

基于 CPN 的求解关键路径的新方法^①

郑文艳

(德州学院 计算机系, 德州 253023)

摘 要: 在证明转换规则正确性的基础上, 首先利用转换规则对 AOE 网进行转换, 然后从两个方面对转换后的 CPN(Colored Petri Nets)模型不合理的地方进行合理性的修改. 再利用编写的函数求出从源点到汇点的所有的可达路径, 在获得所有可达路径的同时也获取了所有可达路径所花费的时间, 那么时间最大的就是关键路径. 该方法不仅简便直观, 而且能够在保证正确性合理性的前提下提高执行效率, 减小时间复杂度.

关键词: 关键路径; 颜色 Petri 网; 消息序列图; 时间复杂度; 状态空间

A New Method for Finding the Critical Paths Based on Colored Petri Nets

ZHENG Wen-Yan

(Department of Computer Science and Technology, Dezhou University, Dezhou 253023, China)

Abstract: Under the circumstances of the correctness of conversion rules has already been proved, The first things is conversion the AOE system using transformation rules, and then to do reasonable modifications about the CPN model's unreasonable aspects from two ways. Using these function that acquired by ourselves to get all the reachable paths from the source to sink. In the meantime, we get all the time that all reachable paths have consumed, and the biggest time is the critical path. The method is not only simple and intuitive, but also can improving the execution efficiency under the premise of correctness and rationality, and can reduce the time complexity.

Key words: Critical Paths; colored Petri nets; message sequence charts; time complexity; state space

1 引言

关键路径法(Critical Path Method, CPM)^[1]最早出现于 20 世纪 50 年代, 它是通过分析项目过程中哪个活动序列进度安排的总时差最少来预测项目工期的网络分析. 这种方法产生的背景是, 在当时出现了许多庞大而复杂的科研和工程项目, 这些项目常常需要运用大量的人力、物力和财力, 因此如何合理而有效地对这些项目进行组织, 在有限资源下以最短的时间和最低的成本费用下完成整个项目就成为突出的问题, 这样 CPM 就应运而生了.

据不完全统计, 搜索到的关于关键路径法的文献大约有一千多种, 从这些文献可知, 关键路径法的应用范围很广, 比如在制造业中, 项目管理中, 项目优化以及各种调度问题中等等, 可见关键路径在各行各业都体现着它的作用. 在这种情况下, 如何快速而又简便的

使用关键路径法成了一个瓶颈问题. 而且, 在有些情况下, 从同一个工程出发到达另外一个工程可能有多个选择, 也就是所谓的环路或回路问题, 对于这种问题从根本上是无法求解其关键路径的, 而且现在存在的算法大多由于无法解决这个问题因此避而不谈, 但这种情况在现实中确确实实是存在的. 基于以上两个原因, 提出了基于 CPN 的求解关键路径的算法.

2 国内外研究现状

国内外存在着各种各样的求解关键路径的算法, 这些算法有着各自的优缺点. 如传统的基于 AOE-网算法, 它通过分别求出所有事件的最早和最迟开始时间以及每项活动的最早和最迟结束时间来求得关键活动. 在此基础上国内外学者相继提出一些新方法. 文献[2]利用图的广度优先搜索与动态规划相结合来求解

① 收稿时间:2013-01-25;收到修改稿时间:2013-03-11

关键路径, 而该算法采用图的邻接表结构, 不需要进行拓扑排序较之传统算法具有更高的效率和更强的健壮性, 但算法求解过程中会出现关键路径局部路段丢失, 没有把所有可能的关键路径完整输出. 文献[3]在深度优先搜索的基础上, 给出从源到汇的所有路径, 经过分析比较找出最长的路径作为关键路径, 求解过程中需多次递归回溯, 算法的执行时间多于传统的 AOE-网算法. 文献[4]的算法采用十字链表的存储结构执行过程中需至少 3 次广度优先搜索. 文献[5]通过定义节点编码图的概念, 提出一种不需要拓扑排序的求解关键路径的新算法. 该算法所需存储空间小, 时间复杂度低, 但是对于有回路的有向图是无法进行计算的. 文献[6-8]都是涉及到了模糊关键路径, 或者通过定义模糊必然关键路径, 可能关键路径和不可能关键路径, 或者引入模糊数, 提出了求解模糊关键路径的新算法. 但是都需要从每条路径的关键度去分析关键路径. 而在实际应用中关键度不好去利用经验等方法确定. 文献[9]指出 dummy activity 的存在会带来很多问题, 基于此提出了蚁群优化算法来求解关键路径. 文献[10]提出了把工程规划中有向网络转换成带时间的 Petri 网, 利用 Petri 网的分析方法, 对转换后模型的不合理之后进行修正, 然后运行自动获取关键路径. 该方法提高了算法的执行效率, 但是其难点在于如何修正不合理之处, 而且对如何使用 Petri 网自动获取关键路径并未进行详细展示.

基于上述国内外对关键路径求解算法的研究, 本文提出利用 Petri 网的 CPN Tool^[11]来求解关键路径的新方法. 首先基于一定的转换规则把 AOE 网转换成 CPN 模型, 然后利用状态分析工具对转换后的模型进行分析, 并对模型进行化简; 化简之后, 利用标准 ML 语言编写的函数对获得的状态可达图进行遍历, 最终获得所有的路径, 然后从这些路径中找出时间最大的即为关键路径. 该方法不仅能够保证时间复杂度比较低的情况下获得所有路径, 而且整个获取过程非常直观.

3 AOE网到CPN模型的转换规则

3.1 AOE 网到 CPN 模型的转化规则

该转换规则欲从 CPN 模型中的库所, 变迁, 弧, 以及库所的初始标识, 变迁触发所消耗的时间, 弧的方向, 弧的表达式等各方面进行说明.

Step1 (库所的产生): AOE 网中的顶点直接对应 CPN 模型中的库所; 即顶点与库所是一一对应的;

Step2 (变迁的产生): AOE 网中直接相连的两个顶点在 CPN 模型相应的两个库所中间增加一个变迁;

Step3 (弧的产生): 根据 Petri 网的定义, 库所只能连接变迁, 变迁只能和库所相连. 因此, 在 Step2 中产生的这些变迁和 Step1 中产生的库所之间增加弧, 并按照以下规则进行相连: 变迁的输入库所对应着 AOE 网中有直接相连关系的源顶点, 输出库所对应着目的顶点;

Step4 (模型的初始标识): 为了使 CPN 模型可以运行, 必须给模型一个初始标识 M0. 初始标识是这样产生的: AOE 网中所有源点对应的库所上添加一个托肯, 其余库所不添加任何托肯. 那么, 表示工程结束的模型标识为汇点所对应的库所中有托肯, 其余库所均没有托肯;

Step5 (变迁发生所消耗的时间): 变迁发生所消耗的时间应该是该变迁的输入库所对应的 AOE 网中某个工程所消耗的时间. 出现形式为 @+t, t 对应着工程完成所需要的时间;

3.2 转化规则正确性合理性的证明

3.1 节从各个方面阐述了从 AOE 网到 CPN 模型的转换规则. 那么, 对这些规则正确性的证明是必不可少的. 否则, 这种转换规则的合理性就无法保证.

证明:

首先, 根据 AOE 网的定义, 顶点代表某个工程, 每个工程有自己的属性, 比如工程名, 完成该工程所消耗的时间, 两个工程之间的前后顺序等. 对于工程而言是静止的, 因此用 CPN 模型中的库所与之对应; 而工程是需要执行才能完成, 与 CPN 模型中的变迁对应; 一个工程完成的标志是时间, 只要到了代表该工程结束的某个时间点, 那么该工程就完成了, 就可以进入下一个工程了, 这个属性对应着变迁的时间属性, 变迁的发生代表着前一个工程完成开始进入下一个工程; 而整个 CPN 模型的初始标识对应着 AOE 网中的源点, 也就是说某个工程不需要任何工程的完成. 代表整个 AOE 网结束的标识是汇点中有托肯, 其余顶点没有托肯, 无论是初始标识的设定还是结束标识 Me 的设定均符合工程的实际执行情况, 并且初始标识中源点对应的库所中托肯数量为 1 的设定也是同样的道理.

另外, 关于库所, 变迁等命名的问题只要符合

CPN 模型中的命名要求并不会对模型有任何的影响。

最后, 根据关键路径的定义, 可知关键路径必存在于从初始标识 M0 出发, 能够到达 Me 的所有可达路径中. 而且是所有这些可达路径中花费时间最多的那条路径。

综上, AOE 网到 CPN 模型的转换规则是正确的。

4 利用CPN求解关键路径的具体实现

以旅行社业务进程实例的一部分为例, 对该部分业务流程简单介绍如下: 顾客预订了某个行程后旅行社就开始进行保险业务, 客户资料登记以及用户行程的安排(这三个任务可以同时进行). 保险业务和顾客资料登记完成后需要旅行社主管审核, 审核完成后顾客可以支付费用, 与此同时, 审核的结果与行程安排一并送交顾客, 等待顾客的反馈结果, 在顾客对行程及费用等各项工作没有异议并且支付了相关费用后开始旅程. AOE 网中顶点及各个顶点的含义如表 1 所示:

表 1 AOE 网中顶点及各个顶点的含义

顶点	顶点含义	顶点	顶点含义
v1	客户预订某个行程	v6	旅行社提供客户行程安排表
v2	旅行社的保险业务	v7	审核完成等待用户支付费用
v3	客户资料的登记	v8	等待用户反馈
v4	旅行社为客户做行程安排	v9	客户旅程开始
v5	旅行社主管审核		

据上描述得到如图 1 所示的 AOE 网:

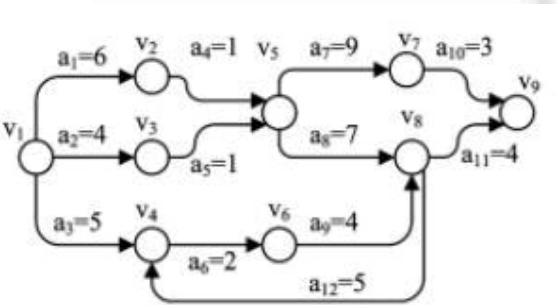


图 1 旅行社业务进程的 AOE 网

根据转换规则得到图 1 对应的 CPN 模型如图 2 所示:

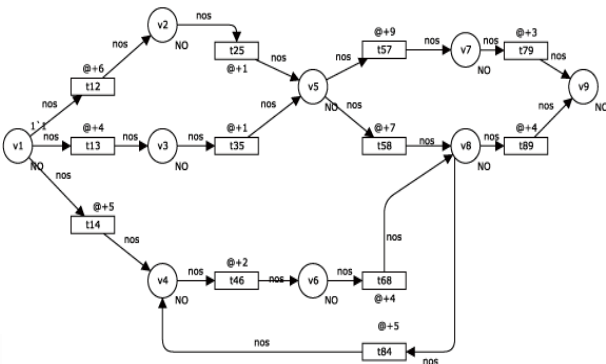


图 2 图 1 对应的 CPN 模型

4.1 Standard Report

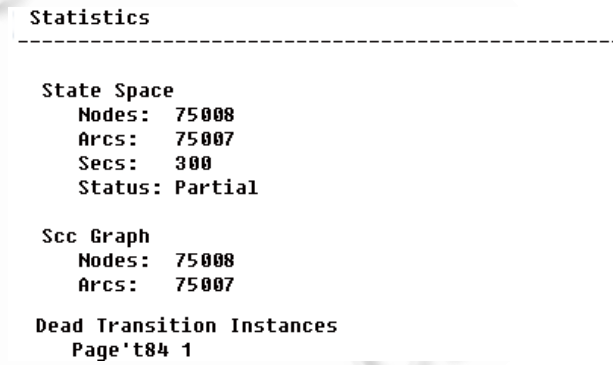


图 3 CPN 模型的状态标准报告

这是计算模型状态可达图时得到的部分报告, 该报告给出了状态可达图的结点, 弧, 计算可达图消耗的时间以及状态等信息. 在这里需要注意的是 Status 的取值, 如果是 Full 说明这个数据是整个状态可达图的, 那么基于这个状态可达图做的所有工作都是完整正确可靠的; 如果取值为 Partial, 说明仅仅得到了整个状态可达图的一部分, 而不是全部的, 基于部分可达图的工作并不能保证完全正确。

有两种情况会导致 Status 的取值为 Partial: 一是模型中存在回路, 导致某些变迁没有触发的机会; 二是如果不存在死变迁则说明整个 CPN 模型过于庞大, 在规定的时间内(CPN tool 初试默认的时间)执行一次计算并不能得到所有的结点, 要想得到所有的结点, 需要执行多次计算。

纵观整个模型, 发现如果去掉 t84 的话也就是说不需要等用户的反馈, 只要是 t79(用户统一并支付了费用)发生了, 意味着顾客同意了旅行安排, 因此, 没有必要一直等待用户的反馈, 并且在这个环节不断的

重复. 因此, 把死变迁 t_{84} 删掉是合理的.

把死变迁 t_{84} 删掉, 得到图 4 所示的模型.

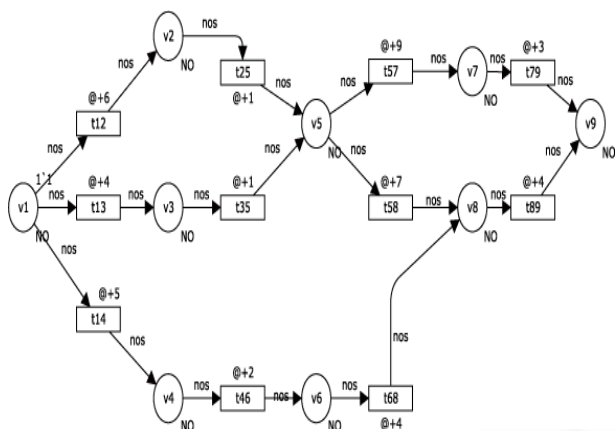


图 4 修改后的 CPN 模型

进一步对修改后的模型再计算其状态空间, 得到如下的状态报告.

Statistics

State Space

Nodes: 17
Arcs: 16
Secs: 0
Status: Full

Scc Graph

Nodes: 17
Arcs: 16
Secs: 0

Dead Transition Instances

None

图 5 修改后模型的状态标准报告

利用状态可达图可以获得任意两个顶点间的所有路径. 根据路径所消耗的时间可以很直观的获取两个顶点间的关键路径.

4.2 SearchNodes

由于在变迁上增加了时间, 所以会出现这样的情况: 在该 CPN 所对应的可达图中, 库所 v_9 托肯数为 1 其余库所托肯数为 0 的结点不仅仅只有一个. 因为这两个顶点间的通路不止一条. 因此, 要解决的关键问题是如何在忽略时间戳的情况下, 得到状态可达图中具有这种特性的所有结点的列表, 这种特性是指: 库所 v_9 托肯数为 1 其余库所托肯数为 0. 因为库所 v_9 托肯数为 1 其余库所托肯数为 0 才标志着工程的结束.

为了解决这个问题, 使用 ML 语言^[12]编写了

SearchNodes 函数, 该函数的功能就是在忽略时间戳的情况下, 得到库所 v_9 托肯数为 1 其余库所托肯数为 0 的所有结点的列表.

```
SearchNodes(  
  EntireGraph,  
  fn n=>size(Mark.Page'v9 1 n)=1,  
  NoLimit,  
  fn n=>n,  
  [],  
  op::)
```

4.3 Reachable

该函数是求从一个结点到另一个结点所经过的所有结点的列表; 其参数和结果均为状态可达图中的结点号, 而这个结点号并不一定直接对应着 CPN 模型中的库所; 因为这个结点号的得出是 State Space 按照深度优先或者广度优先的原则计算出来的. 要想得到结点号对应的库所, 只需要看结点的详细信息, 其中库所取值为 1 的库所就是结点对应的库所.

在获得标志着工程结束的所有结点列表的情况下, 利用 Reachable 函数很容易求得从代表始点的库所 v_1 到上述列表中各个结点的信息, 该信息指的不仅仅是经过的结点, 而且很直观的获取所花费的时间, 从中找出时间最大的那条路径, 就获得了从 v_1 到 v_9 的关键路径.

4.4 具体实现

如果求某 AOE 网的关键路径那么源节点 v_1 和目标结点 v_9 必是关键路径上的两个结点, 因此第一步需要求出从 v_1 到 v_9 的所有路径.

Step1 利用 SearchNodes 函数求出忽略时间戳的前提下 v_9 这个库所中托肯数为 1 其余库所托肯数为 0 的所有结点列表, 结果为 [11, 12, 15, 16, 17]. 然后根据这个列表把各个结点按结点标号的顺序进行排列, 并且显示每个结点的详细信息, 通过它们的时间戳, 可以求出从 v_1 到 v_9 所花费的最大时间为 19, 是标号为 17 的结点所对应的.

Step2 根据得到的结点列表, 利用 Reachable 函数求出从 v_1 到该列表中每个结点的详细路径. 根据第一步可知花费时间最长的是结点标号为 17 所对应的, Reachable(1, 17)的结果为 [1, 4, 7, 14, 17]. 见图 6.

Step3 此处需要注意, 这个标号是可达图中结点的标号, 与 CPN 或 AOE 网中的结点没有直接对应关

系,如果要知道 4 这个标号对应 CPN 中的哪个结点,是从结点下方中可以看出,哪个库所托肯数为 1 即指的是哪个结点(工程),根据图 7 可知从 v1 到 v9 的关键路径为 v1, v2, v5, v7, v9.

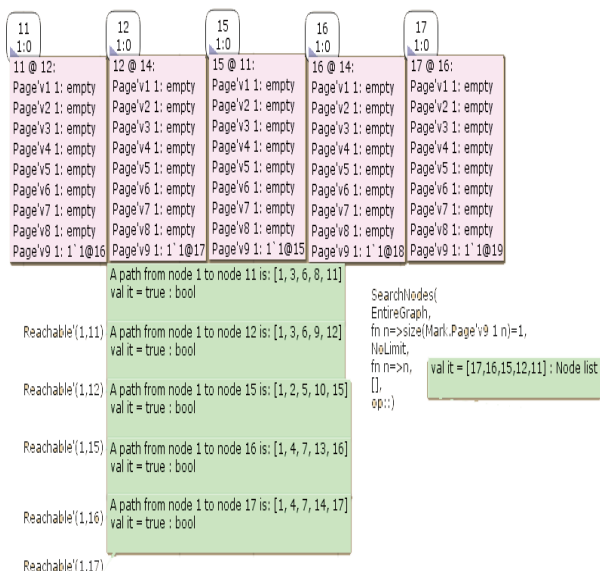


图 6 SearchNodes 和 Reachable 函数的结果

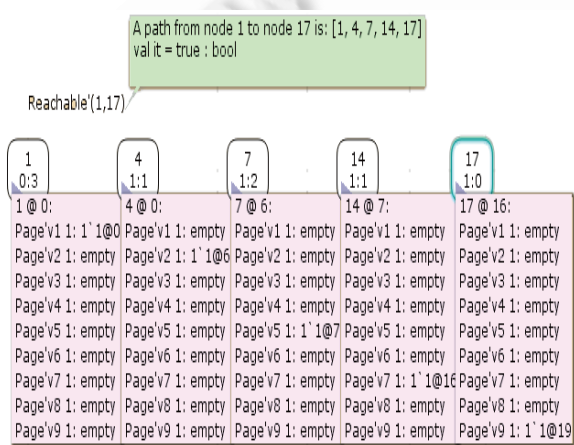


图 7 Reachable 函数对应的 AOE 网的结点

最终求得关键路径如图 8 所示:

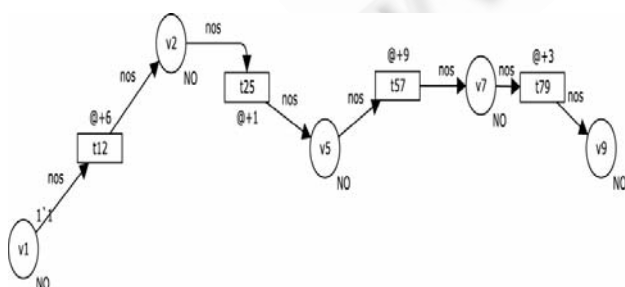


图 8 关键路径

5 时间复杂度分析

不妨假设 AOE 网中含 m 个顶点 n 条边. 利用 CPN tool 求解关键路径所需要消耗的时间分三部分;

第一部分是转换部分,可近似认为在单位时间内能够完成;

第二部分是先生成标准报告,根据报告中是否存在死变迁来进一步做判断,如果不存在死变迁,那么直接进行下一步求解;反之,就需要先删除死变迁,再生成标准报告,直到不存在死变迁为止;这一部分花费的时间和传统的基于 AOE 网的算法相比节约一半的时间,因为只需要遍历一次即可;

第三部分就是利用上面提到的函数进行求解,求解的过程也可近似认为在单位时间内能够完成;

最终总的时间复杂度为 $1/2 * O(m + n)$ 和基于 AOE 网的算法相比,其时间常数因子小一些,能节省一半的时间.

6 总结

本文借助 CPN tool 这个强大的工具提出了求解关键路径的一种新方法. 它具有三个鲜明的特点: a) 直观,无论是从求关键路径的角度出发还是从应用关键路径的角度出发,该方法有着最基本的数学理论做支撑,并且操作简单,直观; b) 采用的标准报告的方法进一步对不合理的部分进行分析,不仅确保模型修改的合理性,而且对 AOE 网整个流程的改进有着很好的理论支撑; c) 由于从整体上对流程的不合理部分进行了改进,避免了重复不合理流程,因此整个方法时间复杂度比其他方法有所提高.

参考文献

- 1 罗宓.关键路径法在项目管理中的应用.中小企业管理与科技,2007(6).
- 2 刘芳,王玲.基于动态规划思想求解关键路径的算法.计算机应用,2006,26(6):1140-1142.
- 3 孟繁桢.求关键路径的一个算法.计算机工程,1995,(4).
- 4 徐凤生.一种新的关键路径求解算法.计算机应用与软件,2005,(6).
- 5 王明福.一种求解关键路径的新算法.计算机工程,2008,(9).
- 6 张宏国,陈邵文.一种模糊关键路径求解新方法.计算机应用研究,2009,26(6).
- 7 Nasution SH. Fuzzy critical path method. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1994,24(1):48-57.

(下转第 53 页)

//设置曲线的标题样式为宋体、粗体显示、字号大小为 15.

4 实验与分析

为了检验整个智能喷雾实时监控系统的功能效果,先在某煤矿进行了为期一个月的试用,根据试用结果及用户的反馈又对系统继续进行完善.如开始实时监控系统中设置的是每隔 1 秒自动刷新 1 次数据,这样采集到的数据量较大,影响系统的运行速度,考虑到井下环境的变化情况及用户的可接受程度将刷新时间间隔改为 7 秒钟 1 次;开始监控系统中各种信息的显示大部分都利用文字或数字显示,用户觉得不够直观,于是将其修改为利用图片形式显示.系统修改完善后又继续试运行一个月,用户反映使用效果良好.

5 结语

本文提出的智能喷雾实时监控系統不但可实现井下的自动喷雾降尘、防火和降温,还可在地面实时监测并控制井下喷雾的运行情况.该系统不但可以取代原有手动开/关水阀进行降尘的落后模式,还解决了煤矿自动喷雾的技术难题,比现有的一些自动喷雾系统有很大的改进,使得喷雾系统更加智能化和人性化.该系统目前已经被多家煤矿所采用,使用效果良好.该系统对于改善井下作业环境、防止尘肺病危害、确保煤矿井下安全生产和提高煤矿的科学管理有着很重要的作用,市场应用前景广阔.

参考文献

- 1 汪海华.煤矿井下自动喷雾降尘系统设计.中州煤炭,2012,10:8-10.
- 2 马胜利,李高峰.基于单片机的自动喷雾降尘系统的设计.煤炭机械,2009,5:205-207.
- 3 李斌.煤矿自动喷雾降尘装置的设计及应用.科技风,2012,11(22):142-143.
- 4 王绪友,付伟.煤矿粉尘在线监测及联动喷雾降尘系统的设计.工矿自动化,2010,6:109-112.
- 5 朱印宏,邓艳超.DIV+CSS 网站布局从入门到精通.北京:石油工业出版社,2011.
- 6 陈锋敏.Ajax 原理与系统开发.北京:清华大学出版社,2009.
- 7 周明天,汪文勇.TCP/IP 网络原理与技术.北京:清华大学出版社,1993.
- 8 朱贺新,穆荣,卢建军.JFreeChart 的应用开发与改进.西安科技大学学报,2008,12(28):789-791.
- 9 王征强.利用 JFreeChart 开发包绘制图表.邢台职业技术学院学报,2007,2(24):38-41.
- 10 李村合,张培颖.基于 J2EE 的 Java 绘图方法研究与实现.微计算机应用,2005,26(4):49-451.
- 11 王国辉.Java Web 开发实战宝典.北京:清华大学出版社,2010.
- 8 Yao JS, Lin FT. Fuzzy critical path method based on signed distance ranking of fuzzy numbers. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. Part A: Systems and Humans, 2003,(1):76-82.
- 9 Duan Q, Liao TW. Improved ant colony optimization algorithms for determining project critical paths. Automation in Construction, 2010,19(6):676-693.
- 10 叶双,叶剑虹,刘传才.基于 Petri 网的关键路径求解算法.计算机科学,2012,(6).
- 11 Jensen K. Coloured Petri nets: basic concepts, analysis methods, and practical use. Berlin: Springer Verlag, 1992.
- 12 Jensen K, Kristensen LM. Coloured Petri Nets: Modelling and Validation of Concurrent Systems. Berlin: Springer Heidelberg, 2009.

(上接第 13 页)