

基于 GM(1,1) 预测的残缺图像的修复算法^①

吴长勤, 段汉根

(安徽科技学院, 蚌埠 233100)

摘要: 在分析图像传输数据丢失的原因和特点的基础上, 借鉴灰色预测的思想, 提出了对残缺图像进行恢复的灰色预测方法, 该算法基本满足了图像恢复的要求, 并通过实验得到了该算法的适用条件。

关键词: 图像; 修复; 灰色预测; 算法

Image Inpainting Algorithm Based on Prediction of GM(1,1)

WU Chang-Qin, DUAN Han-Gen

(Anhui Science and Technology University, Bengbu 233100, China)

Abstract: Based on the analysis of the reasons and the features of the data loss when images are transferred, the paper makes use of the idea of the grey prediction and comes up with a new algorithm when images are repaired. The new algorithm is to apply the grey prediction method to image inpainting, which basically meets the needs of image restoration and attains the applicable conditions for the algorithm through the experiments.

Keywords: image; reparation; grey prediction; algorithm

1 引言

图像是客观世界的再现, 具有直观、信息量丰富等特点, 被认为是二十一世纪信息的主要载体形式。据统计, 人类获取的信息, 大约 60% 来自于视觉, 20% 来自于听觉, 另外 20% 来自触觉等其他途径^[1]。由此, 可见视觉信息的重要地位, 而图像作为视觉信息获取和传播的主要载体, 随着计算机技术的飞速发展, 越来越受到人们的重视。所以, 可以说 21 世纪是信息获取、处理和应用的世纪, 更是图像处理和应用的世纪^[2]。

图像作为一种信息符号, 有着语言文字不可比拟的优点, 成为越来越重要的信息表达方式, 其应用的领域和范围越来越广。但在日常生活和科学研究中, 我们会经常碰到图像信息缺损现象。如何对这些缺损或遮挡信息进行恢复和补偿, 成为人们日益关注的问题。目前与该问题密切相关的两个研究方向就是图像修复和纹理合成^[3,4]。

早在文艺复兴时期, 人们就开始修复中世纪的一些艺术品, 他们的目的就是想通过填补一些裂缝来使

中世纪的一些图画得到翻新, 这样的工作就叫做“retouching(润饰)”或者“inpainting(修补或修描)”。那时的修补工作主要是由专业修补师手工完成的, 存在着费时、辛苦、主观和工作不易重复进行等缺点^[5]。

数字图像恢复技术作为数字图像处理科学的核心技术, 吸引了国内外众多学者对其进行了广泛而深入的研究。由于数字图像恢复所处理的问题是一个病态问题, 人们无法从退化影像中获得原始影像, 使得该领域的研究具有一定的难度^[6]。

数字图像修补是数字图像处理技术的一个重要分支, 就是用一定算法来处理图画、照片或影片, 包括使受损的图像恢复、移走或取代照片中被选择的物体等等, 在文物保护、剔除图像或视频中的一些文字、修复损坏的视频信息等方面都有很高的应用价值。其主要工作原理是利用数字图像待修补区的邻域或前后帧信息填充数字图像待修补区。数字图像修补的主要目的是使观察者无法察觉图像已被修改, 或者获得更好的视觉效果。随着计算机技术的发展, 如何在数字

① 基金项目:安徽省教育厅自然科学基金项目(KJ2009B121Z,kj2010B296);安徽科技学院自然科学基金项目(ZRC2008180)

收稿时间:2010-08-16;收到修改稿时间:2010-09-23

图像的基础上实现半自动化或自动化地完成图像修补工作,成为数字图像修补领域研究的一项重要课题。非纹理图像修复方法一般都是基于偏微分方程或变分的方法,这些方法可以归结为如下两类:一类是包括TV(Total Variation)修复模型^[7]、Mumford-Shah-Euler修复模型^[8]、Euler's elastica修复模型^[9]等基于宏观修复机制的方法。该类方法难以得到高效、稳定的修复模型。另一类是包括BSCB模型^[10]、CDD模型^[11]和Tschumperlé模型^[12]等基于微观修复机制的方法,但从整体上就难以对其进行严格地数学分析。

2 灰色预测修复算法基本思想

灰色系统理论是邓聚龙教授于80年代初提出的,在短短几十年间,得到了长足发展,目前,在我国已成功运用到了社会,经济,科教等各个方面,成为这些领域中进行预测,决策,分析和控制的有力工具^[13,14]。灰色系统理论是一种研究少数据、贫信息、不确定性问题的新方法,以“部分信息已知,部分信息未知”的小样本、贫信息、不确定性系统为研究对象,主要通过对部分信息的生成和开发,提取有价值的信息^[15]。

灰色预测是利用灰色动态GM模型,对变化趋势进行数量大小的预测。灰色预测方法自提出以来,已在许多领域得到成功应用。在灰色模型的建模过程中,灰色理论方法可充分利用少量数据中的显信息和隐信息,根据行为特征数据找出因素本身或因素之间的数学关系,提取建模所需变量,通过建立离散数据的微分方程动态模型,了解系统的动态行为和发展趋势。灰色预测方法具有以下特点:①所需信息量较少(通常只要有4个以上数据即可建模);②不需已知原始数据分布的先验特征,通过有限次的生成,可将无规则分布(或服从任意分布)的任意光滑离散的原始序列转化为有序序列。③建模精度较高,可保持原系统特征,能较好反映系统实际情况。

最常用的灰色模型是GM(1,1)预测模型,它是一个变量的灰色模型,可预测变量本身,是灰色预测的基础。建立该预测模型只需一个数列,首先对原始数列做一阶累加生成运算并建立白化的一阶微分方程模型(具体算法见后),通过对白化形式的微分方程解的还原处理,得到序列的预测值。

灰色预测领域一般都是由一维状态变量来描述

的^[16,17],在由二维状态变量(如图像处理)描述的领域却不多见,所以将灰色系统理论知识引入到图像处理中有着重大的意义^[18]。

文献[19,20]将灰色系统理论应用到图像去噪和压缩中,取得了好的效果,本文将构造一种基于灰色动态GM模型的算法,将灰色预测模型GM(1,1)应用到残缺图像的修复中。基于相邻点间的灰度值关联度较大的原理^[21],根据图像残缺数据呈现出离散的情况,可以将这种离散点的灰度值看作是灰色序列,即认为这种序列是灰色过程^[22],对灰色过程序列建立的模型就称为GM(1,1)模型或灰色模型(Grey Model)。灰色建模的基本方法是对原始数据列作白化处理后,构建相应的微分方程^[23,24]。

对于图像I,设 Ω 为待修复区域, $\partial\Omega$ 为 Ω 的边界点集,则 $I-\Omega$ 为已知区域。本文提出的修复是从修复区域的外边界 $\partial\Omega$ 开始,逐步缩小修复区域 Ω ,直到 Ω 为空。在具体优先哪个待修复点的问题上,我们是通过定义边界点的优先度(具体算法见后),根据优先度的大小决定边界点被修复的先后顺序。

对于待修复点 $p \in \partial\Omega$,设 $U(p, \delta)$ 表示以 p 为中心、 δ 为半径的邻域内所有灰度值已知点的集合(实际取正方形邻域),设 $q_i \in U(p, \delta) \quad i=1,2,\dots,n$ 。因 p 点的灰度值与局部信息 $U(p, \delta)$ 有关,也就是说待修复点 p 的灰度值由邻近的已知像素点决定。

基于相邻点间的灰度值关联度较大这一特点及各点灰度值的离散性,根据邻域 $U(p, \delta)$ 内各点与待修复点 p 的相关度 $r(q_i, p) \quad i=1,2,\dots,n$ (具体算法见后)大小,按相关度从小到大顺序,取各点的灰度值构建一个数据列 $g^{(0)}$,我们认为该灰度值数据列 $g^{(0)}$ 的下一个趋势值就是待修复点 p 灰度值的最优近似值,以该数据列为基础,建立灰色预测模型GM(1,1)模型,利用预测的结果作为待修复点 p 的灰度值,应该是一种合理的想法。具体算法描述如下:

2.1 计算修复点的优先度,根据优先度大小确定待修复点

待修复点的优先度算法如下:

设 $p \in \partial\Omega$, $U(p, \delta)$ 为以 p 点为中心的 δ 邻域,定义点 p 的优先度 $P(p) = C(p)D(p)$ 。其中, $C(p)$ 为信任因子, $D(p)$ 为数据因子,分别定义为:

$$C(p) = \sum_{q_i \in U(p, \delta) \cap (I - \Omega)} C(q_i), \quad D(p) = \left| \nabla I_p^\perp n_p \right|$$

其中, n_p 是边界 $\partial\Omega$ 在 p 点的单位法向量(一般用与 P 点相邻的边界点所拟合成的曲线在 p 点的法向量估算), ∇I_p^\perp 是图像等值线的方向。初始时, $\forall p \in \partial\Omega$, $C(p) = 0$; $\forall p \in (I - \Omega)$, $C(p) = 1$ 。这样定义能够做到① p 点中的已知像素点越多, 则 p 优先被修复; ②其法线与等值线方向夹角小的优先修复。信任因子 $C(p)$ 可以被认为是像素点 P 周围可靠信息的度量, 周围已知点越多, 信任因子越高, 就越早被修复。数据因子 $D(p)$ 反映了图像边缘信息 ∇I_p^\perp 在边界 $\partial\Omega$ 的法向上的投影。这两者的乘积给出了点 p 的优先度, 优先度最高的点最先被修复。

2.2 计算待修复点与邻域内灰度值已知点的相关度, 确定灰度值序列顺序

相关度是指邻域 $U(p, \delta)$ 内各已知点与待修复点的关联度 $r(q_i, p)$ $i = 1, 2, \dots, n$ 。设 $p \in \partial\Omega$, $q_i \in U(p, \delta)$, q_i 点与待修复点 p 的相关度定义如下:

$$r(q_i, p) = \frac{\exp\left(\frac{\nabla I_p^\perp \cdot \nabla I_{q_i}^\perp}{\|\nabla I_p^\perp\| \|\nabla I_{q_i}^\perp\|}\right)}{\|p - q_i\|} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$\|p - q_i\|$ 表示 q_i 点与 p 点的距离, 距离越近相互影响越大;

$$\exp\left(\frac{\nabla I_p^\perp \cdot \nabla I_{q_i}^\perp}{\|\nabla I_p^\perp\| \|\nabla I_{q_i}^\perp\|}\right)$$

表示 q_i 点等值线方向与 p 点等值线方向的交角, 交角越小, 则点 q_i 对点 p 的贡献越大。

2.3 根据灰色预测模型 GM(1, 1), 预测待修复点的灰度值

在 $U(p, \delta)$ 内, 对已知信息点的各点灰度值按相关度 $r(q_i, p)$ 从小到大重新排列构成一新数据列, 设新数据列各点的灰度值为 $g^{(0)}$:

$$g^{(0)} = (g^{(0)}(1), g^{(0)}(2), \dots, g^{(0)}(n))$$

将新的灰度值序列 $g^{(0)}$ 看作一系列灰色数据, 就可以利用灰色预测模型 GM(1, 1) 进行预测。预测方法如下:

1) 对 $g^{(0)}$ 作累加生成 (1-AGO), 累加生成的目的是使灰色过程由灰变白的一种方法, 通过累加可以看出灰量积累过程的发展态势, 使离乱的原始数据中蕴含的积分特性或规律充分显露出来。计算方法如(1)

式所示。

$$g^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k g^{(0)}(i) \quad (1)$$

假设经过累加生成(1-AGO)后的序列为 $g^{(1)}$, 如(2)式所示:

$$g^{(1)} = (g^{(1)}(1), g^{(1)}(2), \dots, g^{(1)}(n)) \quad (2)$$

2) 依据灰色预测模型 GM(1, 1) 原理, 根据建立如下白化形式的微分方程(3)式:

$$\frac{dg^{(1)}}{dt} + ag^{(1)} = b \quad (3)$$

为了估计式(3)中 a 和 b 的合适值, 将模型参数记为

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}, \text{ 根据最小二乘法原理, 求得 } \hat{a} \text{ 为(4)式:}$$

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T y_N \quad (4)$$

其中

$$B = \begin{bmatrix} -0.5(g^{(1)}(1) + g^{(1)}(2)) & 1 \\ -0.5(g^{(1)}(2) + g^{(1)}(3)) & 1 \\ \dots & \dots \\ -0.5(g^{(1)}(n-1) + g^{(1)}(n)) & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$y_N = (g^{(0)}(2), g^{(0)}(3), \dots, g^{(0)}(n))^T \quad (6)$$

这样, 微分方程(3)的解可表示为(7)式:

$$\hat{g}^{(1)}(k+1) = (g^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad k = 1, 2, \dots, n-1 \quad (7)$$

根据(7)式, 计算出新的序列如下(8)式:

$$\hat{g}^{(1)} = (\hat{g}^{(1)}(1), \hat{g}^{(1)}(2), \dots, \hat{g}^{(1)}(n)) \quad (8)$$

3) 对序列 $\hat{g}^{(1)}$ 进行累减运算 (1-IAGO), 生成还原数列, 获得待修复点的灰度值。

累减生成是在获取增量信息时常用的生成, 是对

累加生成所起的还原作用。累减运算(1-IAGO)方法为(9)式所示:

$$\hat{g}^{(0)}(k+1) = \hat{g}^{(1)}(k+1) - \hat{g}^{(1)}(k) \quad k = 2, 3, \dots, n \quad (9)$$

具体计算时,只须利用(7)式,先预测出 $\hat{g}^{(1)}(n)$ 和 $\hat{g}^{(1)}(n+1)$,再根据(9)式生成 $\hat{g}^{(0)}(n+1)$,这个值就是预测的值,可以作为待修复点灰度值的近似值。实现效果如图1所示。



图 1

3 试验结果与分析

图1给出了算法的应用结果,从中可以看出得到的修复效果在视觉上是完整和合理的。通过试验, δ 的值一般取为3~4较好。

我们提出了一种简单、快速,效果较好的图像修复算法。我们算法的主要缺陷是对于较大区域的图像修复会产生块效应且没有精确地保持等照度线方向,主要是由于该算法是基于局部范围的近似。在以后的工作中,我们准备结合纹理方法对图像修复进一步研究,以便能有效地保持等照度线方向,且对大区域图像修复也有较好的效果。

参考文献

- 1 丁雯.一类非线性扩散问题及其在图像修复中的应用.上海:上海交通大学学报,2004,38(1):153-156.
- 2 梁雯,刘松林.图像中心加权中值滤波的改进与应用.中国图像图形学报,1997,(8):629-633.
- 3 邵肖伟,刘政凯,宋璧.一种基于TV模型的自适应图像修复方法.电路与系统学报,2004,9(2):113-117.
- 4 曲大健.数学形态学在指纹图像处理中的应用及指纹比对算法[硕士学位论文].北京:清华大学,1989.
- 5 龚声蓉,刘纯平,王强,等.数字图像处理与分析.北京:清华大

学出版社,2006.

- 6 周廷方,汤锋,王进,王章野,彭群生.基于径向基函数的图像修复技术.中国图象图形学报,2004,9(10):1190-1196.
- 7 W3C HTML working group XHTMLTM1.0,the extensible hypertext markup language (Second Edition). [2002-08-01]. <http://www.w3.org/TR/xhtml1/>
- 8 JTidy.[1999-03-6].<http://jtidy.sourceforge.net/>
- 9 A vant Go[2000-07-02]. <http://www.avantgo.com/>
- 10 OperaMini-Browser[2000-02-14].<http://www.opera.com/products/mo-bile/operamini/>
- 11 uc WEb-Browser [2001-09-21]. <http://www.ucfly.com/product-shtml/>
- 12 Chang E. An image coding and reconstruct scheme for mobilecomputing. Proc. of 5th IDMS. Springer-Verlag, LNCS 1483,1998. 5-10.
- 13 樊红丽,焦永和,程颖.基于插值的残缺图像的修复算法.兵工学报,2005,(1):86-89.
- 14 王学萌.灰色系统分析及实用计算程序.武汉:华中科技大学出版社,2001.
- 15 陶剑峰,陈伏虎,李方菊,等.基于灰色关联度的图像自适应加权均值滤波.声学及电子工程,2006,(2):15-17.
- 16 冯星奎.指纹图像的获取及其预处理后处理[硕士学位论文].西安:第二炮兵工程学院,1998.
- 17 冯星奎,肖兴明,尹洪君.方向加权中值滤波算法.中国图像图形学报,2000,(7):609-611.
- 18 洪俊田,陶剑峰.基于灰色关联的数字图像去噪研究.武汉理工大学学报(交通与工程版),2006,30(4):639-641.
- 19 胡隽,何辅云,贺静.灰色系统理论在图像处理中的应用.电视技术,2003,(7):19-22.
- 20 彭春,吴国平.一种基于GM的无损图像压缩.现代计算机,2001,(11):21-23.
- 21 曹奎,谭水木,冯玉才.基于灰色聚类的图像检索技术.计算机工程,2006,32(1):195-197.
- 22 曹奎,冯玉才.一种图像检索中的灰色相关反馈算法.计算机工程,2004,30(6):18-20.
- 23 何仁贵,黄登山,陈金兵.基于灰色预测模型的图像边缘检测.西北工业大学学报,2005,23(1):15-18.
- 24 彭春,吴国平.一种基于GM的无损图像压缩.现代计算机,2001,(11):21-23.