$ , 以及  $-1 \leq \delta_\omega, \delta_r \leq 1$ , 则表示  $\omega$  在标称值  $\omega_0$  的  $\pm 20\%$  的范围内变化,  $R_L$  在标称值  $R_{L0}$  的  $\pm 40\%$  的范围内变化.

在 GSSA 模型的基础上分离系统模型的确定与不

确定部分, 为之后的  $H_\infty$  控制器设计做准备. 采用上线性分式变换分离  $R_L$  和  $\omega$  的确定与不确定部分, 表示为

$$\omega = \omega_0(1 + p_\omega \delta_\omega) = \omega_0 + p_\omega \delta_\omega \omega_0 = F_U(M_\omega, \delta_\omega) \quad (7)$$

$$\frac{1}{R_L} = \frac{1}{R_{L0}(1 + p_r \delta_r)} = \frac{1}{R_{L0}} - p_r \delta_r (1 + p_r \delta_r)^{-1} \frac{1}{R_{L0}} = F_U(M_r, \delta_r) \quad (8)$$

其中,

$$M_\omega = \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 \\ p_\omega & \omega_0 \end{bmatrix} \quad M_r = \begin{bmatrix} -p_r & 1/R_{L0} \\ -p_r & 1/R_{L0} \end{bmatrix}$$

从而分离 GSSA 模型的确定部分和不确定部分, 得到 MCR-WPT 系统的不确定性模型, 状态方程表示为

$$\begin{cases} \dot{x} = A_0 x + B_1 p + B_2 u \\ w = C_1 x + D_{11} p + D_{12} u \\ y = C_2 x + D_{21} p + D_{22} u \end{cases} \quad (9)$$

式(9)用一个含摄动反馈的线性动力学系统  $G = F_U(G_{\text{mids}}, \Delta)$  表示, 如图 2 所示.

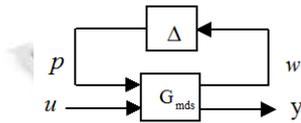


图 2 系统不确定模型

式(9)中,  $x \in \mathbb{R}^{9 \times 1}$  为状态变量,  $u \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$  为控制输入, 即 MCR-WPT 系统的直流输入电压值  $V_{dc}$ ,  $y \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$  为测量输出(负载输出电压  $V_{cf}$ ),  $\Delta$  为一个只含  $\delta_\omega$  和  $\delta_r$  的不确定对角阵即

$$\Delta = \text{diag}\{\delta_\omega, \delta_\omega, \dots, \delta_\omega, \delta_r\}_{9 \times 9} \quad (10)$$

$p, w \in \mathbb{R}^{9 \times 1}$  分别为摄动块  $\Delta$  的输入和输出

$$p = [u_{1\omega} \quad u_{2\omega} \quad \dots \quad u_{8\omega} \quad u_{9r}]^T \quad (11)$$

$$w = [y_{1\omega} \quad y_{1\omega} \quad \dots \quad y_{8\omega} \quad y_{9r}]^T \quad (12)$$

$G_{\text{mids}}$  是广义标称模型

$$G_{\text{mids}} = \begin{bmatrix} A_0 & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}$$

式(9)各矩阵如下.

$$A_0 = \begin{bmatrix} \frac{L_s R_p}{\Phi} & \omega_0 & \frac{MR_s}{\Phi} & 0 & \frac{L_s}{\Phi} & 0 & \frac{M}{\Phi} & 0 & -\frac{2M}{\pi\Phi} \\ -\omega_0 & \frac{L_s R_p}{\Phi} & 0 & \frac{MR_s}{\Phi} & \frac{L_s}{\Phi} & 0 & \frac{M}{\Phi} & 0 & 0 \\ \frac{MR_p}{\Phi} & 0 & \frac{L_p R_s}{\Phi} & \omega_0 & \frac{M}{\Phi} & 0 & 0 & 0 & -\frac{2L_p}{\pi\Phi} \\ 0 & \frac{MR_p}{\Phi} & -\omega_0 & \frac{L_p R_s}{\Phi} & \frac{M}{\Phi} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_s} & 0 & 0 & -\omega_0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_p} & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_p} & 0 & 0 & -\omega_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{4}{\pi C_r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_r R_{L0}} \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & p_\omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_\omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_\omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_\omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_\omega \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_\omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_\omega & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{p_r}{C_r} \end{bmatrix}$$

$$B_2 = B = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{2L_s}{\pi\Phi} & 0 & \frac{2M}{\pi\Phi} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$C_1 = \text{diag}\{-\omega_0, \omega_0, -\omega_0, \omega_0, -\omega_0, \omega_0, -\omega_0, \omega_0, \frac{1}{R_{L0}}\}$$

$$C_2 = [0_{1 \times 8} \quad 1]$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0_{8 \times 8} & 0_{8 \times 1} \\ 0_{1 \times 8} & -p_r \end{bmatrix}$$

$$D_{12} = D_{21} = D_{22} = 0$$

在 Matlab 里创建系统矩阵  $G_{\text{mids}}$ , 保存为变量  $G$ .

$$G = \text{pck}(A_0, [B_1, B_2], [C_1; C_2], [D_{11} \ D_{12}; D_{21} \ D_{22}]);$$

### 3 $H_\infty$ 控制器设计

#### 3.1 标准 $H_\infty$ 控制问题描述

如图 3 所示为标准  $H_\infty$  控制问题.

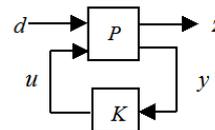


图 3 标准  $H_\infty$  控制问题

图 3 中,  $z$  为被控输出信号,  $y$  为测量信号,  $w$  为外部输入信号,  $u$  为控制信号.

标准  $H_\infty$  控制问题就是求一正则控制器  $K(s)$ , 满足

- 1) 使闭环系统内稳定;
- 2) 使  $w$  到  $z$  的传递函数的  $H_\infty$  范数满足

$$\min_{K\text{-stable}} \|F_L(P, K)\|_\infty \quad (13)$$

$$\text{或} \quad \|F_L(P, K)\|_\infty < \gamma \quad (\gamma > 0) \quad (14)$$

式(13)表示最优  $H_\infty$  控制问题. 式(14)则表示次优

$H_\infty$  控制问题.

#### 3.2 系统连接

MCR-WPT 闭环系统框图如图 4 所示.

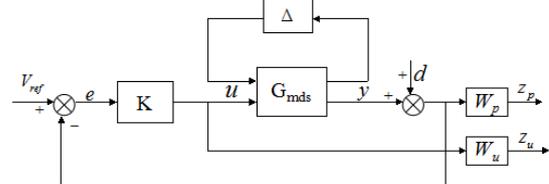


图 4 MCR-WPT 闭环系统框图

设计  $H_\infty$  控制器之前, 首先基于 Matlab 创建系统的开环系统结构. 图 5 为系统的开环结构图.

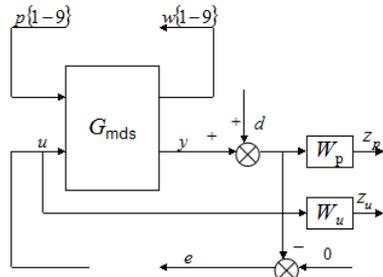


图 5 开环系统结构

图 5 中,  $W_p$  是一个低通滤波函数, 代表干扰的频谱特性,  $W_u$  描述中低频参数的频率特性, 可以选择为一常数并进行适当调整, 取

$$W_p = \frac{10}{10s+1} \quad W_u = 0.001 \quad (15)$$

不确定块  $\Delta$  的输入变量  $w$  和输出变量  $p$  都包含 9 个元素; 控制量  $u$ 、外加干扰  $d$ 、被调输出  $z_p$ 、 $z_u$  和  $e$  只有一个元素.

sysic 指令用来创建开环系统结构, 保存为变量 sys\_ic, 系统参数见表 2.

```
systemnames='G Wp Wu';
inputvar = '[p{9}; d; u]';
outputvar = '[G(1:9); Wp; Wu; -G(10)-d]';
input_to_G = '[p; u]';
input_to_Wp = '[G(10)+d]';
input_to_Wu = '[u]';
sysoutname = 'sys_ic';
cleanupsysic = 'yes';
sysic
```

变量 sys\_ic 包含 11 个输入和 12 个输出, 如图 6 所示.

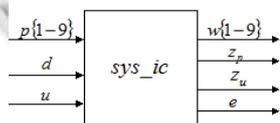


图 6 开环系统结构的变量表示

转换为  $H_\infty$  标准控制问题, 结构框图如图 7 所示.

利用 sel 指令从变量 sys\_ic 中提取传递函数矩阵 P(增广对象), 保存为变量 hin\_ic.

```
hin_ic = sel(sys_ic,10:12,10:11)
```

$H_\infty$  控制下的闭环系统的线性分式变换形式如图 8 所示.

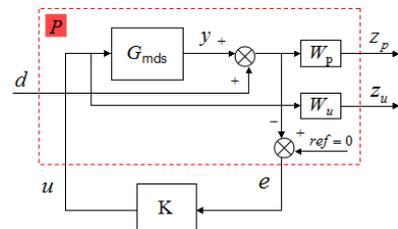


图 7  $H_\infty$  标准控制框图

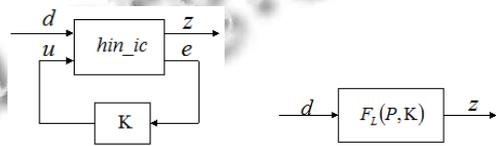


图 8  $H_\infty$  控制系统的线性分式变换形式

### 3.3 $H_\infty$ 次优控制器设计

如图 8 所示,  $F_L(P,K)$  是标称闭环系统从干扰(变量  $d$ )到输出  $z=[z_p, z_u]^T$  的传递函数. 求一稳定的控制器  $K$ , 该控制器能使  $F_L(P,K)$  的  $H_\infty$  范数小于一定的性能参数  $\gamma$ .

基于给定的开环系统, 利用指令 hinfscyn 计算  $H_\infty$  次优控制器, hinfscyn 的语法和输入、输出参数如下, 指代意义见表 1.

表 1 输入和输出参数

输入参数		输出参数	
开环连接	p	控制器	k
测量数目	nmeas	闭环系统	clp
控制数目	ncon		
$\gamma$ 下界	glow		
$\gamma$ 上界	ghigh		
步长	tol		

```
[k,clp] = hinfscyn(p,nmeas,ncon,glow,ghigh,tol)
```

基于以上分析, 通过以下程序求得  $H_\infty$  次优控制器.

```
nmeas = 1;
ncon = 1;
gmin = 1;
gmax = 10;
tol = 0.001;
hin_ic = sel(sys_ic,10:12,10:11);
[K,clp]=hinfscyn(hin_ic,nmeas,ncon,gmin,gmax,tol)
```

表2 系统参数表

参数	数值	参数	数值
原边电感 $L_p$	110 $\mu$ H	系统频率 $f$	25KHz
副边电感 $L_s$	110 $\mu$ H	负载 $R_L$	50 $\Omega$
原边电容 $C_p$	0.368 $\mu$ F	互感 $M$	33 $\mu$ H
副边电容 $C_s$	0.368 $\mu$ F	滤波电容 $C_f$	0.3 $\mu$ F

### 4 基于 $\mu$ 方法的闭环系统性能分析

#### 4.1 标称闭环系统性能分析

如图9所示为标称系统的闭环结构,此时系统的不确定部分未考虑在内.

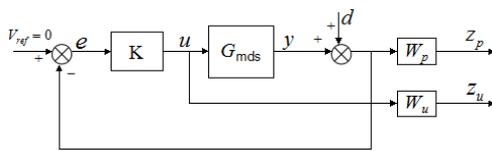


图9 标称系统的闭环结构

图9中,采用从外部扰动输入  $d$  到被调输出  $z=[z_p, z_u]^T$  之间的传递函数矩阵  $T_{dz}(s)$  的  $H_\infty$  范数来描述其标称性能,即

$$\|T_{dz}(s)\|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} W_p(I+G_{m ds}K)^{-1} \\ W_u K(I+G_{m ds}K)^{-1} \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (16)$$

当式(16)成立时,则表示  $H_\infty$  控制器能有效的把外部干扰的影响抑制到可允许的范围内.图10是闭环系统从外部干扰  $d$  到被调输出  $z$  的响应曲线.

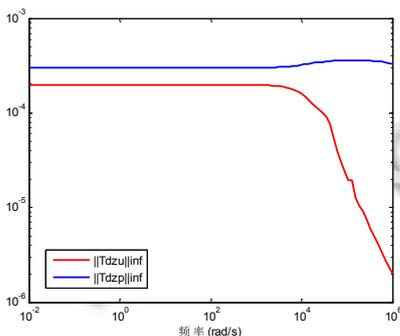


图10 闭环系统标称性能

如图10所示,在  $H_\infty$  控制作用下,闭环系统在频率  $[10^{-2}, 10^6]$  范围内响应的值均小于 1.表明该控制系统不仅是内部稳定的,而且满足了预设的标称性能指标.

#### 4.2 鲁棒稳定性分析

将  $H_\infty$  控制系统转换为标准的 M- $\Delta$  结构.

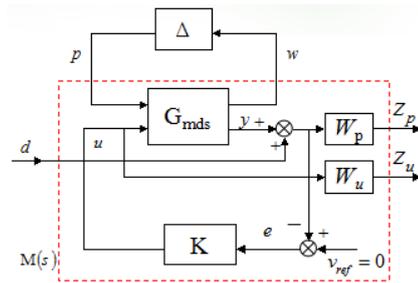


图11 标准 M- $\Delta$  结构图

图11中,  $M$  为闭环系统的广义标称对象,包含鲁棒控制器  $K$ ,标称对象  $G_{m ds}$  及性能加权函数.若传递函数矩阵  $M(s)$  是稳定的、实有理的,且有  $n_p+n_d$  个输入和  $n_w+n_z$  个输出( $n_p=9, n_d=1, n_w=9, n_z=2$ ),那么  $M(s)$  可以表示成以下的子矩阵分块形式:

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$$

$M_{11}$  有  $n_p$  个输入和  $n_w$  个输出,摄动块  $\Delta \in C^{n_w \times n_p}$  对应子矩阵  $M_{11}$  的不确定性传递函数.稳定性定理可以等价于

$$\sup_{\omega \in R} \mu_\Delta(M_{11}) < 1 \quad (17)$$

在  $H_\infty$  控制器的作用下,  $\mu_\Delta(M_{11})$  在频率范围  $[10^{-2}, 10^6]$  的响应曲线如图12所示.

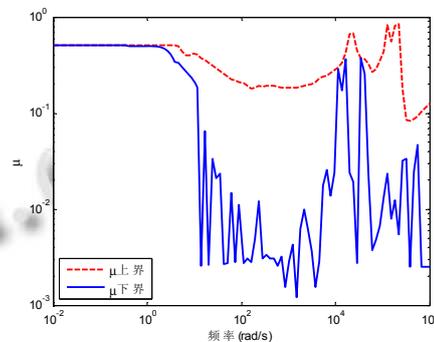


图12 闭环系统的鲁棒稳定性

如图12所示,在整个  $[10^{-2}, 10^6]$  频率范围内,子矩阵块  $M_{11}$  关于摄动块  $\Delta$  的结构奇异值  $\mu_\Delta(M_{11})$  都小于 1,表明在参数摄动下,闭环系统具有鲁棒稳定性.且  $\mu_\Delta(M_{11})$  的峰值表示最大摄动范围.

#### 4.3 鲁棒性能分析

在不确定矩阵  $\Delta \in C^{n_w \times n_p}$  中加入性能不确定全块  $\Delta_p \in C^{n_d \times n_z}$  组成一个增广摄动矩阵  $\Delta \in C^{(n_w+n_d) \times (n_p+n_z)}$ ,如图13.

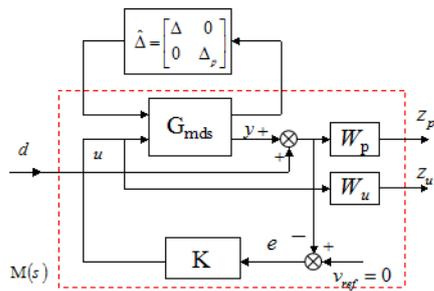


图 13 鲁棒性能框图

从扰动输入  $d$  到被调输出  $z=[z_p, z_u]^T$  的传递函数的  $H_\infty$  范数

$$\|T_{dz}(s)\|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} W_p(I+GK)^{-1} \\ W_uK(I+GK)^{-1} \end{bmatrix} \right\| < 1 \quad (18)$$

当且仅当

$$\sup_{\omega \in R} \mu_{\Delta}(M(j\omega)) < 1 \quad (19)$$

成立。

根据式(19), 可知闭环系统是否达到了预设的鲁棒性能指标。

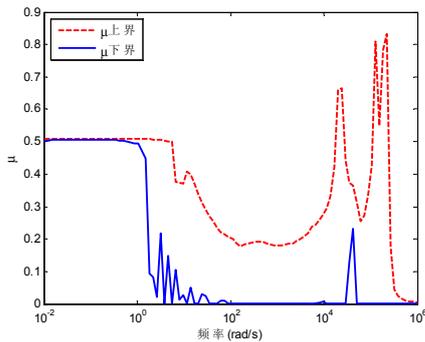


图 14 闭环系统的鲁棒性能

由图 14 可知, 在  $[10^{-2}, 10^6]$  频率范围内,  $\mu_{\Delta}(M)$  的上、下界的频率响应值都比 1 小, 即验证了  $H_\infty$  控制系统的鲁棒性能。

### 5 参数变化下闭环扰动系统的输出响应

鲁棒控制系统对属于这个集合的所有扰动对象均应保证正常工作的属性。本节通过测试扰动闭环系统, 来验证  $H_\infty$  控制对闭环扰动系统的鲁棒性。

标称频率  $f=25\text{KHz}$ ,  $\omega_0=2\pi*f(\text{rad/s})$ ,  $R_{L0}=50\Omega$ , 令  $p_\omega=0.2, p_r=0.4$ , 以及  $-1 \leq \delta_\omega, \delta_r \leq 1$ 。这里  $\delta_\omega, \delta_r$  分别取  $+1, -1$ 。得到  $\Delta$  的三种不同矩阵形式, 对应参数变化下的三种的闭环扰动对象, 验证  $H_\infty$  控制器的控制效果。图 15 和图 16 分别是参数变化下三个扰动闭环系统在给定参

考输入和干扰作用下的时域响应曲线。

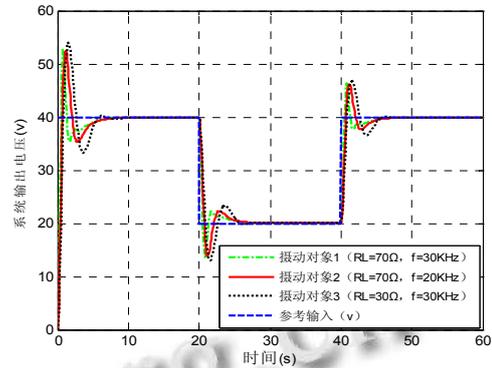
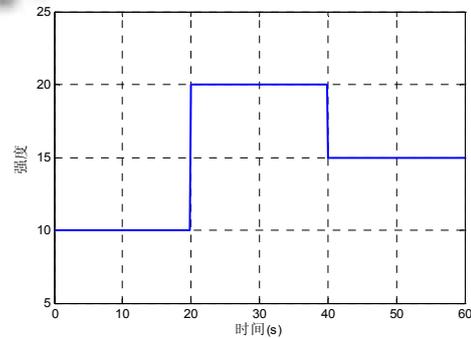
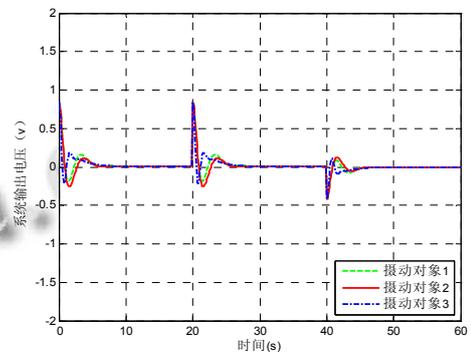


图 15 三个闭环扰动系统在参考输入下的输出响应



(a)



(b)

图 16 (a)外加干扰信号 (b)三个闭环扰动系统在干扰信号下的输出响应

基于上述分析, 针对扰动范围内的所有可能的控制对象, 当给定参考输入和干扰输入时, 扰动范围内所有闭环扰动系统暂态响应曲线如图 17 和图 18 所示。

由图 17 可知, 在给定输入的情况下, 超调量都不大于 29%, 动态调节时间在 5s 左右。这表明在  $H_\infty$  控制作用下, 实现了闭环扰动系统的无静差鲁棒跟踪控制。

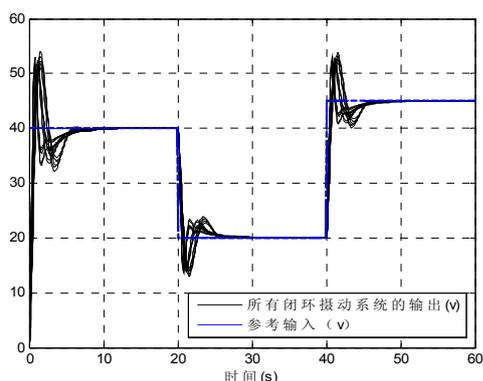


图 17 闭环扰动系统在参考输入下的输出响应

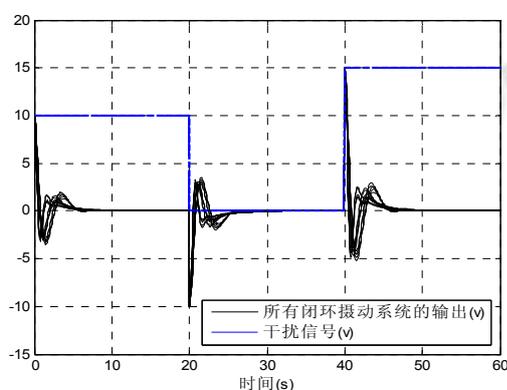


图 18 闭环扰动系统在干扰输入下的输出响应

由图 18 可知, 闭环扰动系统在承受外界干扰的影响下, 系统的输出在经过一定调节时间后都趋于 0 并最终稳定在 0, 这表明干扰对闭环扰动系统的输出几乎无影响。

总体说来, 在  $H_\infty$  控制作用下, 针对有界扰动范围内的所有可能的控制对象, 闭环系统不仅是鲁棒稳定的, 而且具有一定的鲁棒性能。

## 6 结束语

本文利用基于频域分解的广义状态空间平均法对磁耦合谐振无线电能传输系统进行建模, 基于  $H_\infty$  控制理论, 采用 Matlab 鲁棒控制工具箱设计了  $H_\infty$  控制器, 综合考虑参数不确定性和外部扰动因素影响下的闭环扰动系统, 在  $H_\infty$  控制作用下, 实现了闭环系统的输出鲁棒控制。

### 参考文献

- 1 赵争鸣, 张艺明, 陈凯楠. 磁耦合谐振式无线电能传输技术新进展. 中国电机工程学报, 2013, 33(3): 1-12.
- 2 张献, 杨庆新. 电磁耦合谐振式传能系统的频率分裂特性研究. 中国电机工程学报, 2012, 32(9): 168-172.
- 3 Sample AP, Meyer DA, Smith JR. Analysis, experimental results, and range adaptation of magnetically coupled resonators for wireless power transfer. IEEE, 2011, 58(2): 545-547.
- 4 韩腾, 卓放, 闫军凯等. 非接触电能传输系统频率分叉现象研究. 电工电能新技术, 2005, 24(2): 44-47.
- 5 Si P, Hu AP, Malpas S, et al. A frequency control method for regulating wireless power to implantable devices. IEEE Trans. on Biomedical Circuits and Systems, 2008, (2): 22-29.
- 6 傅文珍, 张波, 丘东元. 频率跟踪式谐振耦合电能无线传输系统研究. 变频器世界, 2009, (8): 41-46.
- 7 王智慧. 基于包络线调制的非接触电能传输模式研究[学位论文]. 重庆: 重庆大学, 2009.
- 8 戴欣, 孙跃. 感应电能传输系统能量注入控制方法研究. 电子科技大学学报, 2011, (1): 69-72.
- 9 Lin YL, Sun Y, Dai X. Robust control for an uncertain LCL resonant ICPT system using LMI method. Control Engineering Practice, 2013, 21: 31-41.