

# 三维锥束重建中滤波器的设计<sup>①</sup>

高洁<sup>1,2,3</sup>, 杨波<sup>1,2,3</sup>, 孔斌<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>(中国科学院合肥智能机械研究所 仿生感知与控制研究中心, 安徽 合肥 230027)

<sup>2</sup>(中国科学技术大学 自动化系, 安徽 合肥 230031)

<sup>3</sup>(安徽省仿生感知与先进机器人技术重点实验室, 安徽 合肥 230031)

**摘要:** 设计了几种用于 CT 三维锥束图像重建的滤波器, 并将其对图像质量的影响进行了分析。CT 是一种先进的成像技术, 现已被应用于多个领域。CT 图像重建算法多采用滤波反投影法, 滤波是此方法的核心部分。本文介绍了三维锥束近似重建的基本原理, 分析并设计了几种用于 CT 锥束图像重建的滤波器, 并且通过投影数据的图像重建结果分析了不同滤波函数对断层图像重建质量的影响。实验结果证明: 所设计的几种滤波器能较好的满足实际图像重建的要求。

**关键词:** CT; 图像重建; 滤波反投影; 滤波函数

## Design of Filter in 3D Cone Beam Reconstruction

GAO Jie<sup>1,2,3</sup>, YANG Bo<sup>1,2,3</sup>, KONG Bin<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>(Center for Biomimetic Sensing and Control Research, Institute of Intelligent Machines, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

<sup>2</sup>(Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

<sup>3</sup>(The Key Laboratory of Biomimetic Sensing and Advanced Robot Technology, Hefei 230031, China)

**Abstract:** This article analyses designs for several filters using in the approximate three-dimensional cone beam reconstruction principle, and analyses the effect of CT's image quality. CT is an advanced imaging technology, and have been used in many fields. The current CT image reconstruction algorithms mostly use filtered back projection method. Filtering is the core of this method. This article analyses and designs for several filters using in the approximate three-dimensional cone beam reconstruction principle. It analyses the different filter functions affecting the quality of CT image reconstruction according to the results of the projection data's image reconstruction. These filters can be better to meet the requirements of the actual image reconstruction.

**Keywords:** CT; image reconstruction; filter back projection; filter function

Computerized Tomography 简称为 CT, 即计算机断层成像技术, 是由对物体进行不同角度的扫描投影重建获得物体截面信息的成像技术<sup>[3]</sup>。从七十年代开始, 这项技术已经被广泛应用于机场、港口、车站、海关等重要出入口人员所携带行李物品的安全检查, 随着世界范围内的毒品走私和各种恐怖事件袭击的不断发生, 爆炸物和毒品检测已经称为机场等安检领域的重要检测项目。在各种检查手段中, 低剂量、低成本、非接触式可成像的 X 射线安全检查设备是一种利用 X 射线的穿透能力实现对人 and 货物进行快速不开箱检查的系统, 这已经称为国际上被广泛采用的安全措施。

## 1 引言

CT 技术的核心是投影数据重建图像的理论, 目前图像重建的方法主要分为两大类: 代数重建法和解析图像重建算法, 由于解析图像重建算法的计算量小, 重建速度快等优点, 在当前实用的 CT 系统中被广泛采用<sup>[1]</sup>。滤波反投影法是目前应用最广泛的一种解析图像重建方法, 主要分为滤波和反投影两部分<sup>[2]</sup>, 而滤波函数的选择是关键, 它们的好坏直接影响着重建图像的质量<sup>[3]</sup>, 本文就几种不同的滤波器对三维锥束近似重建图像质量的影响进行分析和比较, 并对其改进, 以提高图像重建的质量。

① 基金项目:国家自然科学基金(10635070)

收稿时间:2010-07-11;收到修改稿时间:2010-08-20

第二节对三维锥束近似重建算法的基本原理做了简单的介绍。第三节从传统的滤波函数出发，设计了几种滤波器，基于这些滤波函数的特性，利用灰度直方图对实际投影数据的三维重建图像质量进行了分析和比较。第四节给出了结论以及滤波器的适应范围。

## 2 三维锥束重建的基本原理<sup>[4]</sup>

FDK (Feld-Davis-Kress) 算法是 1984 年由 Feld、Davis、Kress 提出的，是一种基于圆轨道扫描的近似重建算法。算法的思想来源于二维的扇束扫描，把很扁的锥束或者锥束的中间一层看成扇束的特殊情况，即倾斜的重建平面，然后利用数学近似对偏离中心平面的锥束投影数据进行修正，从而对物体重建。FDK 由于其简易性，成为锥形束中广泛采用的图像重建算法。

FDK 算法实际上是二维扇束滤波反投影算法的三维扩展。它的基础是傅里叶切片定理，即在某个方向上投影数据的傅里叶变换等于该图像二维傅里叶变换在相同角度上的斜线<sup>[5]</sup>。如图 1 所示：

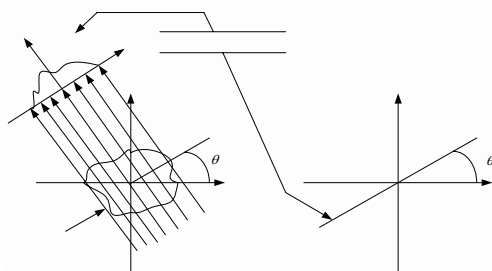


图 1 傅里叶切片定理

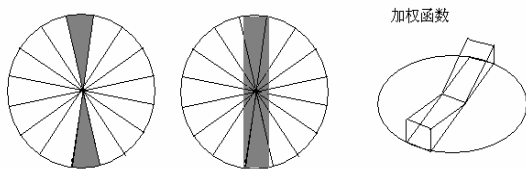


图 2 滤波反投影示意图

图 2 对滤波反投影法给出了一个直观的解释：基于傅里叶切片定理，物体的二维傅里叶变换是通过将许多一维傅里叶变换拼接起来而得到的。由于通过投影采样得到的一维傅里叶变换形状在频域空间是长条

状的，如果简单的将所有投影的傅里叶变换相加，必然会导致中心区域被加强，而外部区域被削弱，因此在拼接的过程中必须加权，这个加重的过程就是加权滤波，而整个重建过程就是滤波反投影。

FDK 算法先对不同方向的投影数据进行滤波预处理，然后通过反投影算法得到重建的断层图像。FDK 算法通常可分为投影加权、卷积滤波和加权反投影三个步骤<sup>[6]</sup>，其表达式为：

$$R'_\beta(p, \zeta) = \frac{D_{so}}{\sqrt{D_{so}^2 + \zeta^2 + p^2}} R_\beta(p, \zeta)$$

$$Q_\beta(p, \zeta) = R'_\beta(p, \zeta) * \frac{1}{2} h(p)$$

$$g(t, s, z) = \int_0^{2\pi} \frac{D_{so}^2}{(D_{so} - s)^2} Q_\beta \left( \frac{D_{so} t}{D_{so} - s}, \frac{D_{so} z}{D_{so} - s} \right) d\beta$$

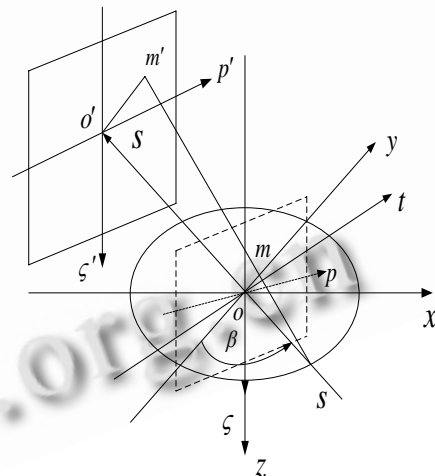


图 3 锥束 CT 的几何位置

其中  $R_\beta(p, \zeta)$  代表投影数据， $po_\zeta$  为虚拟探测器投影数据坐标系， $h(p)$  为滤波函数， $tos$  为射线源所在坐标系， $xyz$  为物体空间坐标系， $D_{so}$  为源点半径轨道， $(p, \zeta)$  表示虚拟探测器坐标， $g(t, s, z)$  为重建图像的灰度值， $(t, s, z)$  为旋转坐标系的坐标。

## 3 滤波器的设计以及对重建图像质量的影响

我们在选取滤波器进行滤波的时候，一般希望滤波函数满足两点要求：(1)窗谱主瓣尽可能地窄，以获得较陡的过渡带；(2)尽量减少窗谱的最大旁瓣的相对

幅度，也就是能量集中于主瓣，这样使肩峰和波纹减少，就可增大阻带的衰减。但是这两项要求很难得到同时满足，往往是增加主瓣宽度以换取对旁瓣的抑制。

窗谱主瓣的定义有许多种，本文定义为：距原点 ( $\omega=0$ ) 最近的两个零点之间的图形为主瓣， $\omega=0$  处对应的函数值称为瓣高，两个离原点最近的两个零点之间的距离称为主瓣宽。而两侧形成许多衰减振荡的就是旁瓣。当我们用计算机进行信号处理时，不可能对频带无限长的信号进行测量和运算，这就需要运用不同的截取函数对信号进行截断，截断函数称为窗函数。而本文中的滤波器窗函数就是在投影带宽满足奈奎斯特采样准则的情况下对滤波器加上一个窗函数得到的。

在图像重建中，我们对重建出的图像质量从空间分辨率和密度分辨率两个指标上来进行分析。空间分辨率是指在 CT 图像中能够辨别最小物体的能力；密度分辨率是指利用图像灰度分辨被检测物质的基础方法。在投影数据一定的情况下，二者是相互矛盾的指标，通常这两点难以同时达到最佳，只能是二者的一个折衷。下面我们就针对几种滤波函数的特性对图像质量的影响进行研究。

### 3.1 传统的滤波函数<sup>[2]</sup>

#### 3.1.1 海明 (Hamming) 滤波器窗函数

海明窗是余弦窗的一种，又称为改进的升余弦窗其加权的系数能使旁瓣达到更小，其旁瓣衰减速度更慢，是一种很有用的窗函数。其滤波函数的表达式为：

$$H(\omega) = \frac{\omega}{\pi} \times (0.54 + 0.46 \cos(\omega))$$

其中  $\omega$  为滤波器的频率， $H(\omega)$  为滤波器的函数值。

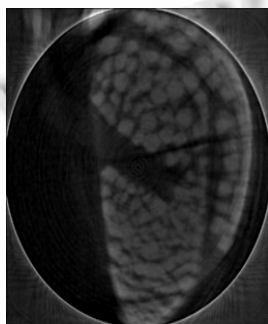


图 4 Hamming 窗滤波结果

当图像中伴有噪声存在时，为了有效地抑制噪声对图像重建质量的影响，利用 Hamming 窗滤波函数，

压低高频信号，并且抑制对高频信号的放大，使得重建图像的信噪比提高，有效地提高了图像重建的质量。

#### 3.1.2 Sheep\_Logan (S\_L) 滤波器窗函数

Sheep\_Logan 窗滤波函数是 Sheep 和 Logan 在 1974 年提出的，其关键是频域的缓慢截止，其数学表达式为：

$$H(\omega) = \frac{\omega}{\pi} \times \frac{\sin(\omega/2)}{\omega/2}$$

其中  $\omega$  为滤波器的频率， $H(\omega)$  为滤波器的函数值。S-L 滤波器比较光滑，对投影中的中高频成分具有抑制作用，从而重建图像的振荡响应减少，对含噪声的投影数据，重建质量较好。但是在低频段的重建图像质量不高，这就需要我们对其进行一些改进。在实际的应用当中，往往将 S\_L 窗滤波函数与其他的滤波函数结合使用。

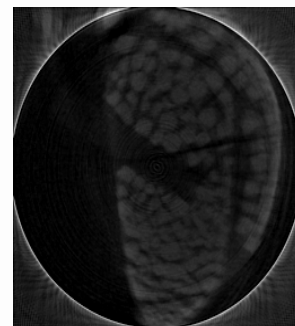


图 5 S\_L 窗滤波结果

#### 3.1.3 布拉克曼 (Blackman) 滤波器窗函数

布拉克曼 (blackman) 窗滤波函数又称为二阶升余弦窗，它比 Hamming 窗滤波函数多了余弦的二次谐波分量，能够进一步的抑制旁瓣，其数学表达式为：

$$H(\omega) = \left(\frac{\omega}{\pi}\right) \times (0.42 + 0.5 \cos(\omega) + 0.8 \cos(2\omega))$$

其中  $\omega$  为滤波器的频率， $H(\omega)$  为滤波器的函数值。

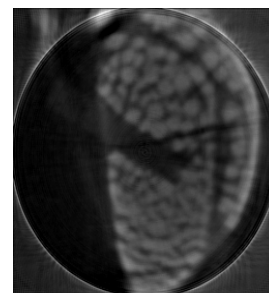


图 6 blackman 滤波结果

布莱克曼窗滤波函数的主瓣比 Hamming 窗滤波函数要高而且窄, 从重建结果可以看到图像的空间分辨率和密度分辨率都有很大的提高。

### 3.2 改进的滤波窗函数

#### 3.2.1 加权的 S\_L 窗滤波函数

加权的 S\_L 窗滤波函数的表达式为:

$$H(\omega) = \frac{\omega}{\pi} \times \frac{\sin(\omega/2)}{\omega/2} \times (0.4 + 0.6\cos(\omega))$$

其中  $\omega$  为滤波器的频率,  $H(\omega)$  为滤波器的函数值。

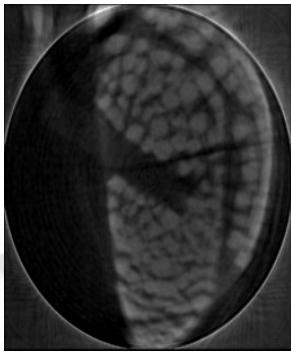


图 7 加权的 S\_L 滤波结果

#### 3.2.2 S\_L 与 Hamming 混合窗滤波函数

S\_L 与 Hamming 混合窗滤波函数的表达式为:

$$H(\omega) = \frac{\omega}{\pi} \times \frac{\sin(\omega/2)}{\omega/2} \times (0.54 + 0.46\cos(\omega))$$

其中  $\omega$  为滤波器的频率,  $H(\omega)$  为滤波器的函数值。

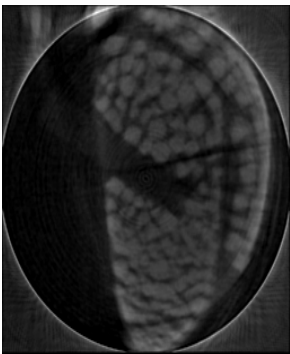


图 8 S\_L 与海明混合窗滤波结果

#### 3.2.3 S\_L 与 blackman 混合窗滤波函数

S\_L 与 blackman 混合窗滤波函数的表达式为:

$$H(\omega) = \frac{\omega}{\pi} \times \frac{\sin(\omega/2)}{\omega/2} \times (0.42 + 0.5\cos(\omega) + 0.8\cos(2\omega))$$

其中  $\omega$  为滤波器的频率,  $H(\omega)$  为滤波器的函数值。

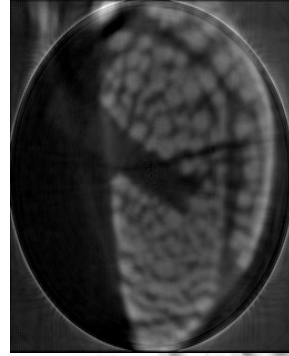


图 9 S\_L 与 blackman 混合窗滤波结果

经过 S\_L 与 blackman 混合窗滤波后的图像质量是提高了, 但是清晰度和对比度不高, 因此仍需继续改进。改进后的滤波函数 S\_L1+blackman 定义为:

$$H(\omega) = \frac{\omega}{\pi} \times \frac{\sin(\omega)}{\omega} \times (0.42 + 0.5\cos(\omega) + 0.8\cos(2\omega))$$

其中  $\omega$  为滤波器的频率,  $H(\omega)$  为滤波器的函数值。

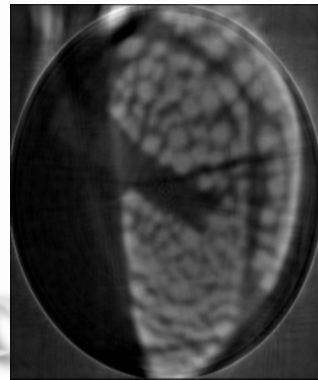


图 10 S\_L1 与 blackman 混合窗滤波结果

### 3.3 三维锥束重建后的图像质量对比

一幅图像成像质量的好坏可以从其灰度直方图的形状上得到反映。一幅高质量的具有丰富的灰度层次的图像应能充分利用成像系统的动态范围。在不产生饱和的前提下, 应尽可能使图像灰度在较宽的范围内分布。另外, 对在整个灰度范围内均有分布的图像类而言, 具有均匀分布特性的图像集一般具有较好的清晰度和对比度。因此, 通过对图像的灰度直方图的形状进行分析, 可以得到重建图像的质量情况, 从而决定采取何种手段使图像质量得到改善。

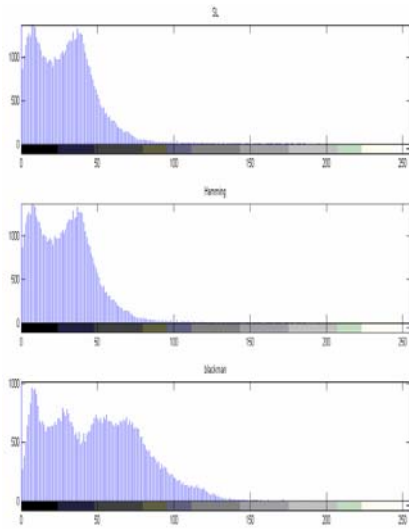


图 11 传统滤波窗函数滤波重建结果对比图

从图 11 中可以看出，经 blackman 窗滤波函数滤波后重建的图像，其图像灰度能够在较宽的范围内分布，相比之下质量最好，这与我们通过滤波函数的特性分析出的结论是一致的。但是重建图像中仍然存在着伪影现象，这就需要我们进一步寻求新的滤波函数，以对图像质量进行改进。

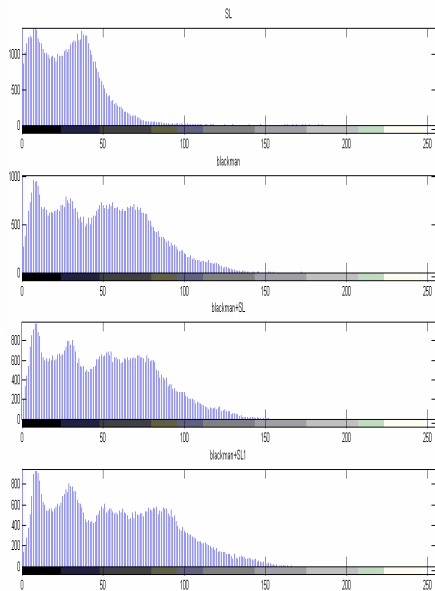


图 12 S\_L、black 以及二者混合窗滤波重建结果对比图

从图 12 中可以看出，相比之下，经过改进的 S\_L 与 black 混合窗滤波后重建的图像质量最高，这与我们通过滤波函数的特性得到的结论是一致的，而且对比度和清晰度比其他的也要好一些。

#### 4 结论

本文结合理论公式以及实际图像重建实验，综合分析对比了几种滤波器的特性，可知滤波器对图像噪声有着很好的抑制，同时对图像的分辨率也有很大的改善。滤波函数对重建图像质量的影响因素为：主瓣，临近旁瓣以及远处旁瓣。如果滤波函数的主瓣高而窄，则重建图像的空间分辨率较好；如果旁瓣衰减迅速，数值精度越高，从而可提高密度分辨率。在设计滤波器时，不但可以修改窗函数，还可以通过修改窗函数的截止频率来实现期望的噪声和空间分辨率，重建滤波器的设计具有很大的灵活性。本文提出的滤波器是针对三维 CT 锥束重建的，相信它在二维 CT 重建中也会拥有得到比较好的重建结果。在实际的应用中，我们还要根据数据采集的方法以及重建时所选择的标准来选择不同类型的滤波器，这就要具体问题具体分析了。

#### 参考文献

- 1 张晓帆,何明一.基于 FDK 法的三维 CT 快速计算方法.计算机工程与应用, 2004,(21):208-209.
- 2 张剑,陈志强.三维锥形束 CT 成像 FDK 重建算法发展综述.中国体视学与图像分析, 2005,10(2):116-121.
- 3 王本,王革.锥束 CT 重建算法.CT 理论与应用研究, 2001,10(2):1-8.
- 4 HSIEH.J.计算机断层成像技术-原理、设计、伪像和进展.北京:科学出版社, 2006:27-71.
- 5 吴胜利,潘瑞谊,文斌.锥束 CT 图像重建算法的快速实现.计算机系统应用, 2007,16(4):31-37.
- 6 Turbell H. Cone-beam reconstruction using filtered back projection. Sweden: Linkoping Studies in Science and Technology, Thesis No 672, 2001.