

# 改进量子行为粒子群算法求解武器目标分配问题<sup>①</sup>

李欣然

(中北大学 电子与计算机科学技术学院, 太原 030051)

**摘 要:** 为了提高武器目标分配(WTA)问题的求解效率和性能, 提出一种求解武器目标分配问题的改进量子粒子群优化算法. 首先, 通过定义粒子进化速度及粒子聚集度, 将惯性权重表示为粒子进化速度和粒子聚集度的函数, 使惯性权重具有自适应性. 其次, 将慢变函数引入传统位置更新公式中, 有效地克服陷入局部最优解的问题. 最后, 以分配各类武器迎击来袭目标的失败概率最低为目标, 建立多种类型武器目标分配问题模型. 仿真实验表明, 提出的算法能快速给出武器目标分配问题的最好或较好分配方案; 能高效地求解武器目标分配问题.

**关键词:** 基于量子行为的粒子群优化算法(QPSO); 自适应; 惯性权重; 慢变函数; 武器目标分配(WTA)

## Quantum-Behaved Particle Swarm Algorithm on Weapon Target Assignment

LI Xin-Ran

(College of Computer Science and Technology, North University of China, Taiyuan 030051, China)

**Abstract:** In order to improve the solving efficiency and performance of Weapon Target Assignment (WTA), this paper puts forward a kind of improved quantum-behaved particle swarm optimization algorithm for solving WTA. First, by defining particle evolution speed and particle aggregation degree, the inertia weight is expressed as the function of particle evolution speed and particle aggregation degree, making the inertia weight have self-adaptivity. Secondly, the slowly varying function is introduced into the traditional location updating formula, effectively overcoming the problem of the partial optimization. Finally, a multiple weapons target assignment is built to meet the target of the minimum failure probability in allocating weapons and shooting all targets. Simulation results indicate that the new algorithm can get the optimal or suboptimal solution to WTA problems, that is, effectively solve WTA problems.

**Key words:** quantum-behaved particle swarm optimization; self-adaptive; inertia weight; slowly varying function; weapon target assignment

武器—目标分配(WTA)问题是利用计算机分配武器和来袭目标的对应关系, 使分配方案的防御能力最强. 该问题本质上是一种多目标寻优问题, 解决武器目标分配问题的难点是合理选择分配算法. 目前多采用各种进化算法来求解 WTA 问题; 例如: 遗传算法<sup>[1,2]</sup>、蚁群算法<sup>[3,4]</sup>、多群协同 PSO 优化算法<sup>[5]</sup>等. 然而各种进化算法都不可避免地存在着早熟停滞现象, 导致求解效率降低. 粒子群算法通过全局极值向全体粒子传递信息, 是信息单向流动, 所以粒子群算法较其他进化算法能更快收敛于最优解, 但是粒子群算法也存在着早熟收敛现象. 江南大学孙俊等人于 2004 年提出了具有量子行为的粒子

群算法(QPSO)<sup>[6]</sup>, 该算法的全局搜索能力大大增强.

但是 QPSO 算法中惯性权重  $\beta$  的值是随着进化代数的增加而线性减少的, 利用这种方法来反映实际非线性的且复杂的搜索过程, 易导致算法陷入局优, 同时降低算法的收敛速度. 本文利用粒子进化速度及粒子聚集度来动态调整惯性权重, 使惯性权重具有自适应性, 避免陷入局部最优; 同时将慢变函数引入传统位置更新公式中, 以保持种群多样性, 加强 QPSO 算法的全局搜索能力, 提升算法的收敛速度. 并尝试将改进的 QPSO 算法应用于武器目标分配中, 用实例验证了方法的可行性及有效性.

① 基金项目: 山西省自然科学基金(2012011011-3); 中北大学青年基金(2013-1)

收稿时间: 2013-02-07; 收到修改稿时间: 2013-03-11

## 1 多种类型武器目标分配问题数学模型

### 1.1 模型变量及符号说明

- 1)  $n$  为来袭目标数量.
- 2)  $m$  为防御武器类型的数目.
- 3)  $V_j$  为目标  $j$  的威胁性系数.
- 4)  $W_i$  为  $i$  类型武器数目.
- 5)  $p_{ij}$  为一个  $i$  类型武器迎击目标  $j$  的杀伤概率.
- 6)  $x_{ij}$  为分配  $i$  类型武器迎击目标  $j$  的数目, 最多可分配目标  $j$  武器数目为  $N_j$

7)  $q_{ij}=1-p_{ij}$ , 即目标  $j$  受到一发  $i$  类型武器打击的生存概率.

### 1.2 武器目标分配问题数学建模

武器目标分配问题是要确定分配给各来袭目标的各种防御武器数目以使分配各类武器迎击来袭目标的最失败概率最低, 这个问题可定义为式(1).

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \sum_{j=1}^n V_j \left( \prod_{i=1}^m q_{ij}^{x_{ij}} \right) & (1) \\ & \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq W_i, i=1,2,\dots,m \\ & \text{s.t.} \\ & \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq N_j, j=1,2,\dots,n \end{aligned}$$

$x_{ij} \geq 0$  且为整数,  $i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n$

本文拟利用改进的量子行为粒子群算法求解武器目标分配问题.

## 2 量子行为粒子群优化算法

为了提高粒子的全局搜索能力, 江南大学孙俊等人于 2004 年提出具有量子行为的粒子群算法(QPSO)<sup>[6]</sup>. 量子行为的粒子群算法将粒子看成量子. 量子可以以一定的概率在整个可行解空间中探索全局最优解, 因而可以有效提高全局搜索能力, 避免陷入局优. 由于在量子空间中不能同时确定粒子的速度和位置, 所以借助波函数描述粒子状态, 并通过求解薛定谔方程得到粒子在空间任一位置出现的概率密度函数, 使用 Monte Carlo 方式生成粒子的位置方程为:  $X(t) = P \pm \ln \left[ \frac{1}{u} \right]$ , 式中  $u$  为服从在  $[0,1]$  上均匀分

布的随机数;  $L$  值由式  $L(t+1) = 2b | mbest - X(t) |$  确定. 最后得到 QPSO 算法的进化方程为:

$$P = \alpha * Pbest(i) + (1 - \alpha) * Gbest \quad (2)$$

$$mbest = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M Pbest(i) \quad (3)$$

$$b = 1.0 - \text{generation} / \text{maxgeneration} * 0.5 \quad (4)$$

$$\text{position} = P \pm b * | mbest - \text{position} | * \ln(1/\mu) \quad (5)$$

上式中,  $Pbest(i)$  表示第  $i$  次迭代时粒子的最优位置,  $Gbest$  表示第  $i$  次迭代过程中群体的全局最佳位置,  $P$  是位于  $Gbest$  与  $Pbest(i)$  之间的一个随机位置.  $mbest$  是粒子群  $Pbest$  的中间位置, 也就是平均值;  $b$  为惯性权值, 是 QPSO 算法收敛的一个重要参数, 在量子行为粒子群算法收敛过程中线性递减;  $\alpha, \mu$  为 0 至 1 之间的随机数, 当  $\mu$  的值 大于 0.5, 式(5)取加, 当  $\mu$  的值 小于 0.5 取减;  $\text{generation}$  是当前进化代数,  $\text{maxgeneration}$  是设定的最大进化代数<sup>[7,8]</sup>.

## 3 量子行为粒子群算法改进方法

### 3.1 根据粒子进化速度和聚集度动态地调整惯性权值

#### 1) 定义粒子进化速度

设  $f(Gbest(t))$  和  $f(Gbest(t-1))$  分别为第  $t$  次和第  $t-1$  次迭代的全局最佳位置值的适应度值, 则定义进化速度

$$es = f(Gbest(t-1)) / f(Gbest(t)) \quad (6)$$

由于本文求适应度最大植, 根据式(6)定义可知,  $0 < es \leq 1$ .  $es$  值越小, 进化速度越快.  $es$  值保持为 1, 则可判定算法找到了粒子的最优解.

#### 2) 定义粒子聚集度

设  $f(Gbest(t))$  是粒子群第  $t$  次迭代的全局最佳位置适应度值,  $f(Pbest(t))$  是个体粒子第  $t$  次迭代的最佳位置适应度值.  $f(Gbest(t))$  必然优于  $f(Pbest(t))$ . 定义全部粒子在第  $t$  次迭代过程中最佳位置适应度值  $f(Pbest(t))$  的平均值为

$$Fa = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(Pbest(t)) \quad (7)$$

在极大值的寻优过程中,  $f(Gbest(t)) \geq Fa$ , 进而定义粒子聚集度为

$$gd = Fa / f(Gbest(t)) \quad (8)$$

显然,  $0 < gd \leq 1$ ,  $gd$  能够反映粒子的聚集程度和种群的多样性.  $gd$  值变大, 说明粒子的聚集程度变大, 粒子种群多样性降低. 当  $gd$  的值为 1 时, 全部粒子特征相同, 算法陷入局优.

#### 3) 定义动态调整惯性权重

据粒子进化速度  $es$  和粒子聚集度  $gd$  的值来动态

调整惯性权重  $b$ , 即

$$b = \beta_0 - es\beta_1 + gd\beta_2 \quad (9)$$

式(9)中,  $\beta_0$  是  $b$  的初始值, 一般情况  $\beta_0$  取值为 1;  $\beta_1$  是  $es$  作用下的权重;  $\beta_2$  是  $gd$  作用下的权重.  $\beta_1$ 、 $\beta_2$  的取值对算法的性能也有较大的影响. 通过对经典测试函数 Sphere 函数  $f(y) = \sum_{i=1}^N y_i^2$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) 进行比较测试. 算法运行 10 次, 取 20 个粒子, 2 维, 计算精度为  $10^{-6}$ , 设定最大迭代次数为 100. 实验结果表明,  $\beta_1$  取值为 0.5,  $\beta_2$  取值为 0.1 算法性能最佳.

此时, 如果  $gd$  的值增大, 说明粒子群聚集程度变大; 则惯性权重  $b$  的值增大, 使粒子具有较好的全局搜索能力, 保持较好的种群多样性. 如果  $es$  的值增大, 说明粒子进化速度减慢; 则惯性权重  $b$  的值减小, 这样粒子则具有较好的局部搜索能力, 利于局部寻优.

### 3.2 利用慢变函数克服早熟收敛

本文利用粒子聚集度  $gd$  值来判断是否早熟停滞, 利用慢变函数使粒子克服早熟.  $gd$  能够反映粒子的聚集程度和种群的多样性.  $gd$  值增大, 粒子的聚集程度也增大, 导致粒子多样性降低.  $gd$  的值为 1 时, 粒子群中的全部粒子特征相同, 此时算法陷入局部最优. 在位置更新公式中引入了慢变函数的扰动, 增强了局部搜索能力, 有助于提高解的精度, 适用于粒子中后期保持种群多样性.

$$position = P \pm b * |mbest - position| * \ln(1/\mu) + L(x) \quad (10)$$

因为没有增加(或减小)速度最快的慢变函数, 也没有摆动(或振荡)速度最快的慢变函数<sup>[9]</sup>, 所以本文采用  $L(x) = (\lg x)^a$  形式慢变函数, 其中  $a \in R$ .

### 3.3 算法验证

采用标准的测试函数测试改进算法的性能, 并与具有量子行为的粒子群算法性能进行比较. 测试函数取单峰二次函数标准 Sphere 函数、病态单峰二次函数 Rosenbrock 函数、具有大量局部最优点的多峰函数 Rastrigrin 函数.

算法中利用测试函数作为粒子的适应函数, 实验运行 20 次计算平均值, 测试函数粒子数为 20, 最大迭代次数 100. QPSO 算法中,  $\beta$  的值在  $[1.2 \sim 0.4]$  范围线性递减. 改进算法中,  $\beta_1$  取值 0.5,  $\beta_2$  取值 0.2,  $\beta$  在进化过程中自适应调整. 实验结果如表 1 所示.

表 1 中数据显示, 对于本文选取的各种测试函数, 本文改进算法的计算结果要明显优于量子行为的粒子

群算法, 且算法平均迭代时间明显缩短. 实验说明改进算法可以明显提高粒子的收敛速度, 具有较强的全局搜索能力.

表 1 测试函数下 QPSO 算法与  
本文改进算法的性能比较

测试函数	本文改进算法		量子行为粒子群算法	
	最优适应度值	时间 (ms)	最优适应度值	时间 (ms)
Sphere	$2.37 \times 10^{-6}$	141.3	$2.68 \times 10^{-6}$	301.3
Rosenbrock	$0.83 \times 10^{-1}$	419.6	$8.82 \times 10^{-1}$	557.9
Rastrigrin	$3.72 \times 10^{-6}$	329.5	$4.25 \times 10^{-6}$	592.4

## 4 求解多种类型武器目标分配问题的改进量子粒子群算法

### 4.1 粒子编码

假设系统有  $m$  种类型武器, 其中第  $i$  类武器个数是  $r_i$  个, 本文用一个长度为  $r_1 + r_2 + \dots + r_m$  的整数串来表示一个粒子. 其中  $p_1, p_2, \dots, p_{r_1}$  代表第 1 类的  $r_1$  个武器的分配方案,  $p_{r_1+1}, p_{r_1+2}, \dots, p_{r_1+r_2}$  代表第 2 类的  $r_2$  个武器的分配方案,  $p_{r_1+r_2+1}, \dots, p_{r_1+r_2+r_3}$  代表第 3 类的  $r_3$  个武器的分配方案,  $p_{r_1+r_2+r_3+1}, \dots, p_{r_1+r_2+r_3+r_4}$  代表第 4 类的  $r_4$  个武器的分配方案,  $p_{r_1+r_2+r_3+r_4+1}, \dots, p_{r_1+r_2+r_3+r_4+r_5}$  代表第 5 类的  $r_5$  个武器的分配方案. 记粒子的维数为  $D$ , 即  $D = r_1 + r_2 + \dots + r_m$ .

本文武器-目标分配问题中, 有  $n$  个目标, 因此在粒子编码  $p_1, p_2, \dots, p_n$  中, 每一维  $p_i$  的取值为 0 到  $n$  之间的整数, 若  $p_i = 0$ , 则表示  $p_i$  所对应的武器未分配给任何目标, 若  $p_i = j$ , 则表示  $p_i$  所对应的武器分配给目标  $j$ .

由编码方法可知, 本文需要采用整数进行编码. 所以对公式(5)进行取整得公式(11).

$$position = (\text{int})(P \pm \omega * |mbest - position| * \ln(1/\mu)) \quad (11)$$

### 4.2 适应度函数定义

量子粒子群算法中粒子当前位置的好坏是通过适应度值进行评价. 对应分配武器迎击全部目标的失败概率越小, 则适应度越高. 相应的适应度函数为:

$$f(p^*) = 1 / \sum_{j=1}^n V_j \left( \prod_{i=1}^m q_{ij}^{x_{ij}} \right) \quad (12)$$

式中, 向量  $p^*$  代表一个完整的编码方案, 计算适应度函数过程, 先对  $p^*$  进行解码, 生成具体分配方案, 然后在利用公式(12)计算适应度函数.

### 4.3 求解多种类型武器目标分配问题的改进量子粒子群算法

步骤 1. 编码及对粒子群进行初始化.

步骤 2. 根据目标函数式(12)计算所有粒子的适应

度值;判断算法是否满足收敛条件,如果满足收敛条件,执行步骤 7;否则,执行步骤 3.

步骤 3. 根据式(6)~(8)计算粒子进化速度和粒子聚集度,按式(9)计算惯性权重  $b$ .

步骤 4. 依据计算的适应度值,更新每个粒子最佳位置  $Pbest(i)$  和群体最佳位置  $Gbest$ ;根据公式(2)~(4)及(11)更新每个粒子的位置,生成新的粒子群.

步骤 5. 如果  $gd$  的值长时间接近 1 但不满足终止准则,按式(10)通过慢变函数对位置更新公式进行扰动;否则,转向步骤 6.

步骤 6. 如果达到设定的终止条件则执行步骤 7;否则转向执行步骤 2.

步骤 7. 输出全局最优位置  $Gbest$  及其相应的适应度值.

### 5 仿真实验

在 Intel Pentium IV 2.0 GHz 的 CPU、8GB 内存、Windows XP 系统、MATLAB 7.0 环境下,检验本文提出的求解武器-目标分配问题的改进量子粒子群算法性能. 假设有 6 个来袭目标,  $T_1, T_2, \dots, T_6$ . 4 种类型防御武器  $W_1, W_2, W_3, W_4$ , 各类防御武器数目为  $\{2, 1, 2, 1\}$ , 防御方对每个来袭目标最多可分配 1 个武器. 各类武器对不同来袭目标的杀伤概率及各类目标的威胁度如表 2 所示.

表 2 来袭目标威胁性系数及各类武器对不同来袭目标的杀伤概率

来袭目标	威胁性系数	各类武器对不同来袭目标杀伤概率			
		W1	W2	W3	W4
T1	1.0	0.5	0.4	0.1	0.8
T2	0.9	0.7	0.1	0.7	0.3
T3	0.7	0.2	0.8	0.3	0.2
T4	1.0	0.5	0.7	0.7	0.8
T5	0.5	0.8	0.6	0.6	0.2
T6	0.8	0.4	0.9	0.8	0.1

设程序最大迭代次数是 200, 读入表 2 中数据运行程序, 程序在第 51 次迭代后得到最优解, 相应分配方案如表 3 所示.

表 3 本文算法求解武器目标分配问题优化结果

来袭目标编号	T1	T2	T3	T4	T5	T6
武器类型编号	W1	W4	W3	W1	W2	W3

表 3 中的分配方案表示: 第 1 种类型的两个武器分

别迎击来袭目标  $T_1$  和  $T_4$ , 第 2 种类型的武器迎击来袭目标  $T_5$ , 第 3 种类型的两个武器分别迎击来袭目标  $T_3$  和  $T_6$ , 第 4 种类型的武器迎击来袭目标  $T_2$ .

对具有量子行为的粒子群算法与本文提出改进算法进行多种类型武器目标分配问题比较实验;其中量子行为粒子群算法的惯性权重  $b$  在区间  $[1.2, 0.4]$  内均随迭代次数的增加而线性减少. 本文算法  $\beta_1$  取值为 0.5;  $\beta_2$  取值为 0.1. 最大迭代次数为 100. 重复进行 20 次实验生成最优方案的适应度值情况如表 4 所示.

表 4 最佳方案的适应值比较

算法	最佳值	最差值	平均值
QPSO	1.0851	1.6625	1.4169
本文算法	0.8473	1.1352	0.9864

本文算法最佳分配方案的适应度函数值 0.8473, 平均最佳方案的适应度值为 0.9864, 与最佳值相差 0.1391;而 QPSO 算法所得最佳方案的适应度平均值为 1.4169, 与最佳值相差 0.3318, 可明显看出在求解多种类型武器目标分配问题中, 本文提出算法性能大大优于具有量子行为的粒子群算法.

为了进一步验证算法性能, 取来袭目标数为 20, 防御武器种类为 5, 每类武器数量为  $\{6, 5, 4, 6, 5\}$  的情况对两种算法进行比较试验, 本文算法与 QPSO 算法最佳适应度值随时间变化情况如图 1 所示.

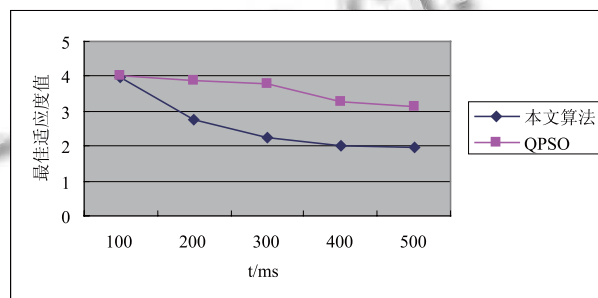


图 1 适应度函数的平均值随时间变化示意图

图 1 说明, 当来袭目标数量增加, 防御武器数量增加时, 本文算法与 QPSO 算法相比能够更快速给出分配方案.

### 6 结论

本文针对量子行为粒子群算法易于陷入局部最优

(下转第 121 页)

- 软件学报,2010,21(7):1646-1656.
- 3 Heinzelman W, Chandrakasan A, Balakrishnan H. Energy-Efficient Communication Protocol for Wireless Microsensor Networks. Proc. of the 33 rd Hawaii International Conference on System Science. Hawaii, USA, 2000: 3005-3014.
  - 4 Kumar D, Aseri TC, Patel RB. EEHC: Energy efficient heterogeneous clustered scheme for wireless sensor networks. Computer Communications, 2009 Elsevier, 662-667.
  - 5 Shah GA, Akan OB, Bozyigit M. Multi-Event adaptive clustering (MEAC) protocol for heterogeneous wireless sensor networks. Proc. Fifth Annual Mediterranean Ad Hoc Networking Workshop (MedHoc-Net 2006). June 2006.
  - 6 Chen GH, Li CF, Ye M, Wu J. An unequal cluster-based routing protocol in wireless sensor networks. Wireless Network, 2009,15:193-207.
  - 7 Chamam A, Pierre S. On the Planning of Wireless Sensor Networks: Energy-Efficient Clustering under the Joint Routing and Coverage Constraint. IEEE Trans. on mobile computing, 2009,8(8):1077-1086.
  - 8 沈晓瑞.基于模糊逻辑的无线传感器网络分簇路由协议的研究[学位论文].太原:太原理工大学,2010.
  - 9 罗媛媛.基于模糊逻辑的无线传感器网络路由协议的研究[学位论文].武汉:武汉工程大学,2011.
  - 10 Gupta I, Riordan D, Sampalli S. Cluster-head Election using Fuzzy Logic for Wireless Sensor Networks. Communication Networks and Services Research Conference. May 2005: 255-260.
  - 11 Kim JM, Park SH, Han YJ, Chung TM. CHEF: Cluster Head Election mechanism using Fuzzy logic in Wireless Sensor Networks. Advanced Communication Technology, October 2005: 654-659.
  - 12 钱同惠,沈其聪,葛晓滨,等译.模糊逻辑及其工程应用.北京:电子工业出版社,2001.

(上接第 140 页)

和早熟等缺点,定义了粒子进化速度和粒子聚集度公式,将惯性权重表示为粒子进化速度和粒子聚集度的函数,使惯性权重具有动态自适应性.并将慢变函数引入传统位置更新公式中,有效地克服陷入局部最优解的问题.改进后的量子行为粒子群算法具有更高的全局搜索性能.以分配各类武器迎击来袭目标的失败概率最低为目标,建立多种类型武器目标分配问题模型.仿真试验表明,本文算法较具有量子行为粒子群算法具有较高的搜索性能和较快的收敛速度.算法的可行性、有效性均得到了验证.

#### 参考文献

- 1 岳海军,许梅生.贪心遗传算法解决一般武器-目标分配问题.火力与指挥控制,2009,34(8):49-55.
- 2 常天庆,白帆,王钦钊.解坦克分队武器-目标分配问题的小生境遗传算法.装甲兵工程学院报,2012,26(1):44-49.
- 3 苏森,钱海,王煦法.基于免疫记忆的蚁群算法的 WTA 问题求解.计算机工程,2008,34(4):215-217.
- 4 陈伟,陈杰,辛斌.求解面向进攻的武器-目标分配问题的蚁群算法.火力与指挥控制,2012,37(4):37-41.
- 5 肖嵘,赵成旺,王护利,檀朝彬.多群协同 PSO 优化算法的 WTA 问题求解.计算机仿真,2010,27(9):12-15.
- 6 Sun J, Feng B, Xu WB. Particle swarm optimization with particles having quantum behavior. Proc. of 2004 Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2004: 325-331.
- 7 李欣然,靳雁霞.一种求解组卷问题的量子粒子群算法,计算机系统应用,2012,21(7):244-248.
- 8 李欣然,靳雁霞.量子行为粒子群优化算法在公交调度优化中的应用,计算机系统应用,2012,21(7):191-195.
- 9 杨义群.慢变函数的特性,自然杂志,1982,2:153-154.