

基于 DE 和 SA 的 Memetic 高维全局优化算法

拓守恒

(陕西理工学院 计算机系, 汉中 723000)

摘要: 针对高维复杂多模态优化问题, 传统的进化算法存在收敛速度慢, 求解精度低等缺点, 提出一种面向高维优化问题的 Memetic 全局优化算法。算法通过全局搜索和局部搜索结合的混合搜索策略, 采用多模式并行差分进化算法进行全局搜索, 基于高斯分布估计的模拟退火算法进行局部搜索。改进后的 Memetic 算法不仅继承了差分进化算法能发现全局最优解的优点, 而且能大幅度提高搜索效率。最后, 通过对 4 个高维多峰值 Benchmark 函数进行仿真实验, 实验结果表明本文算法有效提高了算法的收敛速度和求解精度。

关键词: 高维复杂问题; 差分进化算法; 模拟退火算法; Memetic;

A Global Memetic Optimization Algorithm for Solving High-Dimensional Problems Based on Differential Evolution and Simulate Anneal

TUO Shou-Heng

(Dept. of Computer Science & Technology, Shaanxi University of Technology, Hanzhong 723000, China)

Abstract: Aiming at high-dimensional multimodal optimization problems, traditional evolutionary algorithms have shortcomings, such as low convergence speed and solution precision. A global optimization algorithm based on Memetic algorithm using global search strategy and local search strategy is proposed to resolve the high-dimensional problem. The global search strategy is a multi-model parallel differential evolution. An improved Simulate Anneal Arithmetic is used for local search strategy. The improved Memetic algorithm inherits advantages of the differential evolution algorithm to discover the global optimal solution and overcomes the deficiencies of the differential evolution algorithm. Finally, four benchmark functions are used to test this algorithm. Experimental result illustrates that it has some advantages in convergence velocity, solution precision, and stabilization.

Key words: high-dimensional complex optimization problems; differential evolution algorithm; simulate anneal arithmetic; memetic algorithm

1 引言

随着科技的发展, 很多工业过程控制 (比如交通与物流系统优化、生产调度优化、智能机器人设计、高维图像分析、电力系统及其他工业智能控制领域) 和科学问题都是大规模、非线性高维多模优化问题。如何获取这些问题的最优解一直都是学术界和工程界关注的焦点问题。传统的一些优化搜索算法 (遗传算法 GA、微粒子群算法 PSO、模拟退火算法 SA 等) 对于一些低维优化问题收敛效果很好, 然而, 当问题维

数较高时, 就会出现收敛速度慢、求解精度很低、并且容易陷入局部最优等问题。差分进化算法 (Differential Evolution, DE)^[1] 与模拟退火算法 (Simulate Anneal Arithmetic, SAA)^[2] 都是启发式随机搜索算法, 差分进化算法的局部搜索能力较差, 求解精度不是很高, 但把握搜索过程总体的能力较强, 而模拟退火算法具有较强的局部搜索能力, 但全局性差。卢峰等^[3] 按照个体适应度的差异将个体分成不同的子种群, 并针对不同的个体适应度值采用不同的变

①: 收稿时间: 2011-06-08; 收到修改稿时间: 2011-07-17

算子，以保证在加快算法收敛速度的同时有效地跳出局部极值点。贺毅朝，王熙照等^[4]提出一种基于多进化模式协作的差分演化算法，在每次迭代时，总是依次从 3 种模式中选取一种用于不同个体的进化，从而提高算法的通用性。文献[3,4]具有较高的全局优化性能，但求解精度不高。文献[5]将模拟退火算子引入到差分演化算法的变异操作中，获得较高的求解精度，但还是易陷入局部搜索。上述几种算法都是针对算法的某一方面的缺点进行了改进，或者针对某一具体问题的应用性改进，对不同的优化问题欠缺通用性。

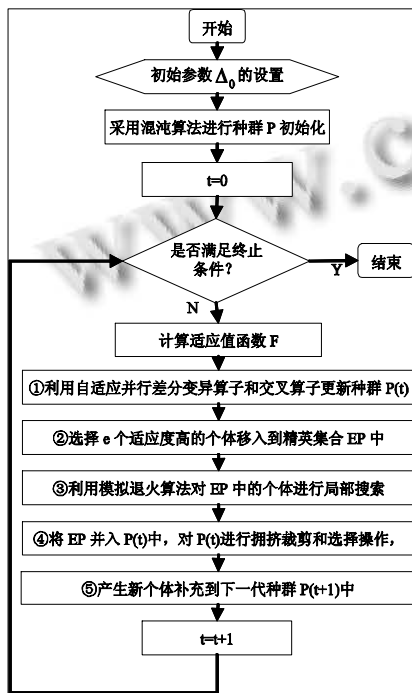


图 1 基于差分进化算法和模拟退火算法的 MA 全局优化流程图

Memetic 算法 (Memetic Algorithm : MA)^[6,7] 是基于达尔文的自然进化理论和道金斯的文化进化思想而衍生的一种把基于群体的计算智能方法和局部搜索技术相结合的一种新型优化技术，MA 算法融合了局部搜索和进化计算，具有较高的全局搜索能力。王洪峰，汪定伟等^[8]提出了一种基于粒子群优化 (PSO) Memetic 算法，算法在一种环状拓扑结构的局部 PSO 模型中，利用模糊认知局域搜索策略来改善部分粒子的质量。文献[9]采用了爬山局部搜索与自适应多点交叉、随机变异相结合的策略对染色体群体进行优化。文献[8,9]在优化问题维数较低时取得了很好的效

果，具有很强的全局搜索能力，但面对高维 (100 维以上) 复杂优化问题时，求解速度很低。针对高维复杂优化问题，本文采用 Memetic 算法思想，提出一种自适应差分进化算法，并将其模拟退火算法相结合，相互取长补短。通过 4 个高维的 benchmark 函数测试表明，本文有效提高了算法的收敛速度和求解精度。

2 Memetic 算法 (MA) 的基本框架

MA 可用如下一个 8 元组来描述:

$$MA = (P, \Delta_0, popSize, offSize, F, G, U, L)$$

$P(t_0) = (X_1, X_2, \dots, X_{popSize})$ 表示初始种群，其中， $MA = (P, \Delta_0, popSize, offSize, F, G, U, L)$ $i=1, 2, \dots, popSize$, D 是维数。

Δ_0 表示 MA 算法中的初始参数设置。

$popSize$ 表示种群的大小。

$offSize$ 表示通过生成函数 G 得到的后代的数目。

F 表示适应值函数，即一个从解空间到实数集的映射。

G 代表生成函数，它是一个从候选解到下一代候选解的映射。

$$P(t) = (X_1(t), X_2(t), \dots, X_{popSize}(t))$$

也就是从父代种群 ($popSize$ 是候选解的个数) 到其后代种群 ($offSize$ 是候选解的个数) 的映射，比如遗传算法中的交叉和变异操作。

U 表示更新函数，它是根据第 t 代的种群 $P(t)$ 及其后代 $O(t)$ 得到第 $t+1$ 代的新种群 $P(t+1)$ ，即 $P(t+1) = U(P(t) \times O(t))$ ，比如遗传算法中的选择操作。

$L = (l_1, l_2, \dots, l_k)$ 是局部搜索策略的集合，其中 $l_i (1 \leq i \leq k)$ 代表一种局部搜索策略，也称为一个 meme。

本文在局部采用一种改进的模拟退火算法。

3 基于改进的差分进化算法和模拟退火算法的 MA 全局优化框架

差分演化算法 (Differential Evolution, DE) 是由 R.Storn 和 K.Price 于 1995 年提出的一类基于实数编码的演化算法。DE 算法类似遗传算法，采用选择、交叉和变异，DE 算法的特点是利用差分算子 (differential operator: DO) 变异公式得到父子混合个体构成的中间群体。然后用选择算子根据严格的优胜劣汰的竞争机制产生子代群体。模拟退火算法 (Simulate Anneal

Arithmetic, SAA) 是 S.Kirkpatrick, C.D.Gelatt 和 M.P.Vecchi 在 1983 年所发明。退火算法是基于迭代求解策略的一种随机寻优算法, 它从一较高初温开始, 利用具有概率突跳特性的 Metropolis 抽样策略在解空间中进行随机搜索, 伴随温度的不断下降重复抽样过程, 直至得到问题的最优解。

DE 算法在求解多模态、非线性优化问题时具有很强的稳定性, 特别是对高维多模态优化问题具有明显优势, 具有全局优化能力, 但它也有一个无法克服的自身缺陷: 进化后期算法收敛速度很慢, 求解精度较低, 甚至在有限的时间内会陷入局部最优。而 SAA 算法局部搜索能力强, 运行时间较短, 求解精度高。本文采用 Memetic 算法思想将差分进化算法与模拟退火算法相结合, 相互取长补短。算法流程如图 1 所示。

其中, ①提出一种自适应并行差分变异算法(见算法 1)对种群进行差分变异操作。②将目前种群中适应值最好的 e 个个体移入精英集合 EP 中, 通过在当前精英解的领域内进行局部搜索, 能够用较小的运行代价大幅提高解的精度。③局部搜索算法采用改进模拟退火算法(见算法 2)。④为了避免种群陷入局部区域进行局部搜索, 计算 Pop 中每个个体的拥挤距离, 利用拥挤裁剪算法剔除拥挤距离很小的个体, 然后利用轮盘赌选择法从 $P(t)$ 中选择部分个体直接进入下一代 $P(t+1)$ 。⑤对裁剪和选择后的种群, 通过随机产生新个体补充到种群 $P(t+1)$ 中能够保持种群的多样性, 避免种群陷入局部搜索。

4 关键技术

4.1 自适应并行差分变异算法

在每代进化中, 传统差分进化算法 DE 的变异算子对函数的评价次数的时间复杂度是 $O(\text{种群规模 } n \times \text{维数 } D)$, 其实, 往往对函数进行一次评价(适应值的计算)的时间随着维数的提高而提高, 而对于高维优化问题(维度在 100 以上), DE 变异算子对函数的评价次数也大幅提高, 从而导致算法的收敛速度和性能降低, 往往很难在短时内获得高维优化问题的最优解。本文对 DE 变异算法进行改进, 提出一种自适应多模式并行差分变异算法^[8,10]。

算法 1: 自适应多模式并行差分变异算法

$i=1$

while($i < \text{popSize}$)

rand select $Xr1, Xr2, Xr3, Xr4$ from Pop

$r = \{s1s2, \dots, sD\} = \text{round}(\text{rand}(1, D) * \exp$

$(-(x-u)^2 / 2\delta^2)$);

(其中 $x = 1 - t / \max T$, $s_j = 0$ 或 1, t 是当前进化次数。maxT 是最大进化次数。rand(1,D)函数产生(0,1)之间的 D 个随机数, round(a)函数表示取整(a 小于 0.5 取 0, a 大于等于 0.5 取 1)。u ∈ [0.8, 1.5], σ ∈ [0.7, 2]。)

$$V_i(t+1) = \begin{cases} X_{r1}(t) + r \cdot (X_{r1}(t) - X_{r2}(t)), & m = 0 \\ X_{r1}(t) + r \cdot (X_{best}(t) - X_{r2}(t)), & m = 1 \\ X_{best}(t) + r \cdot (X_{r1}(t) - X_{r2}(t)) + \\ \quad r \cdot (X_{r3}(t) - X_{r4}(t)), & m = 2 \\ X_i(t) + r \cdot (X_{rnd}(t) - X_i(t)), & m = 3 \end{cases}$$

m 是 [0,2] 内的随机整数, $X_{best}(t)$ 是当前种群 Pop 中 最优解, $X_{rnd}(t)$ 是在可行解空间中随机产生的一个新个体。

如果 $f(V_i(t+1)) < f(X_i(t))$ 则 $X_i(t+1) = V_i(t+1)$, 否则 $X_i(t+1) = X_i(t)$

Endwhile

算法 1 采用多模式随机变异, $m=0$ 时, 应用传统 DE 变异; $m=1$ 和 2 时, 通过向当前最优个体学习, 有助于加快算法的收敛速度, 提升搜索精度; $m=3$ 时, 采用和随机个体做差分, 能够保持种群的多样性, 避免种群进入局部搜索。当问题的维数很高时, 函数评价的用时较长, 算法通过产生二进制串 $ri = \{s1s2, \dots, sD\} = \text{round}(\text{rand}(1, D) * e^{-\frac{(x-u)^2}{2\delta^2}})$ 和 $Xr(t)$ 对应位相乘进行自适应变异操作, 变异频率随着进化代数的增加逐步减小。算法 1 时间复杂度为 $O(N)$, N 是种群大小。函数评价次数为 N 次, 显然, 算法通过对个体的各维变量同时并行变异, 不会随着函数维数的增加而提高算法的时间复杂度和函数评价次数。

4.2 改进的模拟退火算法

标准模拟退火算法的一般步骤描述如下:

算法 2: 改进的模拟退火算法

(1) 参数初始化: 初始温度 T , 初始解状态 X , 每个 T 值的迭代次数 L

(2) 对每个 T 值:

(2.1) 利用新状态产生函数 F 从 X 的领域内产生一个新解 X_{new} , 计算适应值 $f(X_{new})$, 如果 $f(X_{new}) < f(X)$, 转至(2.4)。

(2.2) 计算接受概率, $p = \exp(-(f(X_{new}) - f(X)) / (k \cdot T))$, k 是玻尔兹曼 (Boltzmann) 常数。

(2.3) 如果 rand(0,1)<p 转至 2.4, 否则转至(2.5)。

(2.4) 更新 X: X=Xnew, f(X)=f(Xnew)。

(2.5) 如果在 T 温度下达到平衡, 转至(3), 否则转至(2)。

(3) 降温冷却 T=Q(T)(Q 是冷却函数)。如果 T=0, 结束程序, 否则转 (2)。

本文对标准模拟退火算法的主要改变是: 在精英集合 EP 中采用高斯分布估计算法产生新解 Xnew, 定义如下:

$$(1) X_{new} = \prod_{i=1}^D N(x_i, \bar{\mu}_i^T, \bar{\sigma}_i^T), \text{ 其中, } D \text{ 是维数}$$

$$X_{new} = \prod_{i=1}^D N(x_i, \bar{\mu}_i^T, \bar{\sigma}_i^T), \quad \delta_i^T = \sqrt{\frac{1}{\|EP\|} \sum_{j=1}^{|EP|} (v_{ij} - \bar{X}_i)^2},$$

$$\bar{X}_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} / n, \quad i = 1, 2, \dots, D。$$

接受概率和冷却函数都采用标准的定义。

$$(2) p = \exp(-(f(X_{new}) - f(X)) / (k \cdot T))$$

$$(3) Q(T) = T - 1$$

由于模拟退火算法有收敛速度慢, 执行时间长, 算法性能与初始值有关及参数敏感等缺点, 如果在每代进化中都要对种群中所有个体 Xi (i=1,2,...,popSize) 进行模拟退火局部搜索, 对于一个高维优化问题, 算法运行的时间将会非常长, 这在实际应用中将难以接受。本文通过引入精英集合 EP ($\|EP\| \ll \text{popSize}$), 在每代进化中, 仅对 EP 中的个体进行 SA 局部搜索, 从而能够在很短的时间获得局部最优。

在模拟退火算法中, 新状态产生函数 F、接受概率 p、冷却函数 Q 是直接影响算法优化结果的主要环

节。由于在本文中主要是利用 SA 算法进行局部搜索, 关键是新状态产生函数 F 的定义, 本文采用高斯分布估计算法产生新解 Xnew 能够有效的获得局部最优解。

5 仿真实验

为了测试本文算法, 选取了 4 个高维多模态的 Benchmark 函数作为测试对象, 并与在高维优化中取得良好效果的算法 MEDE 和 DEfirDE^[10]进行了比较。实验是在 P41.8GHZ/512M/Matlab7.8 平台上完成。在所有测试函数中, 分别对每个函数在 100 维和 200 维时独立运行 20 次, 设置进化代数 maxGen, 种群大小 popSize 和其他参数。分别记录了 20 次独立运行的最优平均值, 标准差和文本算法的函数评价次数, 如表 1 所示。

$$(1) f_1(X) = 20 + e - 20 \exp(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2}) - \exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)\right), \quad -30 \leq x_i \leq 30, \min f(X) = 0.0$$

$$(2) f_2(X) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^D x_i^2 - \prod_{i=1}^D \left(\cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right)\right) + 1, \quad -600 \leq x_i \leq 600, \min f(X) = 0.0$$

$$(3) f_3(X) = \sum_{i=1}^{D-1} [100(x_i^2 - x_{i+1})^2 + (x_i - 1)^2], \quad -10 \leq x_i \leq 10, \min f(X) = 0.0$$

$$(4) f_4(X) = \sum_{i=1}^D [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10], \quad -5.12 \leq x_i \leq 5.12, \min f(X) = 0.0$$

表 1 本文算法与 MEDE 算法在函数 f1-f4 上的测试结果

函数	维数	本文算法				MEDE				DEfirDE				
		进化代数	种群大小	函数评价次数	平均值	标准差	进化代数	种群大小	平均值	标准差	进化代数	种群大小	平均值	标准差
f1	100	10	50	13495	-8.8818e-016	0	5e-04	50	1.0e-20	0	5e-04	100	1.2e-6	6.07e-7
	200			13508	-8.8818e-016	0		100	1.33e-15	0		200	0.3123	0.0426
f2	100	10	50	13445	0	0	5e-04	50	4.76e-16	5.49e-16	5e-04	100	1.0e-6	0.0
	200			13463	0	0		100	1.11e-16	0		200	0.5984	0.1419
f3	100	5000	100	1906250	0.0358	0.0100	5e-04	100	9.23	11.027	5e-04	100	107.5604	28.2529
	200		150	3165226	1.96934	2.2191e-4		200	109.227	68.868		200	5302.79	2363.74
f4	100	10	50	13433	0	0	5e-04	100	27.28548	3.405744	5e-04	100	1.0e-6	0.0
	200		50	13456	0	0		200	111.0891	1.643677		200	0.1453	0.2771

从表 1 中的实验结果可以看出, 本文算法在种群大小为 50, 进化代数为 10, MEDE 和 DEfirDE 算法

在种群大小 50—200, 进化代数 50000 次时, 在维数超过 100 的 4 个高维多模态优化问题中, 除了函数 f3 以外都能够 20000 次函数评价内获得最优解, 并且, 对于函数 f3 很多算法 (PSO,GA,SA) 在优化时, 很容易陷入局部最优点 (0,0,0,...,0), 而本文算法通过 20 次实验证明, 能够通过 5000 代进化 (百万次函数评价) 获得全局最优解 (1,1,1,...,1)。

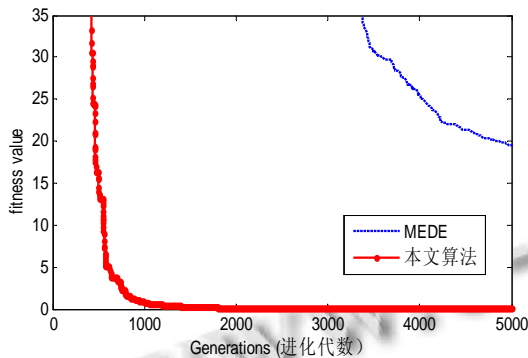


图 2 函数 f3 在算法 MEDE 和本文算法中的进化过程

图 2 描述了函数 f3 在 100 维时本文算法和 MEDE 算法的进化曲线, 从图 2 的进化过程可以看出, 本文算法的收敛速度和精度远远高于 MEDE 算法和 DEfirDE 算法。

5 结论分析

本文首先给出了 Memetic 算法的基本框架, 提出了自适应多模式并行差分变异算法, 并对模拟退火算法进行改进。根据 Memetic 的思想将改进的 DE 算法和 SA 算进行结合, 使其取长补短, 最后通过 4 个高维多模态复杂函数实验测试结果表明, 本文算法对高维复杂优化问题具有很强的适应性, 有效的提高了算

法的收敛速率、稳定性和求解精度。

参考文献

- 1 Storn R, Price K. Differential evolution. a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*.1997.11(4):341-359.
- 2 Krikpatrick S, Gelett C, Eechim V. Optimization by simulated annealing. *Science*,1983,220(8):671-680.
- 3 卢峰,高立群.基于多种群的自适应差分进化算法.东北大学学报(自然科学版),2010,(11):1538-1541.
- 4 贺毅朝,王熙照,等.差分演化的收敛性分析与算法改进.软件学报,2010,21(5):875-885.
- 5 夏慧明,周永权.改进差分进化策略在多峰值函数优化中的应用.计算机工程与应用,2009,(32):41-44.
- 6 Krasnogor N, Smith JE. A tutorial for competent memetic algorithms:model, taxonomy and design issues.*IEEE Transactions on Evolutionary Computation*,2005,9(5):474-488.
- 7 Gallardo JE, Cotta C, Ferandez AJ. On the hybridization of memetic algorithms with branch-and-bound techniques. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, 2007,37(1):77-83.
- 8 王洪峰,汪定伟,黄敏,动态环境中的 Memetic 算法,控制理论与应用,2010,(8):1060-1068.
- 9 屈爱平.MEMETIC 算法在多峰连续函数优化问题中的应用.科学与技术工程,2010,(1):187-189.
- 10 Noman N, Iba H. Enhancing differential evolution performance with local search for high dimensional function optimization. In: Beyer HG, et al., eds. *Proc. of the 2005 Conf. on Genetic and Evolutionary Computation (GECCO 2005)*. New York:ACM Press,2005.967-974.

(上接第 153 页)

- 4 田辉勇.动态血压监测系统及其关键技术研究.广州:第一军医大学,2002.
- 5 包旭鹤.便携式电子血压计设计.现代电子技术,2007,8:7-10.
- 6 王建军.采用 AT89C52 的振弦式血压测量仪设计.传感器与仪器仪表,2007,6(1):199-201.
- 7 Lin CT, Liu SH, Wang J, et al. Reduction of Interference in Oscillometric Arterial Blood Pressure Measurement Using Fuzzy Logic. *IEEE Transactions on biomedical engineering*, 2003,50(4):432-441.
- 8 Moraes JCTB, Cerulli M, Ng PS. A Strategy for Determination

of Systolic, Mean and Diastolic Blood Pressures from Oscillometric Pulse Profiles. *Computers in Cardiology*, 2000, 27: 211-214.

- 9 Usuda T, Kobayashi N, Takeda S. A Blood Pressure Monitor with Robust Noise Reduction System under Linear Cuff Inflation and Deflation. *32nd Annual International Conference of the IEEE EMBS Buenos Aires. Argentina*, 2010:1226-1229.
- 10 罗岩,陈勇.就示波法进行血压测量的有关问题的探讨.医疗保健器具,1999(6):14-16.