

# 多用户 OFDM 系统资源分配的分支定界算法<sup>①</sup>

王金会<sup>1</sup>, 宋高俊<sup>1</sup>, 王聚生<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(南昌航空大学 信息工程学院, 南昌 330063)

<sup>2</sup>(新科学院 信息工程系, 新乡 453003)

**摘要:** 研究了分支定界算法在多用户 OFDM 系统资源分配中的应用问题. 基于速率最大化准则, 进行速率和功率的分配. 经典的遗传算法(GA-Genetic Algorithm)虽然很好的解决了非线性问题, 使的计算精度得到了提高, 但是运算复杂度却提高了; 而分支定界算法通过分支、定界、剪支使得计算次数减少从而大大的降低了复杂度, 并且仿真结果表明, 分支定界算法在性能上接近遗传算法但复杂度上低于遗传算法, 性能上优于 Linear 算法.

**关键词:** 多用户; OFDM 系统; 资源分配; 分支定界

## Resource Allocation for Multiuser OFDM System Based on Branch and Bound

WANG Jin-Hui<sup>1</sup>, SONG Gao-Jun<sup>1</sup>, WANG Ju-Sheng<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(Department of Information Engineering, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China)

<sup>2</sup>(Information Engineering, The new academy of sciences, Xinxiang 453003, China)

**Abstract:** Branch and bound (BnB) approach, a new algorithm for solving resource allocation in multiuser OFDM system is introduced. It is used in Rate Adaptive allocation. With the classic Genetic Algorithm, the calculation accuracy has been improved, but the complexity is higher. On the other hand, through the branches, bound and cut branches, when used branch and bound algorithm, the complexity is reduced obviously. Simulation results show that it is similar to Genetic Algorithm on the performance, lower complexity than GA, better than Linear Algorithm on the performance.

**Key words:** multiuser; OFDM system; resource allocation; branch and bound

正交频分复用 (Orthogonal Frequency Division Multiplexing-OFDM)技术是多载波传输技术的一种<sup>[1]</sup>, 由于各子信道之间在时域上互相正交, 因此减小了信道干扰, 同时在每个子信道上乘以复传输因子, 接收端不需要时域的均衡器, 大大简化了接收端的信号处理过程<sup>[2]</sup>. 目前, 就无线数据传输系统而言, 提高频谱利用率和系统的吞吐量是一个亟待解决的热点问题. OFDM 把实际信道分为若干个子信道, 根据子信道的实际传输情况分配发送功率和信息比特. 单用户 OFDM 系统中注水算法已经公认为能很好的解决子载波和比特分配问题<sup>[3]</sup>. 而在多用户 OFDM 环境下, 子载波和比特的分配问题要比单用户复杂得多, 用户所在的位置不同, 信道条件也就不同, 故要进行子载波的自适应分配<sup>[4]</sup>在保证满足用户所需的传输质量的前

提下使系统总的发射功率达到最小. 多用户 OFDM 系统下行传输模型为:

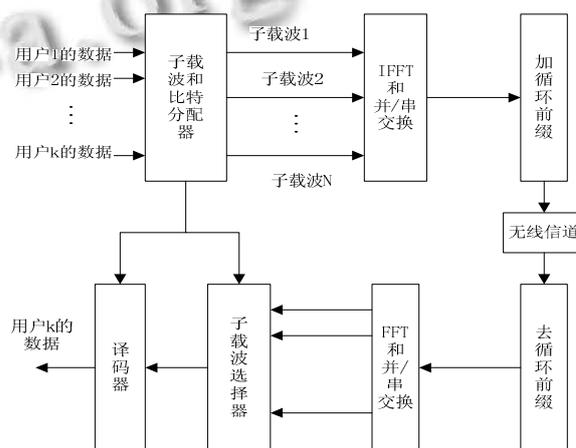


图1 多用户 OFDM 系统框图

<sup>①</sup> 收稿时间:2012-04-17;收到修改稿时间:2012-06-01

主要解决的问题是子载波的分配. 有两种情况, 一, 将多个子载波合理的分配给多个用户, 从而减小总功率, 达到用户高服务质量, 即要解决余量自适应 MA(Margin Adaptive)问题<sup>[5]</sup>. 二, 在一定的传输功率下增大系统的数据吞吐量以满足每个用户的高服务质量要求, 即要解决速率自适应 RA(Rate Adaptive)问题<sup>[6,7]</sup>.

文献[6]给出了 Linear 算法, 文献[8]给出了基于用户公平性的多用户自适应资源分配方法, 其性能上达到了一定的要求, 复杂度上也有了很大的改善. 本文根据文献[9]介绍了在多用户 OFDM 系统下应用分支定界算法, 以降低复杂度和达到相应系统性能为目的研究自适应资源分配问题. 该算法复杂度更低, 在以后的研究中具有很大的理论和现实意义.

### 1 系统模型

设下行多用户 OFDM 系统中用户数为 K, 载波数为 N, 设定基站设备是理想的. 文中以自适应速率分配为例, 此时总功率一定, 设为 P. P<sub>ck</sub> 表示子信道所收到的最小的有用功率(每个符号的能量), P<sub>e</sub> 表示所给的比特错误率(BER). 得出 P<sub>ck</sub> 是 P<sub>e</sub> 和调制方法的函数, 用 s(比特)每符号来表示. 以 QPSK 为例(d=2)则:

$$P(d, p) = \frac{N}{3} \left[ Q^{-1} \left( \frac{P_e}{4} \right) \right]^2 (2^d - 1) \tag{1}$$

在  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt$  中 N<sub>0</sub> 是单边功率谱密度.

对于不同的调制方式 P<sub>ck</sub> 可以表示为:

$$P(d, p) = \frac{N}{3} \left[ Q^{-1} \left( \frac{P_e}{4} \right) \right] (2^d - 1) \tag{2}$$

为了满足一定的 BER, 传输的最小功率 P<sub>k,n</sub> 分配给第 n 个用户的第 k 个载波, 表示为:

$$P_{k,n} = P_{ch}(d_{k,n}, p_{e,k}) / ch_{k,n}^2 \tag{3}$$

d<sub>k,n</sub> 为分配给第 n 个用户第 k 个载波的比特数, p<sub>e,k</sub> 为第 k 个用户的 BER, 用 ch<sub>k,n</sub> 衡量不同信道对 k 用户的增益. RA 问题数学模型为:

$$\max_{d_{k,n} \in D} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K d_{k,n} \tag{4a}$$

$$C_k \leq \sum_{n=1}^N d_{k,n}, k=1, \dots, K \tag{4b}$$

$$\{d_{k,n} = 0; d_{k',n} \neq 0, \forall k \neq k', k=1, 2, \dots, N\} \tag{4c}$$

$$\sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K P_{k,n} \leq P \tag{4d}$$

在(4a)中 S = {0, s<sub>1</sub>, s<sub>2</sub>, ..., s<sub>M</sub>} 为 d<sub>k,n</sub> 的所有可能情况, M 为一个载波的所有调制方法. d<sub>k,n</sub> = 0 表明第 k 个用户不会得到第 n 个载波传输的信息. (4c)表明每个载波只能用于一个用户. (4d)对基站约束了总的传输功率, P<sub>k,n</sub> 在(3)中已给出, P 是最大的传输功率, (4c)为专属载波的约束条件. 定义比特分配矢量:

$$x = \left[ (x_N^1)^T (x_N^2)^T \dots (x_N^N)^T \right] \in \{0, 1\}^{NKM \times 1} \tag{5}$$

表示第 n 个载波的分配情况,

$$x_{k,n} = [x_{k,n,1}, x_{k,n,2}, \dots, x_{k,n,M}] \in \{0, 1\}^{M \times 1}$$

$$x_{k,n} = [x_{k,n,1}, x_{k,n,2}, \dots, x_{k,n,M}] \in \{0, 1\}^{M \times 1}$$

(n=1, 2, 3, ..., N; K=1, 2, 3, ..., K). 由于根据子载波是被独自占有的, x<sub>N</sub><sup>n</sup> 有 (KM+1) 种可能, x<sub>N</sub><sup>n</sup> ∈ {00...0<sup>T</sup>, [10...0<sup>T</sup>], [01...0<sup>T</sup>], ..., [00...1<sup>T</sup>]}. 在每个集合中 x<sub>N</sub><sup>n</sup> 只有一个, 其它的都为零. 如果 x<sub>k,n,m</sub> = 1, 表示分配给第 k 个用户的第 n 个子载波传送的 OFDM 符号的比特数为 s<sub>m</sub> 个. 若所有有关 x<sub>N</sub><sup>n</sup> 的集合都是零, 表明这个子载波没有分配给任何用户. 给出功率参数:

$$p = \left[ (p_N^1)^T (p_N^2)^T \dots (p_N^N)^T \right]^T \tag{6}$$

其中, P<sub>N</sub><sup>n</sup> = [p<sub>1,n}^T, p<sub>2,n}^T, ..., p<sub>K,n}^T]<sup>T</sup>, p<sub>k,n</sub> = [p<sub>k,n,1}, p<sub>k,n,2}, ..., p<sub>k,n,M}</sub>]<sup>T</sup></sub></sub></sub></sub></sub>

由(3) P<sub>k,n,m} 表示为:</sub>

由上 RA 问题可以描述为 ILP 问题<sup>[9]</sup>

$$\min_x - a_f^T x \tag{7a}$$

$$p^T x \leq p \tag{7b}$$

$$c \leq B_u \cdot x \tag{7c}$$

$$0_N \leq B_u \cdot x \leq 1_N \tag{7d}$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, NKM \tag{7e}$$

$$B_u = \begin{bmatrix} \beta_{K1} & \dots & \beta_{K1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{KK} & \dots & \beta_{KK} \end{bmatrix} \in W^{K \times NKM}, B_c = \begin{bmatrix} 1_{KM}^T & 0_{KM}^T & \dots & 0_{KM}^T \\ 0_{KM}^T & 1_{KM}^T & \dots & 0_{KM}^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{KM}^T & 0_{KM}^T & \dots & 1_{KM}^T \end{bmatrix} \in \{0, 1\}^{N \times NKM}$$

$$\beta_{K0} = [0_M^T \beta_u^T \dots 0_M^T] \in W^{1 \times KM}, \beta_{K1} = [\beta_u^T 0_M^T \dots 0_M^T] \in W^{1 \times KM}, \dots, \beta_u = [s_1, s_2, \dots, s_M]^T$$

$$c = [C_1 C_2 \dots C_K] \beta_{KK} = [0_M^T 0_M^T \dots 0_M^T] \in W^{1 \times KM}, a_f = [\beta_u^T \beta_u^T \dots \beta_u^T]^T \in W^{K \times NKM}$$

在以上公式中 1<sub>n</sub> 和 0<sub>n</sub> 表示有 n 个 0 或 1 组成的列向量.

## 2 分支定界方法

分支定界算法是上个世纪 60 年代初由 Land, Doig 和 Dakin 等人提出, 它分为“分支”和“定界”两个部分. 第一步—分支: 在 LP 的最优解中任选一个不符合整数条件的变量  $x_j$  设其值为  $I_j$  是不超过  $I_j$  的最大整数. 构造两个约束条件:  $x_j \leq [I_j]$  和  $x_j \geq [I_j]+1$  将两个条件分别加入其松弛问题 LP, 将 LP 分成两个后继问题 LP1 和 LP2. 不考虑整数条件要求, 求解 LP1 和 LP2, 直到获得整数规划的最优解. 第二步—定界: 以每个后继子问题为一分支并标明求解的结果, 综合其他问题解的结果, 找出最优目标函数值最小者为新的下界, 替换  $f_0$ . 从已符合整数条件的各分支中, 找出目标函数值最大者为新的上界  $f^*$ , 即有  $f^* \geq f \geq f_0$ . 第三步—比较与剪支: 各分支的最优目标函数中若有大于  $f^*$  者, 则剪掉这一支; 若小于  $f^*$  且不符合整数条件, 重复第一步骤直到得到最优目标函数值  $f = f^*$ , 最优整数解  $x_j^*$ ,  $j = 1, 2, 3, \dots, n$ .

## 3 分支定界应用于资源分配

### 3.1 分支定界算法设计分析

#### 3.1.1 分支

分支定界算法是重复的递归每一个子问题, 产生每一个搜索树.  $\psi_l$  为  $L$  水平以上的每棵树的子载波的分配,  $\bar{x}_N^n (n \in \psi_l)$  决定了第  $n$  个载波的分配方案. 问题可以描述为:

$$\min - a_{f,l}^T x_l \quad (8a)$$

$$p_l^T x_l \leq p - \bar{p}_l^T \bar{x}_l \quad (8b)$$

$$c - \bar{\beta}_{u,l} \bar{x}_l \leq B_{u,l} \cdot x_l \quad (8c)$$

$$0_N \leq B_{c,l} \cdot x_l \quad (8d)$$

$$B_{c,j} \cdot x_l \leq 1_N \quad (8e)$$

$$[x_N^n]_i \in \{0,1\} \quad n \notin \psi_l \quad i = 1, \dots, KM \quad (8f)$$

$x_l$  为去除载波属于  $\psi_l$  的  $x$  得到的变量矢量,  $\bar{x}_l = \{\bar{x}_n^n | n \in \psi_l\}$  为在  $L$  级以前矢量,  $p_l$  和  $\bar{p}_l$  分别是去掉在  $\psi_l$  和不在  $\psi_l$  中的  $P$  得到的.  $B_{u,l}$  和  $\bar{B}_u$  的幅度是除了  $B_{u,l}$  和  $\bar{B}_u$  的第  $K$  行由  $N_l$  和  $(N - N_l)\beta_{kk} (k = 1, 2, \dots, K)$  组成.  $N_l$  是没有被分配的载波且  $N_l = N - \text{size}(\psi_l)$ .  $B_{c,l}$  和 (7) 中的  $B_c$  结构一样, 但矩阵维数为  $N_l \times N_l$ ,  $a_{f,l}$  由  $N_l K \beta_s$  组成.

#### 3.1.2 定界

为了将松弛化整数约束条件作为线性束,

$$0 \leq [x_N^n] \leq 1 \quad n \notin \psi_l \quad l = 1, 2, \dots, KM \quad (9)$$

将 ILP 问题放宽为 LP 问题. 全局变量 upper 初始化为无穷大, 它是通过所有的搜索得到的最小值的最大值. 如果有新的可行解的方法, 那么可以改变 upper 的值.

#### 3.1.3 修剪

任何一个低级的节点如果它的值大于 upper 这个节点就要修剪掉, 因为在这个节点的子空间的可行域内没有最优解的存在. 一直搜索直到所有的节点被检查或者被修剪为止.

### 3.2 分支定界算法步骤概括

初始化:  $j = 0$ ,  $Currentbest = \varphi$ ,  $\psi_0 = \varphi$ ,  $\tilde{\psi}_0 = \{1, \dots, N\}$ , 并且  $active = \varphi$ .

第 I 步: 解决 LP 松弛问题, 设初值, 记为  $z_j$ . 若要解决的都是整数, 则更正  $Currentbest = X$ , 并且执行第 VII 步, 否则执行第 II 步.

第 II 步:  $j = j + 1$ ,  $z_j = z_{j-1}$ ,  $\psi_j = \psi_{j-1}$ ,  $\tilde{\psi}_j = \tilde{\psi}_{j-1}$ .

第 III 步: 如果  $z_j \geq upper$  剪掉此支, 否则令  $i = 1$ ,  $ActiveTemp = \varphi$ .

第 IV 步:  $l$  支上生成如下节点, 若  $i < KM + 1$ ,  $l_{i=1} = 1$ ,  $[x_N^k]_{l \neq i} = 0$ ; 若  $i = KM + 1$ , 那么  $x_N^k = 0$ , 其中  $k = \tilde{\psi}_j^l$ .

第 V 步: 给出已设值  $x_N^k (n \in \{\psi_j \cup \{k\}\})$ , 若这个问题无法实现就舍掉这个节点, 执行第 VI 步; 若可以实现则估计其值, 并且把它记作  $z_j$ ;

① 若  $z_j \geq upper$  舍弃这个节点, 且执行第 V 步;

② 如果  $z_j < upper$ , 且  $j < N$ , 上界值  $\psi_j = \psi_j \cup \{k\}$ ,  $\tilde{\psi}_j = \tilde{\psi}_j \setminus \{k\}$ , 且将此搜索路径作为积极因子, 并且保存与之有关连的  $j$ ,  $z_j$ ,  $\psi_j$ ,  $\tilde{\psi}_j$ ,  $x_N^n (n \in \psi_j)$ ;

③ 如果  $z_j < upper$  并且  $j = N$ , 更新  $upper = z_j$ ,  $Currentbest = x$ .

第 VI 步: 令  $i = i + 1$ , 若  $i \leq KM + 1$  返回第 IV 步, 否则执行第 VII 步.

第 VII 步: 如果  $ActiveTemp \neq \varphi$ , 则按照积极因子来向下处理, 沿着这些节点向下搜索.

第 VIII 步: 若  $active \neq \varphi$ , 将它由主动节点变为末节点, 且设置与此节点有关的  $j$ ,  $z_j$ ,  $\psi_j$ ,  $\tilde{\psi}_j$ ,  $x_N^n (n \in \psi_j)$ , 返回第 II 步, 否则执行第 IX 步.

第IX步: 结束, 并且输出最优值.

### 4 仿真及结果分析

本文使用 MATLAB 进行仿真<sup>[10]</sup>, 选用文献[9]中使用的瑞利多径衰落信道模型, 参数如下:

衰落信道	$ch=6$
载波个数	$N=64$
小区用户	8
信噪比	$SNR=38db$
总功率	$P=50J/symbol$
传输速率	$C=3bit/symbol$
错误率	$p_e=10^{-4}$
调制方式	BPSK,QPSK,16-QAM, 64-QAM

本文提出的算法与文献中典型的算法进行比较, 从图 2(如下)中可以得出与文献[6,7]中的算法比较分支定界算法的性能比较好.

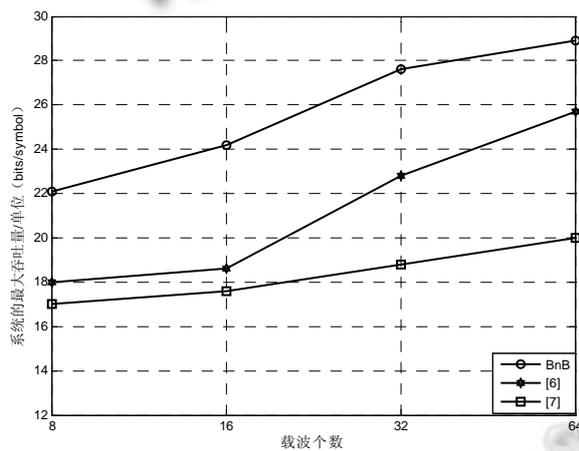


图 2 不同载波系统的最大吞吐量

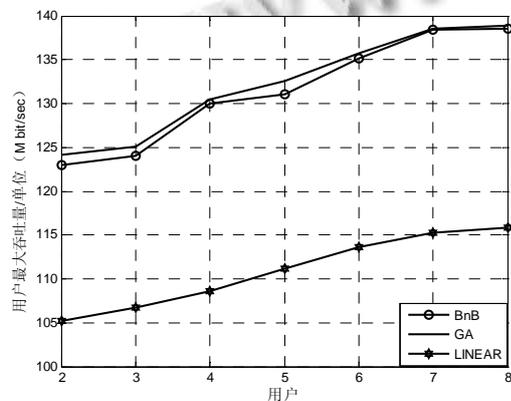


图 3 用户的最大吞吐量

对本文提到的分支定界算法(BnB), 经典的遗传算法(GA)和基本的整数优化算法(Linear)进行 MATLAB 仿真实验. 对这三种算法分别进行吞吐量的比较和复杂度的比较, 复杂度用时间进行模拟.

图 3 可以得出在相同条件下, 分支定界算法的性能接近于遗传算法, 但是明显优于 Linear 算法.

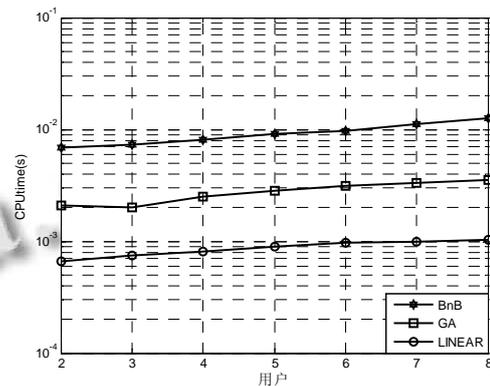


图 4 CPU 时间比较

从运行时间的比较可以看出分支定界算法的运行时间稍高于 Linear 算法, 但是低于遗传算法. 由于性能比较好, 因此复杂度稍高于 Linear 算法. 根据运行时间的比较从而验证了分支定界算法的复杂度低于遗传算法(GA).

### 6 结论

基于多用户 OFDM 系统的资源分配的问题研究工作者给出了许多传统的算法, 本文依据文献[9]介绍了分支定界算法达到了完全搜索方法的性能, 但是计算复杂度却大大降低了, 这给多用户 OFDM 系统的资源分配提出了新的思路.

### 参考文献

- 1 艾渤,王劲涛,钟章队.宽带无线通信 OFDM 系统同步技术. 北京:人民邮电出版社,2011.
- 2 Lu L, Yang X, Zhang S. MMSE Space-time multi-user detection in MIMO-OFDM system. 9th International Conference on Signal Processing. Beijing, 2008,11:1184 -1187.
- 3 侯利明,林孝康.一种 OFDMA 上行系统公平资源分配算法. 清华大学学报(自然科学版),2010,50(4):606-609.
- 4 Fazel K. Performance of CDMA/OFDM for mobile commun- (下转第 178 页)

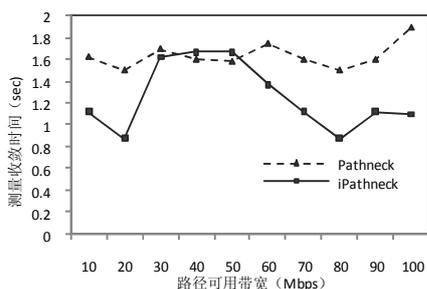


图8 算法时间收敛性比较

#### 4 结语

iPathneck 融合了递归探测包列模型和速率模型, 集成了可用带宽测量和瓶颈定位功能。采用速率模型提高了可用带宽的测量精度, 并提高了瓶颈位置准确的准确性。引入辅助探测包协助递归探测包列采用三元搜索算法大大缩短了测量时间。该工具通过任务归并, 减小测量开销, 达到了测量精度与测量开销之间的平衡。

但是 iPathneck 对于与瓶颈链路可用带宽相近的链路仍然无法识别, 下一步工作将致力于改进这个缺陷。

#### 参考文献

- HU N, Steenkiste P. Evaluation and characterization of available bandwidth probing techniques. *IEEE JSAC*, 2003, 21(6): 879–864.
- Salehin KM, Rojas-Cessa R. Schemes to Measure Available Bandwidth and Link Capacity with Ternary Search and Compound Probe for Packet Networks. *IET Commun*, 2010, 4(2):240–252.
- Antoniades D, Athanatos M, Papadogiannakis A, et al. Available bandwidth measurement as simple as running wget. *Proc PAM*, Adelaide, Australia, 2006.
- Sommers J, Barford P, Willinger W. Laboratory-based calibration of available bandwidth estimation tools. *Micro-processors and Microsystems*, 2007,31(4).
- Hu NN, Li ZQ, Mao M. Locating Internet Bottlenecks: Algorithms, Measurements, and Implications. *SIGCOMM 04*, Aug. 30-Sept.3, 2004,Portland, Oregon, USA.
- Goldenberg D, Qiu L, Xie H, Yang YR, Zhang Y. Optimizing Cost and Performance for Multihoming. *Proc. ACM SIGCOMM*, August 2004.

(上接第 105 页)

ication system. Gateway to the 21st Century 2nd International Conference on Personal Communications. Ottawa, Ont. 12-15 Oct.1993:975–979.

- Wong CY, Cheng RS, Ietaief KB, et al. Multicarrier of DM with adaptive subcarrier, bit, and power Allocation. *IEEE J. Select. Areas Commun*, 1999,17(10):1747–1758.
- Kim I, Lee HL, Kim B, Lee YH. On the use of Linear programming for dynamic subchannel and bit allocation in multiuser OFDM. *IEEE Globecom*,2001,6:3648–3652.
- Yin H, Liu H. An efficient multiuser loading algorithm for OFDM based broadband wireless systems. *IEEE Globecom*,

2000,1:103–107.

- Shen ZK, Andrews JG, Brian L, Evans S. Adaptive Resource Allocation in Multiuser OFDM Systems With Proportional Rate Constraints. *IEEE Trans. on Wireless*, 2005,(4):2726–2737.
- Mao ZW, Wang XM. Efficient Optimal and Suboptimal Radio Resource Allocation in OFDMA System. *IEEE Trans. on Wireless Communications*. 2008,7(2): 440–445.
- 马莉. MATLAB 语言实用教程.北京:清华大学出版社, 2010. 141–176.

(上接第 122 页)

#### 参考文献

- 柴若楠,曾文献.音视频同步技术综述.计算机系统应用, 2011,20:223–226.
- Kuo CC, Chen MS, Chen JC. An adaptive transmission scheme for audio and video synchronization based on real-time transport protocol. 2001 IEEE Int. Conference on Multimedia and Expo(ICME2001), Tokyo, 22-25 Aug. 2001:403–406.

- Palacharla S, Karmouch A, Mahmoud SA. Design and Implementation of a Real-time Multimedia Presentation System using RTP. *Computer Software and Applications Conference, (COMPSAC'97)*. 1997: 376–381.
- 董春兵.音视频同步的研究与实现[硕士学位论文].长春:吉林大学,2007.
- 潘鹏,杜旭,叶婷.RTP/RTCP 实时传输协议的研究与 Linux 实现.计算机工程与应用,2005,41(24):105–107.