# 权重自适应调整的混沌量子粒子群优化算法①

李欣然 [1]，靳雁霞 [2]

[1](中北大学 电子与计算机科学技术学院，山西 太原 030051)
[2](中北大学 仪器科学与动态测试教育部重点试验室，山西 太原 030051)

**摘 要**：针对量子粒子群优化算法在处理高维复杂函数收敛速度慢、易陷入局优的问题，利用混沌算子的遍历性提出了基于惯性权重自适应调整的混沌量子粒子群优化算法。新算法首先引入聚焦距离变化率的概念，将惯性因子表示为关于聚焦距离变化率的函数，从而使算法具有动态自适应性；其次，在算法中嵌入有效判断早熟停滞的方法，一旦检索到早熟迹象，根据构造的变异概率对粒子进行变异使粒子跳出局部最优，从而减少无效迭代。对高维测试函数的实验表明：改进算法的性能优于经典的 PSO 算法，基于量子行为的 PSO 算法。

**关键词**：基于量子行为的粒子群优化算法(QPSO)；混沌序列；惯性权重；聚焦距离变化率；变异

## Chaos Quantum Particle Swarm Optimization Algorithm With Self-adapting Adjustment of Inertia Weight

LI Xin-Ran[1], JIN Yan-Xia[2]

[1](College of Computer Science and Technology, North University of China, Taiyuan 030051,China)
[2](Ministry of Education Key Laboratory of Instrumentation Science and Dynamic Measurement, North University of China,Taiyuan 030051,China)

**Abstract**：A novel algorithm is presented on the base of quantum behaved particle swarm optimization，which is aimed at resolving the problem of slow convergence rate in optimizing higher dimensional sophisticated functions and being trapped into local minima easily.Chaos algorithm is incorporated to traverse the whole solution space. First ,rate of cluster focus distance changing was introduced in this new algorithm and the weight was formulated as a function of this factor which provides the algorithm with effective dynamic adaptability. Secondly, a method of effective judgment of early stagnation is embedded in the algorithm. Once the early maturity is retrieved, the algorithm mutates particles to jump out of the local optimum particle according to the structure mutation so as to reduce invalid iteration. Experiments on high-dimension test functions indicate that the improved algorithm is superior to classical PSO algorithm and quantum-behaved PSO algorithm.

**Key words**：Quantum-behaved Particle Swarm Optimization; Chaotic sequence; Inertia weight; Rate of cluster focus distance changing; Mutation

粒子群优化(Particle Swarm Optimization，PSO)是由 Kennedy 和 Eberhart 于 1995 年提出的一类模拟群体智能行为的优化算法[1]，与遗传算法和蚁群算法相比，PSO 有着算法简单，容易实现，并且可调整参数少等特点，因此被广泛地应用于函数优化、神经网络训练、数据挖掘、模糊系统控制以及其他的应用领域。实验发现 PSO 算法在进化过程中存在早熟收敛和局部寻优能力差等缺点，近年来国内外的许多研究者针对这些缺点作了大量的工作，并提出了各种改进的 PSO 算法[2]。但这些改进的 PSO 不同程度地降低了收敛速度。2004 年，孙俊等人提出了具有量子行为的粒子群优化算法(Quantum-behaved Particle

① 基金项目:国家自然科学基金(61004127);中北大学青年基金(2010-12-31)
收稿时间:2011-11-06;收到修改稿时间:2012-01-15

Swarm Optimization)[3]。该算法简单有效，收敛速度快，全局搜索性能远优于 PSO。但是与标准的 PSO 算法以及其他进化算法一样存在早熟的问题。

本文在 QPSO 算法基础上，首先引入文献[4]中提到的 Tent 映射初始化均匀分布的粒群，提高了初始解的质量；其次，根据文献[5]引入聚焦距离变化率的概念,并根据它对粒子群算法搜索能力的影响,将惯性因子表示为关于聚焦距离变化率的函数，同时为克服早熟收敛引入变异算子，提出了一种权重自适应调整的混沌量子粒子群优化算法(ACQPSO)算法。该算法大大加强算法的搜索多样性，从而减少了寻优需要的进化代数，而且算法增加了停滞判别，使算法能跳出局部最优，有效去除无效迭代，从而加速收敛。

## 1 基于量子行为的 PSO 算法

2004 年 Jun Sun 等人提出了量子粒子群算法(QPSO)[3]。由于在量子空间中的粒子满足聚集态的性质完全不同，粒子移动时没有确定的轨迹，这使粒子可以在整个可行解空间中进行探索寻找全局最优解，因而 QPSO 算法的全局搜索能力远远优于经典的 PSO 算法。在量子空间中,QPSO 算法利用波函数Ψ(x,t)来描述粒子的状态,并通过求解薛定谔方程得到粒子在空间某一点出现的概率密度函数,再通过蒙特卡罗随机模拟得到粒子的位置方程。在 QPSO 算法中，设种群规模为 $M$，在进化过程中粒子以一定概率取加或减，更新每个粒子的位置，并生成新的粒子群体，由公式(1)至(4)决定：

$$P = a * Pbest(i) + (1-a) * Gbest \tag{1}$$

$$mbest = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} Pbest(i) \tag{2}$$

$$b=1.0-generation/maxgeneration*0.5 \tag{3}$$

$$position=P \pm b*|mbest-position|*ln(1/\mu) \tag{4}$$

其中，$Pbest(i)$ 为第 $i$ 次迭代时粒子的最佳位置，$Gbest$ 为第 $i$ 次迭代时群体的全局最佳位置，$P$ 为 $Pbest(i)$和 $Gbest$ 之间的一个随机位置。$mbest$ 是粒子群 $Pbest$ 的中间位置，即平均值；$b$ 为惯性权值,是 QPSO 算法收敛的一个重要参数，在 QPSO 收敛过程中线性减小；$\alpha$、$\mu$ 为 0 至 1 之间的随机数，如果产生的 $\mu$ 大于 0.5，式(4)取加，否则取减；$generation$ 为当前进化代数，$maxgeneration$ 为设定的最大进化代数。

## 2 权重自适应调整的混沌量子粒子群优化算法

### 2.1 改进初始粒子群的产生

混沌序列具有混沌运动的特点，从而有较好的随机性和遍历性。因此本文利用混沌序列这一特点进行粒子群的初始化分布，可大大加强算法的搜索多样性，为找到更优解和加快收敛奠定坚实的基础。

目前文献中引用较多的是 Logistic 映射算子。文献[4]通过比较指出 Tent 映射比 Logistic 映射具有更好的遍历均匀性和更快的迭代速度，并经过严格数学推理，论证了 Tent 映射具有作为优化算法混沌序列的前提条件。其表达式如式(5)所示：

$$X_{K=+1} = \begin{cases} 2X_K & 0 \le X_K \le 1/2 \\ 2(1-X_K) & 1/2 \le X_K \le 1 \end{cases} \tag{5}$$

理论研究表明[4]：Tent 映射经贝努利移位变换后可以表示成如下形式：

$$X_{K+1} = (2X_K)mod1 \tag{6}$$

因此，根据 Tent 映射，可按如下步骤在可行域中产生粒子 $i$ 的混沌点列：

Stepl 取初值 $x_0$ ($x_0$应避免落入小周期点内，如 4 周期(0.2 0.4.0.8.0.6))，记入标志组 $s$，$s(1)= x_0$，$i=j=1$。

Step2 利用式(6)进行迭代，$i$ 自增 1，产生 $x$ 序列。

Step3 如果迭代达到最大次数，则转向执行 Step5；否则，若产生的 $x$ 序列落入不动点或 5 周期以内的小循环(如 $x(i)$={0，0.25，0.5，0.75}或者 $x(i)=x(i-k)$，$k$={0，1，2，3，4}，则转向执行 Step4;若产生的序列未出现上述情况，则转向执行 Step2。

Step4 改变迭代初值 $x(i)=s(j+1)=s(j) +\varepsilon$，$j=j+1$ 返回 Step2 。

Step5 程序运行结束，保存产生的 $x$ 序列。

### 2.2 随机惯性权重的构造

在 PSO 和 QPSO 中，惯性权重ω 对算法是否能达到收敛具有重要作用，它使粒子保持运动惯性，ω 值大有利于全局搜索，收敛速度快，但是不易得到精确的解；ω 值小有利于局部搜索，能得到更为精确的解，但收敛速度慢。

我们按照文献[5]的方法定义粒子的最大聚焦距离 MaxDist(式 7)、粒子平均聚焦距离 MeanDist(式 8)。聚焦距离变化率 $k$ 如式(9)所示。其中 $m$ 为粒子数,$D$ 为每个粒子的维数，$Gbest$ 为粒子群目前搜索到的最优位

置, *Pbest(i)*为每个粒子目前搜索到的最优位置。

$$MaxDist=\max_{i=1,2,\cdots,m}\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{D}\left(Gbest-Pbest(i)\right)^2}\right) \tag{7}$$

$$MeanDist=\max_{i=1,2,\cdots,m}\frac{\left(\sum_{i=1}^{m}\sqrt{\sum_{i=1}^{D}\left(Gbest-Pbest(i)\right)^2}\right)}{m} \tag{8}$$

其中 $m$ 为粒子数，$D$ 为每个粒子的维数， $Gbest$ 为粒子群目前搜索到的最优位置，$Pbest(i)$为每个粒子目前搜索到的最优位置。粒子当前聚焦距离变化率定义为

$$k=\frac{MaxDist-MeanDist}{MaxDist} \tag{9}$$

当聚焦距离变化率较大时表明粒子的最大聚焦距离和平均聚焦距离相差较大,此时粒子的全局搜索较差,故应使粒子尽快地进入全局搜索,相反我们就应该提高粒子的局部搜索能力。据此我们可以判断此次的粒子是应该提高其全局搜索能力还是需要提高其局部搜索能力,我们更需要对它的惯性权重进行调整。

本文定义惯性权重，如式（10）[8]所示。

$$\omega=\begin{cases}(a_1+|r|/2.0\ )|\ln k|, & |k|>1\\ a_1a_2+|r|/2.0, & 0.05\le|k|\le 1\\ (a_2+|r|/2.0\ )/|\ln k|, & |k|\le 0.05\end{cases} \tag{10}$$

其中 $a_1$=0.3，$a_2$=0.2， $r$ 为一个[0，1]间均匀分布的随机数。该选择策略即随机地选取 $\omega$ 值，使 $\omega$ 随聚焦距离的变化率自适应地调整。此时，将式(4)改写为如式(11)所示。

### 2.3 判断并克服早熟停滞的方法

随机惯性权重能够提高解的质量，但不能从根本上克服易陷入局部收敛的缺陷，只是增强了全局搜索的能力。QPSO 面对的主要问题是随着优化问题规模的增加，粒子易于落入到局部最优解，而导致搜索能力的下降。本文利用全局最大适应值与个体平均最大适应值的比值来判断是否早熟停滞，根据构造的变异概率对粒子进行变异使粒子克服早熟。

设第 t 代粒子群发现的全局最大适应值 Gbest ，个体平均最大适应值 *mbest* 即式(3)。如果 *Gbest (t+1)* 优于 *Gbest (t)*或 *mbest (t+1)*优于 *mbest (t)*，则说明粒子群正在向好的方向进化。在算法运行初期，由于粒子之间的差异较大，全局最大适应值与个体平均最大适应值之比 $\gamma$ 即式(12)一般比较大；当算法接近收敛时，$\gamma$ 趋向于 1。因而如果 $\gamma$ 长时间接近 1 但仍不满足终止准则，则认为粒子群处于暂时停滞状态。根据构造的变异概率对粒子进行变异使粒子分散开来。根据式(13)[6]对每个个体极值进行一个扰动。

$$\gamma=Gbest\ /\ mbest \tag{12}$$

$$Pbest(i)=Pbest(i)\ (1+0.5\eta) \tag{13}$$

这里，Pbest(i)是第 i 个粒子目前为止的最好位置，$\eta$ 是服从 (0，1)正态分布的 $n$ 维随机向量。通过这种判断停滞和增加随机扰动的方法，可有效地减少无效迭代，从而提高算法的收敛速度和优化求解精度。

### 2.4 权重自适应调整的混沌量子粒子群优化算法

步骤 1 应用 2.1 节中的 Tent 混沌映射算法，在可行域中产生 $N$ 个粒子的初始位置；确定粒子维数 $D$， $Pbest$ 和 $Gbest$ 。

步骤 2 根据目标函数计算每一个粒子的适应度；判断算法收敛准则是否满足，如果满足，转步骤 7；否则，执行步骤 3。

步骤 3 根据式(7),(8),(9)计算出聚集距离的变化率,从而按式(10)确定惯性权重 $\omega$ 的值。

步骤 4 对于粒子群中的所有粒子,根据其适应度,更新个体最优位置 *Pbest(i)* 和群体最优位置 *Gbest* ；根据公式(1)~(3)和(11)以一定概率取加或减,更新每个粒子的位置，生成新的粒子群体。

步骤 5 根据式(2)和式(12)计算 $\gamma$ 的值; 如果 $\gamma$ 长时间接近 1 但仍不满足终止准则,按式(13)执行变异操作；否则，转向步骤 6。

步骤 6 若达到终止条件(足够小的适应值或预设的最大迭代次数)则转向步骤 7；否则返回步骤 2。

步骤 7 输出全局最优位置 Gbest 及其适应值。

$$Position=\begin{cases}P\pm\left((a_1+|r|/2.0)\,|\ln k|\right)*|mbest-position|*\ln(1/\mu) & |k|>1\\ P\pm\left((a_1a_2+|r|/2.0)\,|\ln k|\right)*|mbest-position|*\ln(1/\mu) & 0.05\le|k|\le 1\\ P\pm\left((a_2+|r|/2.0)\,|\ln k|\right)*|mbest-position|*\ln(1/\mu) & |k|<0.05\end{cases} \tag{11}$$

## 3　改进算法的性能分析

选取 3 个典型的复杂高维测试函数来评价所提出的权重自适应调整的混沌量子粒子群优化算法(ACQPSO)的性能, 测试函数分别是: Ackley ( F1) 、Rastrigin ( F2) 和 Griewank ( F3) 。这 3 个函数都是多峰函数,存在多个局部最小,它们的最小值都是 0。并与基本粒子群算法(PSO) 、量子粒子群算法( QPSO)的测试结果进行比较。

为了方便比较各个算法的性能,算法中的一些参数设置如下:在本文算法(ACQPSO)中,惯性权重按式(10)进行动态调整;基本粒子群算法(PSO)中, c1 = c2 = 2,惯性权重因子 w 采用线性递减的方式从 0. 9 减少到 0. 4;在量子粒子群算法( QPSO)中,参数 b 在区间[1.2，0.4]内均随迭代次数的增加而线性减少。每个函数在不同维数下进行测试 D 为 20 和 30, 分别对应的最大迭代次数为 G 为 1 500 和 2 000,种群规模 P 分别为 50 和 100。为了比较算法的性能和减少偶然性的影响,在相同的迭代次数的条件下,各算法对每个函数的测试均运行 50 次, 然后取平均值。PSO、QPSO 和 ACQPSO 算法的寻优结果比较见表 1。

由表 1 可知,与基本粒子群算法(PSO)算法和量子粒子群算法( QPSO) 相比, 本文提出的算法(ACQPSO ) 对 Ackley 函数和 Rastringin 函数的收敛性能更好,精度越高,收敛结果有明显的改进;对于 Grienwank 函数,其收敛结果的改进较小,这主要是因为当空间维数变大后, Grienwank 函数特性趋于单峰。因此,可以说明本文提出的 ACQPSO 算法在最优化问题上比 PSO 算法和 QPSO 算法具有优势。

## 4　结语

QPSO 是在经典的粒子群优化算法的基础上所提出的一种具有量子行为的粒子群优化算法，结合 QPSO 的快速收敛性和混沌算子的遍历性，提出了采用自适应调整惯性权重的策略的 ACQPSO。在该算法中引入聚焦距离变化率的概念,并根据它对粒子群算法搜索能力的影响,将惯性因子表示为它的函数。针对算法后期粒子易陷于局部最优而引起的停滞现象，在算法中嵌入有效判断早熟停滞的方法，一旦检索到早熟迹象，根据构造的变异概率对粒子进行变异使粒子跳出局部最优，从而减少无效迭代。最后通过对几个典型复杂测试函数仿真表明,该算法有很强的寻优能力。该方案的提出，只是在理论上的突破，并运用实验加以验证，还需进一步应用于工程实践。

表 1　3 个函数的寻优结果比较

| 函数 | P | D | G | PSO | QPSO | ACQPSO |
|---|---|---|---|---|---|---|
| F1 | 50 | 20 | 1500 | 1.9608E －08 | 6.3417E －14 | 6.6709E －15 |
| | | 30 | 2000 | 2.0831E －10 | 2.0835E －10 | 2.9612E －14 |
| | 100 | 20 | 1500 | 5.8631E －14 | 2.1247E －15 | 5.6873E －15 |
| | | 30 | 2000 | 2.2647E －12 | 1.8923E －12 | 1.1641E －14 |
| F2 | 50 | 20 | 1500 | 16.288592 | 15.203654 | 14.818012 |
| | | 30 | 2000 | 36.896535 | 33.106793 | 30.277814 |
| | 100 | 20 | 1500 | 13.302145 | 11.346527 | 10.023587 |
| | | 30 | 2000 | 27.823354 | 26.883102 | 24.059198 |
| F3 | 50 | 20 | 1500 | 0.026887 | 0.025476 | 0.024532 |
| | | 30 | 2000 | 0.011673 | 0.010264 | 0.009813 |
| | 100 | 20 | 1500 | 0.026372 | 0.024683 | 0.023145 |
| | | 30 | 2000 | 0.011038 | 0.010116 | 0.009258 |

## 参考文献

1 Kennedy J, Eberhart RC.Particle swarm optimization.Institute of Electrical and Electronics Engineers,1995(11):1942–1948.

2 Zhang C S,Sun J G.An alternate two phases particle swarm optimization algorithm for flow shop scheduling problem.Expert Systems with Applications,2009,36(3):5162–5167.

3 Sun J,Feng B,Xu W B.Particle swarm optimization with particles having quantum behavior.Proceedings of 2004 Congress on Evolutionary Computation.Piscataway,NJ:IEEE Press，2004:325–331.

4 单梁,强浩,李军等.基于 Tent 映射的混沌优化算法控制与决策,2005,20(2):179–182.

5 任子晖,王坚.一种动态改变惯性权重的自适应粒子群算法.计算机科学,2009,36(2):227–229.

6 刘俊芳,高岳林.带自适应变异的量子粒子群优化算法.计算机工程与应用,2011,47(3)41–43.