一种随机粒子群算法及应用①

李盼池 [1,2]，王海英 [2]，杨　雨 [2]

[1](东北石油大学 石油与天然气工程博士后科研流动站，大庆 163318)
[2](东北石油大学 计算机与信息技术学院，大庆 163318)

摘　要：为提高粒子群算法的优化效率，在分析量子粒子群优化算法的基础上，提出了一种随机粒子群优化算法。该算法只有一个控制参数，搜索步长由一个随机变量的取值动态决定，通过合理设计控制参数的取值，实现对目标位置的跟踪。标准测试函数极值优化和聚类优化的实验结果表明，与量子粒子群和普通粒子群算法相比，该算法在优化能力和优化效率两方面都有改进。

关键词：随机粒子群优化；粒子群优化；群智能优化；仿生智能优化；算法设计

Random Particle Swarm Optimization Algorithm and Its Application

LI Pan-Chi[1,2], WANG Hai-Ying[2], YANG Yu[2]

[1](Post-Doctoral Research Center of Oil and Gas Engineering, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China)
[2](School of Computer & Information Technology, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China)

Abstract: To improve the efficiency of particle swarm optimization, a random particle swarm optimization algorithm is proposed on the basis of analyzing the search process of quantum particle swarm optimization lgorithm. The proposed algorithm has only a parameter, and its search step length is controlled by a random variable value. In this model, the target position can be accurately tracked by the reasonable design of the control parameter. The experimental results of standard test function extreme optimization and clustering optimization show that the proposed algorithm is superior to the quantum particle swarm optimization and the common particle swarm optimization algorithm in optimization ability and optimization efficiency.

Key words: random particle swarm optimization; particle swarm optimization; swarm intelligent optimization; bionic intelligent optimization; algorithm design

粒子群优化 (PSO)是由 Eberhart 博士和 Kennedy 博士于 1995 年基于鸟类的觅食行为提出的一种全局优化算法[1]。目前已成功应用于各类组合优化[2]和数值优化[3]中。关于 PSO 性能的改进，一是基于算法参数的选择[4]；二是基于粒子位置及速度的更新规则[5]；三是与其它算法的融合[6,7]。四是基于量子势阱模型设计的量子 PSO(Quantum PSO, QPSO)[8]。QPSO 基本原理是通过模拟量子力学中粒子在势场中向势能最低点的移动建立搜索机制。这种改进模型的灵感来源于量子势阱，然而在模型的实施过程中，却与量子计算不再有任何关系，而仅仅取决于一个随机变量函数。既然如此，完全可以只借用量子势阱的搜索机制，而将随机变量函数直接改为随机变量本身。这样，模型仍然只有一个可调参数，但却能有效提高计算效率。基于上述思想，本文提出一种随机粒子群优化算法。实验结果表明，该算法比同类算法有较高的优化效率。

1　基本粒子群算法

设在 n 维空间中的 M 个粒子组成一个种群。其中，第 i 个粒子位置为 $X_i=(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{in})$ 、速度为 $V_i=(v_{i1},v_{i2},\cdots,v_{in})$ 、自身最优和全局最优位置分别为

① 基金项目:黑龙江省教育厅科学技术研究项目(11551015)
收稿时间:2011-06-11;收到修改稿时间:2011-07-11

$P_i^L=(p_{i1},p_{i2},\cdots,p_{in})$、$P_g=(p_{g1},p_{g2},\cdots,p_{gn})$。粒子更新策略为

$$V_i(t+1)=wV_i(t)+c_1r_1(P_i^L-X_i(t))+c_2r_2(P_g-X_i(t)) \quad (1)$$

$$X_i(t+1)=X_i(t)+V_i(t+1) \quad (2)$$

其中 $i=1,2,\cdots,\mathrm{M}$；w 为惯性因子；c_1、c_2 为常数；r_1、r_2 为内均匀分布的随机数。对种群中每个粒子应用(1)、(2)两式循环迭代，可使整个种群逐步逼近全局最优解。为便于叙述，将式(1)重写为如下形式。

$$V_i(t+1)=wV_i(t)+[\Phi](P_i-X_i(t)) \quad (3)$$

其中

$$P_i=\mathrm{diag}\left(\frac{c_1r_1^1}{c_1r_1^1+c_2r_1^2},\cdots\cdots,\frac{c_1r_n^1}{c_1r_n^1+c_2r_n^2}\right)P_i^L$$
$$+\mathrm{diag}\left(\frac{c_2r_1^2}{c_1r_1^1+c_2r_1^2},\cdots\cdots,\frac{c_2r_n^2}{c_1r_n^1+c_2r_n^2}\right)P_g \quad (4)$$

$$[\Phi]=\mathrm{diag}(c_1r_1^1+c_2r_1^2,\cdots\cdots,c_1r_n^1+c_2r_n^2) \quad (5)$$

为使 PSO 收敛，所有粒子必须逼近式(4)定义的加权平均粒子 P_i。

2 随机粒子群算法

2.1 量子 PSO 模型

本文以 Delta 势阱为例说明 QPSO 的构造过程。Delta 势阱中粒子出现的概率密度函数为

$$Q(r)=|\Psi(r)|^2=\frac{1}{L}e^{-2|r|/L} \quad (6)$$

为使粒子以较大概率向势阱中心移动，式(6)需满足

$$Q(r)=|\Psi(r)|^2=\frac{1}{L}e^{-2|r|/L} \quad (7)$$

由式(6)、(7)可得特征长度必须满足

$$L=\frac{|r|}{g\ln(\sqrt{2})} \quad (8)$$

其中 $g>1$。在[0,1]内取随机数 u，令 $u=e^{-2|r|/L}$，得

$$|r|=\frac{L}{2}\ln(\frac{1}{u}) \quad (9)$$

由式(8)、(9)可得

$$|r_{k+1}|=\frac{\ln(1/u)}{2g\ln\sqrt{2}}|r_k| \quad (10)$$

令 $r_k=x_k-P$，$\alpha=\dfrac{1}{2g\ln\sqrt{2}}$，得

$$|x_{k+1}-P|=\alpha\ln(1/u)|x_k-P| \quad (11)$$

上式即为 QPSO 的迭代方程[8]。

2.2 随机 PSO 模型

在 QPSO 模型构造中，其灵感来源于 Delta 势阱，但观察迭代方程式(11)可知，该式已与量子计算毫无关联。既然如此，我们认为随机变量函数的具体形式并不重要，重要的在于控制参数的合理取值。基于这种思想，本文提出一种随机粒子群优化 (Random PSO, RPSO) 算法，该算法直接采用随机变量本身取代式(11)中的随机变量函数，其迭代方程如下式所示。

$$|x_{k+1}-P|=\alpha u|x_k-P| \quad (12)$$

其中 α 为控制参数，u 为[0,1]之间均匀分布的随机变量，P 为按式(4)设计的加权平均粒子。

2.3 控制参数设计

定义：若随机变量序列满足

$$\lim_{n\to\infty}E[|X_n-X|^k]=0\,,\quad k>0 \quad (13)$$

则称该序列 k 阶收敛于 X [9]。

定理：在 RPSO 迭代方程中，当 α 小于 u 的数学期望的倒数时，RPSO 一阶收敛于。

证明：由式(12)得，$x_{k+1}-P=\pm\alpha u(x_k-P)$，不失一般性，上式取正号并写成矩阵形式得

$$\begin{bmatrix}x_{k+1}\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\alpha u & (1-\alpha u)P\\0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_k\\1\end{bmatrix}$$

迭代矩阵的特征值为 $\lambda_1=1$，$\lambda_2=\alpha u$。

$$\begin{bmatrix}x_{k+1}\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\lambda_2 & (1-\lambda_2)P\\0 & \lambda_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_k\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\lambda_2 & (1-\lambda_2)P\\0 & \lambda_1\end{bmatrix}^{k+1}\begin{bmatrix}x_0\\1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\lambda_2^{k+1} & (1-\lambda_2^{k+1})P\\0 & \lambda_1^{k+1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_0\\1\end{bmatrix}$$

$$x_{k+1}=\lambda_2^{k+1}x_0+(1-\lambda_2^{k+1})P=P+(x_0-P)(\alpha u)^{k+1}$$

$$|x_{k+1}-P|=(\alpha u)^{k+1}|x_0-P|$$

由 $\alpha<\dfrac{1}{E(u)}$ 得，$E[au]=aE[u]<1$。故 $\lim_{k\to\infty}E[|x_{k+1}-P|]=|x_0-P|\lim_{k\to\infty}(E[\alpha u])^{k+1}=0$。由式(13)知，RPSO 一阶收敛于 P。

2.4 平均粒子的设计

令 RPSO 迭代式为

$$x_{k+1}=P_{k+1}\pm\alpha u|x_k-P_k| \quad (14)$$

其中 u 为之间均匀分布的随机数。

1) P_k 的设计方法

首先将所有 M 个自身最优粒子按适应值排序，然后按从低到高权重线性增加的原则取加权平均值，其中权重递增幅度随优化代数逐渐加大。如式(15)所示。

$$P_k = \sum_{i=1}^{M} \tilde{P}_i^L w_i \Big/ \sum_{i=1}^{M} w_i \quad (15)$$

其中 $\tilde{P}_i^L$ 是各 P_i^L 按适应值从低到高排序后的第 i 个值，$w_i = 1 + \frac{c \times k(i-1)}{\text{Maxgen}(M-1)}$，c 是加权常数，$k$ 是当前代数，Maxgen 是限定代数。

2) P_{k+1} 的设计方法

本文采用改变随机变量均值方法，如式(16)所示。

$$P_{k+1,i} = r^{(1+k/\text{Maxgen})} P_i^L + (1 - r^{(1+k/\text{Maxgen})}) P_g \quad (16)$$

其中为当前代数,，为粒子总数，为[0,1]之间均匀分布的随机数。

3 仿真应用

3.1 函数极值优化

采用如下 4 个标准测试函数，并与文献[8]中 QPSO 对比，验证本文提出算法的性能。

1) Rosenbrock 函数

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_i^2 - x_{i+1})^2 + (x_i - 1)^2], x_i \in [-30, 30] \quad (17)$$

2) Rastrigin 函数

$$f_2(x) = 10n + \sum_{i=1}^{n} (x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i)), x_i \in [-5.12,\ 5.12] \quad (18)$$

3) Griewank 函数

$$f_3(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^{n} \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}}) + 1, x_i \in [-600,\ 600] \quad (19)$$

4) Ackley 函数

$$f_4(x) = 20 + e - 20e^{-\frac{1}{5}\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2}} - e^{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\cos(2\pi x_i)}, x_i \in [-32, 32] \quad (20)$$

上述 4 个函数，全局极小值均为 0。当维数 $n = 10$ 时，两种 PSO 的粒子数均为 20，优化代数均为 1000；当维数 $n = 20$ 时，粒子数均为 40，优化代数均为 1500。在 RPSO 中，加权常数 $c = 0.1$。首先考察控制参数取定值时的性能，根据文献[8]，QPSO 分别取 $\alpha = 0.8$，0.7，0.6；根据前述定理，RPSO 分别取 $\alpha = 1.7$，1.6，1.5。其次考察控制参数线性减小时的性能，QPSO 分别取 $\alpha = 0.8 \sim 0.6$，$0.8 \sim 0.7$，$0.7 \sim 0.6$；RPSO 分别取 $\alpha = 1.7 \sim 1.5$，$1.7 \sim 1.6$，$1.6 \sim 1.5$。

对于参数 α 的每种取值，分别用两种 PSO 仿真 100 次，实验结果对比如表 1 和表 2 所示。

表 1　控制参数取定值时 RPSO 和 QPSO 的优化结果对

函数	维数	模型	RPSO			QPSO		
		控制参数	1.7	1.6	1.5	0.8	0.7	0.6
Rosenbrock	20	平均结果	6.2831	9.1185	30.0386	13.6947	40.8913	271.3454
		平均时间(s)	0.0872	0.0870	0.0902	0.1122	0.1163	0.1100
	40	平均结果	42.0639	19.2860	29.5065	30.1227	36.9257	368.2779
		平均时间(s)	0.5198	0.5359	0.4928	0.6675	0.6436	0.6531
Rastrigin	20	平均结果	8.4877	4.4861	4.9546	4.7943	5.7979	8.4978
		平均时间(s)	0.0891	0.0891	0.0845	0.1194	0.1130	0.1070
	40	平均结果	53.2944	11.4235	12.4071	22.0614	14.1304	20.2656
		平均时间(s)	0.5197	0.5036	0.5070	0.6527	0.6352	0.6606
Griewank	20	平均结果	0.1866	0.0735	0.0641	0.0918	0.0781	0.2335
		平均时间(s)	0.0920	0.0806	0.0863	0.1141	0.1205	0.1056
	40	平均结果	0.0782	0.0145	0.0151	0.0228	0.0205	0.5537
		平均时间(s)	0.5359	0.5386	0.5216	0.6802	0.6523	0.6580
Ackley	20	平均结果	0.0301	2.6645×10^{-15}	0.0578	0.0116	0.3235	2.0865
		平均时间(s)	0.0866	0.0894	0.0816	0.1153	0.1075	0.1106
	40	平均结果	0.4154	4.2277×10^{-15}	0.0373	0.0361	0.1801	2.8670
		平均时间(s)	0.5306	0.5217	0.5173	0.6941	0.6830	0.6731

表 2　控制参数线性减小时 RPSO 和 QPSO 的优化结结果

函数	维数	模型	RPSO			QPSO		
		控制参数	1.7-1.5	1.7-1.6	1.6-1.5	0.8-0.6	0.8-0.7	0.7-0.6
Rosenbrock	20	平均结果	7.9393	7.1594	9.9036	51.2531	34.5748	66.7974
		平均时间(s)	0.0964	0.0991	0.0906	0.1144	0.1145	0.1169
	40	平均结果	33.9538	40.5051	32.0123	35.7918	32.0429	58.2312
		平均时间(s)	0.5303	0.5408	0.5436	0.7036	0.7063	0.7008
Rastrigin	20	平均结果	4.5833	6.1972	4.1876	4.2999	4.4797	6.0931
		平均时间(s)	0.0944	0.0988	0.0922	0.1198	0.1197	0.1187
	40	平均结果	12.3484	28.4042	9.2423	9.4615	12.5866	14.0492
		平均时间(s)	0.5470	0.5377	0.5427	0.6863	0.6977	0.6950
Griewank	20	平均结果	0.0832	0.1448	0.0547	0.0588	0.0750	0.0860
		平均时间(s)	0.0844	0.0978	0.0945	0.1194	0.1102	0.1222
	40	平均结果	0.0184	0.0281	0.0108	0.0131	0.0129	0.0198
		平均时间(s)	0.5364	0.5517	0.5431	0.6914	0.6947	0.6953
Ackley	20	平均结果	0.0165	1.3924×10^{-12}	2.7356×10^{-15}	0.0280	2.7001×10^{-15}	0.1937
		平均时间(s)	0.0873	0.0916	0.0911	0.1255	0.1163	0.1227
	40	平均结果	0.0494	0.1854	5.1870×10^{-15}	0.0331	0.0605	0.1169
		平均时间(s)	0.5573	0.5495	0.5514	0.7006	0.7087	0.6875

实验结果表明，就优化结果而言，当控制参数取定值时，除 40 维的 Rastrigin 函数外，RPSO 的优化结果普遍好于 QPSO。当控制参数取线性减小时，在控制参数的三种取值范围下各自进行的 24 次优化实验中，有 15 次 RPSO 好于 QPSO。就算法的优化效率而言，对于控制参数的两种取值，RPSO 均明显高于 QPSO。就控制参数的取法而言，对于定值参数，RPSO 三种参数下的 8 次最好结果(表 1 中粗体数据)有 6 次在 $\alpha=1.6$ 取得；对于线性减小参数，8 次最好结果(表 2 中粗体数据)中有 7 次在 $\alpha=1.6\sim1.5$ 取得。上述结果表明，RPSO 的定值参数一般可取 $\alpha=1.6$；而线性减小参数一般可取 $\alpha=1.6\sim1.5$。综上所述，本文提出的 RPSO 是有效的，与 QPSO 模型相比在优化能力和优化效率两方面都有改进。

3.2 IRIS 样本聚类

IRIS 数据集包含 3 类四维标准样本，每类样本数目为 50。聚类方案为：每个粒子描述一组聚类中心，最终使样本到各自类中心的平均距离最小。令样本共有 Nc 类，第 i 个粒子 $x_i=(m_{i1}\cdots m_{ij}\cdots m_{iNc})$，$m_{ij}$ 为第 j 类样本 C_{ij} 的中心向量。指标函数定义为

$$Je=\sum_{j=1}^{Nc}\left(\sum_{\forall Zp\in C_{ij}}\left\|Zp-m_{ij}\right\|\right) \tag{21}$$

分别用 RPSO 和普通 PSO 聚类，两种算法种群规模均取 20，空间维数为 12，限定步数均取 500。RPSO 控制参数取 $\alpha=1.6$，普通 PSO 惯性因子取 $w=0.7298$，自身和全局因子取 $c_1=c_2=1.49618$。聚类结果对比如表 3 所示。

表 3　RPSO 和普通 PSO 聚类结果对比

算法	各类样本数	第 1 类中心	第 2 类中心	第 3 类中心	指标函数值
PQPSO	50, 51, 49	5.02, 3.43 1.47, 0.25	5.83, 2.73 4.25, 1.32	6.69, 3.01 5.48, 2.00	97.4534
PSO	38, 51, 61	6.74, 2.87 5.60, 1.69	5.32, 3.02 1.44, 0.53	6.07, 2.82 4.62, 1.60	118.0816

实验结果表明，RPSO 的优化能力明显优于普通 PSO 算法。

4 结语

优化能力和优化效率的改进，是智能优化算法领域的两个基本问题。本文在分析量子粒子群优化算法运行机理的基础上，提出了一种随机粒子群优化算法，

（下转第 217 页）

可以用如下公式计算：

$$R = R / D \tag{8}$$

其中 R 是搜索到的相关文档数，D 是检索到的文档数。实验结果见表 1.

表 1 不同的查询关键词在每种算法下的查全率

关键词 / 算法	保障房	利比亚	足球	个人所得税	抗日战争
经典的 PageRank 算法	0.7	0.78	0.59	0.82	0.51
加权的 PageRank 算法	0.725	0.89	0.67	0.875	0.57
以主题为中心的 PageRank 算法	0.785	0.81	0.725	0.855	0.645
改进的 PageRank 算法	0.84	0.9	0.72	0.94	0.68

通过实验我们发现改进的 PageRank 算法优于经典的 PageRank 算法，加权 PageRank 算法和以主题为中心的 PageRank 算法。实验结果表明改进的 PageRank 算法很好的达到了算法改进的初衷。

6 总结与展望

本文结合网页链接分析和网页内容相关性分析两个方面提出一种改进的 PageRank 算法，本论文改进算法较好的满足了用户的查询需求，既解决了权威性的要求，又解决了主题相关性的要求。算法只是基于网页的结构与内容挖掘，下一步的工作可以研究关于用户的使用挖掘，以便更好的满足个性化的主题搜索。

参考文献

1 Page L, Brin S, Motwani R, et al. The pagerank citation ranking: Bringing order to the web.Stanford Digital Libraries SIDL-WP-1999-0120.1999.

2 Kleinberg J. Authoritative sources in a hyperlinked.Environment. Proc. of the Ninth Annual ACMSIAM Symposium on Discrete Algorithms. San Francisco, California, 1998: 668–677.

3 王冬,雷景生.一种基于 PageRank 的页面排序改进算法.微电子学与计算机,2009,26(4):57–60.

4 彭聪,吴强等.一种改进型的网页排序算法.微计算机信息,2010,11(3):72–74.

5 Xing WP, Ghorbani A. Weighted PageRank Algorithm. Communication Networks and Services Research. Proc. of Secnod Annual Conference. 19-21 May 2004: 305–314.

6 Havelieala TH. Topic-sensitive PageRank. Proc. of the 11th International World Wide Web Conference. Hawaii, 2002: 517–526.

（上接第 248 页）

该算法只有一个控制参数，通过随机变量的取值实现对目标粒子的逼近。实验结果表明，该模型是有效的可行的，为粒子群算法的改进提供了一种新途径。

参考文献

1 Kennedy J, Eberhart RC. Particle swarms optimization. Proc. of IEEE international conference on Neural Networks.USA: IEEE Press,1995:1942–1948.

2 郭文忠,陈国龙.求解 VLSI 电路划分问题的混合粒子群优化算法.软件学报,2011,22(5):833–842.

3 Lin SW, Ying KC, Chen SC, et al. Particle swarm optimization for parameter determination and feature selection of support vector machines. Expert Systems with Applications, 2008,35(4):1817–1824.

4 Cai XJ, Cui ZH, Zeng JC, et al. Dispersed particle swarm optimization. Information Processing Letters, 2008, 105(6): 231–235.

5 Liu Y, Qin Z, Shi ZW, et al. Center particle swarm optimization. Neurocomputing, 2007,70(4–6):672–679.

6 张英杰,邵岁锋.一种基于云模型的云变异粒子群算法.模式识别与人工智能,2011,24(1):90–96.

7 朱海梅,吴永萍.一种高速收敛粒子群优化算法.控制与决策,2010,25(1):20–24.

8 方伟,孙俊,谢振平,须文波.量子粒子群优化算法的收敛性分析及控制参数研究.物理学报,2010,59(6):3686–3694.

9 赵淑清,郑薇.随机信号分析.哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1999.54–56.