

# 基于投影边缘的超二次曲面三维建模<sup>①</sup>

## Reconstruction of Superquadric 3D Models Based on Superquadric Projection Rim

汪 君 黄 芳 徐发牛 (中南大学 信息科学与工程学院 长沙 410083)

**摘 要:** 针对在多物体场景中物体之间存在遮挡、重叠等情况下,用基于投影边缘的超二次曲面建模方法进行三维建模。详细阐述了投影边缘算法的思想、超二次曲面边缘的三维表示特性,以及基于投影边缘算法的基本原理和实现过程。通过模拟物体相互遮挡时采样数据部分缺失的情况,完成了对物体整体建模的实验。

**关键词:** 三维重构 超二次曲面边缘 参数拟合 投影边缘

### 1 引言

工作场景的部件化建模是计算机视觉、机器人视觉导航以及虚拟现实等研究领域的重要研究问题<sup>[1]</sup>。由于超二次曲面参数模型的稳定性和高度压缩性,用超二次曲面对工作场景进行部件化建模与分割是一种高效实用的方案,至今为止已经取得了许多研究成果<sup>[2,3]</sup>。由于在复杂工作场景中的物体不可避免地存在相互遮挡与重叠现象,在这种情况下,需要对物体被遮挡的部分进行建模与恢复,因此,我们将投影边缘拟合技术<sup>[4]</sup>运用于超二次曲面建模中,以此来实现对遮挡物体的建模。

物体建模过程是通过传感器把采集到的实际物体的外貌特征信息重构成可以理解与识别的三维模型,通常用参数模型来表示。而传感器采集到的实物信息并不能体现被遮挡部分的特征,因此利用这些信息拟合出来的参数模型自然不够完善。物体的边缘是一个三维曲线<sup>[4]</sup>,从某个观察点看过去,它刚好将物体的可见部分和不可见部分分离开来。边缘有个很重要的特性,就是它的部分有效区域亦能反映整个边缘的性质,也就是说尽管遮住物体的一部分,只能是物体的一小部分,通过拟合物体的边缘后也可以将遮住部分的特征表达出来。为了拟合超二次曲面的边缘,首先

需要确定用来拟合边缘的一些三维数据点。我们把边缘和三维数据点都投影到一个平面内,该平面与观察点向量垂直,然后在平面内找出与投影边缘相近的数据点来拟合边缘。边缘拟合的过程其实也是个求最优解的过程,而且属于目标函数非线性程度很高的大残量问题,因此我们引进了粒子群优化算法对其进行求解<sup>[2]</sup>。

### 2 投影边缘三维建模的算法思想

投影边缘三维建模算法的思路是首先用超二次曲面对物体表面的三维数据点进行拟合,形成一个粗略的物体模型,然后再用超二次曲面边缘拟合对模型进行优化,其中优化拟合算法采用 PSO (Particle Swarm Optimization) 算法<sup>[2]</sup>。整个算法简略流程图如图 1 所示。

图中离散点集 $\{Si\}$ 是用来拟合的三维物体的初始点,通常取自物体的可见部分。先用 PSO 算法对超二次曲面进行初步拟合,如果误差满足给定的要求,那么将退出程序输出拟合后的参数,否则将进一步用 PSO 算法对超二次曲面边缘拟合。超二次曲面边缘拟合是一个多次重复的过程,当误差值不符合要求且重复次数不超过给定次数时将重复该操作,最后输出最优化的超二次曲面的参数。

① 基金项目:湖南省自然科学基金(05JJ40130);湖南省科技计划(2007FJ3069)

收稿时间:2008-12-19

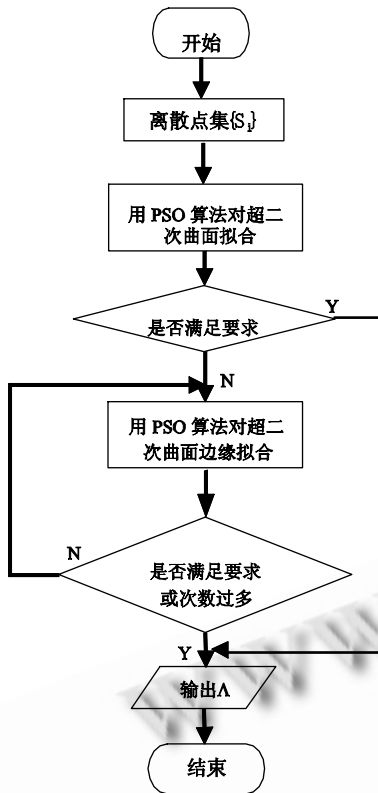


图 1 投影边缘拟合算法流程图

### 3 超二次曲面的三维建模

超二次曲面具有强大的表达能力，它能用少量的参数表示各类物体，而且其描述很稳定，因此在计算机图形学、计算机视觉等领域中，得到广泛的应用。而且，在数据点充分的时候其三维建模的方法也已经很成熟了。为了实际的需要，我们的应用将超二次曲面的定义限定在超椭圆范围内<sup>[2]</sup>。当超二次曲面(超椭圆)的中心在坐标原点时，它的参数形式可以如下表示：

$$SQ_{\Lambda}(\eta, \omega) = \begin{pmatrix} a_1 \cos^{\xi_1}(\eta) \cos^{\xi_2}(\omega) \\ a_2 \cos^{\xi_1}(\eta) \sin^{\xi_2}(\omega) \\ a_3 \sin^{\xi_1}(\eta) \end{pmatrix} \begin{matrix} -\frac{\pi}{2} \leq \eta \leq \frac{\pi}{2} \\ -\pi \leq \omega \leq \pi \end{matrix} \quad (1)$$

式(1)中  $\Lambda = (a_1, a_2, a_3, \xi_1, \xi_2)$  为超二次曲面的参数向量，参数  $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$  分别为超椭圆在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  坐标轴的缩放比例， $\xi_1$ 、 $\xi_2$  为变形参数。随着  $\xi_1$ 、 $\xi_2$  大小的变化超椭圆将能表示出方体、球体、柱体等各种各样的图形。为描述更多环境，超二次曲面还可以通过旋转、平移等变换来增加其多样性<sup>[7]</sup>。若  $X$  为原坐标向量， $X'$  为变换后的坐标向量。那么：

$$X' = R(\phi, \theta, \varphi) \cdot X + P \quad (2)$$

式(2)中  $R(\phi, \theta, \varphi)$  为旋转矩阵， $P = (p_x, p_y, p_z)'$  为平移向量。

超二次曲面的拟合就是对一组离散的三维数据点集，用超二次曲面模型来恢复这一组点所包围的物体形状，也就是要找出一组合适的超二次曲面参数使得模型能准确地表示物体形状。我们规定  $SQ_{\Lambda}$  为超二次曲面， $\Lambda = (a_1, a_2, a_3, \xi_1, \xi_2, \phi, \theta, \varphi, p_x, p_y, p_z)$  为超二次曲面的参数， $S = \{X_i\}$  表示三维数据点集，通常都是物体的可见部分， $d(X, SQ_{\Lambda})$  为  $X$  点到  $SQ_{\Lambda}$  的距离。那么，我们可以把它转化成非线性最小二乘优化问题来求解，目标函数表达如下：

$$\min_{\Lambda} \sum_{X_i \in S} d^2(X_i, SQ_{\Lambda}) \quad (3)$$

式(3)中  $d(X, SQ_{\Lambda})$  采用几何距离来计算<sup>[2]</sup>：

$$d(X, SQ_{\Lambda}) = \left| \sqrt{a_1 a_2 a_3} (F^{\xi_1}(X) - 1) \right| \quad (4)$$

式(4)中的为式(1)的隐式形式。

## 4 基于超二次曲面投影边缘的拟合

### 4.1 边缘的定义

某个物体的边缘是不定的，它随着观察点的改变而呈现出来的形状是不一样的。曲面的边缘是一条三维曲线，由表面上的某些特殊点组成，从某个观察点看过去，它将曲面分离成可见部分和不可见部分。如图 2 中分别为圆柱体和椭球的边缘形状，图中  $V$  为观察点方向。其中(a)(b)分别为圆柱体从斜左上方向和正左侧方向观察时的边缘，(c)为椭球的边缘。

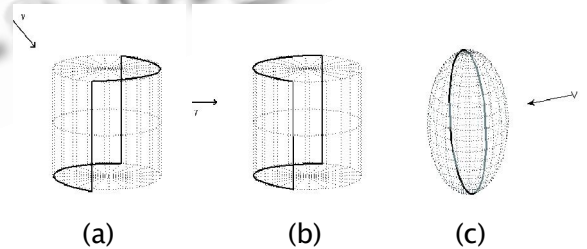


图 2 圆柱体以及椭球的边缘

### 4.2 超二次曲面边缘的参数表示形式

超二次曲面边缘函数的参数和超二次曲面的参数相同，都是  $\Lambda$ ，边缘上的点都在曲面上，而表面上的点当满足下面条件时也属于边缘上的点。

若  $SQ_{\Lambda}$  为超二次曲面， $V(v_x, v_y, v_z) \in R^3$  为观察点向量，那么当且仅当  $SQ_{\Lambda}$  上的一点  $X$  的法向量与  $V$  正交时那么该点也是超二次曲面边缘上的一点，即<sup>[4]</sup>：

$$\hat{n}_{SQ_\Lambda}(X_i) \bullet V = 0 \quad (5)$$

式(5)中表示点在上的法向量, 将式(5)展开得到式(6)。

$$\frac{v_x}{a_1} \cos^{2-\xi_1}(\eta) \cos^{2-\xi_2}(\omega) + \frac{v_y}{a_2} \cos^{2-\xi_1}(\eta) \sin^{2-\xi_2}(\omega) + \frac{v_z}{a_3} \sin^{2-\xi_1}(\eta) = 0 \quad (6)$$

我们用符号  $R_\Lambda(\omega)$  来表示超二次曲面的边缘, 则[4,5]:

$$R_\Lambda(\omega) = SQ_\Lambda(\eta(\omega), \omega) \quad (7)$$

式(7)中:

$$\eta(\omega) = \arctan \left\{ -\frac{a_3}{v_z} \left( \frac{v_x}{a_1} \cos^{2-\xi_2}(\omega) + \frac{v_y}{a_2} \sin^{2-\xi_2}(\omega) \right)^{\frac{1}{2-\xi_1}} \right\}$$

### 4.3 超二次曲面边缘拟合原理

由式(6)可以了解到超二次曲面的边缘和超二次曲面拥有共同的参数  $\Lambda$ , 因此, 对超二次曲面边缘进行拟合的同时也能得到超二次曲面的模型。与超二次曲面的拟合相比, 超二次曲面边缘的拟合主要有两个关键问题:

1) 超二次曲面边缘拟合的对象是离散点中的边界点, 即与边缘最靠近的一些点。把这些边界点相连后所形成的图形称为边界图, 可以看出边界图和边缘是很相近的, 因此, 我们只需考虑这些边界点来对边缘拟合, 而不需要用到所有的点。

2) 超二次曲面边缘拟合的过程是在二维平面内进行的。目标函数是边缘到边界图上最短距离之和, 为了提高计算的效率, 我们先将边缘和边界图都投影到一个平面上, 该平面与观察点向量垂直, 再计算它们之间投影后的距离。由于边缘和边界图很接近, 因此这样做不会太影响实验结果, 但降低了维数从而提高了计算的效率。

从上面能看出, 决定超二次曲面边缘拟合效果最关键的因素取决于边界图与边缘的接近程度。通过传感器获得的离散点都位于边缘的内部, 我们要找出那些最能体现边缘的点, 这些点不宜多也不能太少: 太多了将起不到提高效率的效果, 同时也会增加一些干扰点, 影响实验结果; 太少了则与边缘的形状相差太远, 不能很好的体现边缘的性质, 从而达不到预期的效果。采取等距取样的方法对超二次曲面边缘进行取样[6], 来确定边界点。

对于超二次曲面边缘  $R_\Lambda(\omega)$  的变量  $\omega$ , 把它在其取值范围内进行  $M$  等分,  $\omega_i = \frac{2i\pi}{M}, i = 0, \dots, M-1$ , 以得到

边缘上的  $M$  个取样点  $\{Y_i\}$ , 分别求出到这  $M$  个点距离最近的离散点, 那么我们就得到了三维数据点集  $S$  的边界点。于是, 超二次曲面边缘拟合的问题可以描述为[4]:

$$\min_{\Lambda} f(\Lambda) = \sum_{Y_i \in R_{\Lambda,V}^P} d_e^2(Y_i, S_V^P) \quad (8)$$

式(8)中,  $V$  为观察点坐标向量;  $R_{\Lambda,V}^P$  是超二次曲面边缘  $R_\Lambda$  在与  $V$  垂直的平面内的映射;  $S_V^P$  是三维数据点集  $S$  在与  $V$  垂直的平面内的映射;  $C_{S_V^P}(Y)$  是  $S_V^P$  中到点  $Y$  距离最近的点集;  $d_e(Y, S_V^P)$  就表示点  $Y$  到  $S_V^P$  的距离, 其值为  $\|Y - C_{S_V^P}(Y)\|$ 。

在实验中, 我们通过调整  $M$  的大小来控制采样数据点的多少, 通过反复实验将  $M$  控制在范围[100, 200]内时得到的结果比较理想。

## 5 用PSO实现超二次曲面边缘的拟合

PSO 算法的基本思想就是在  $D$  维搜索空间中, 一群粒子按照一定规律在该空间内搜索, 直到找出最相符的目标。它模拟了一群鸟的寻找食物的过程。我们用  $X_i$  表示空间中的第  $i$  个粒子,  $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$ , 每一个粒子根据如下的迭代式来调整自己下一步的速率, 直到找到最优解。

$$v_{id}^{t+1} = w * v_{id}^t + \psi_1 * (p_{id} - x_{id}^t) + \psi_2 * (p_{gd} - x_{id}^t) \quad (9)$$

$$x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^{t+1} \quad (10)$$

式(9)和式(10)中  $P_i$  为个体最优位置, 即每个粒子迄今为止所经历的最佳位置,  $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$ ;  $P_{gd}$  为全局最优位置, 即在整个群体中迄今为止具有最佳适应度粒子的位置;  $V_i$  表示每一个粒子的飞行速率,  $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})$ 。t 为迭代次数, 在每个粒子根据三部分因素来更新自己的速率, 以决定下一部飞行的位置。这三部分因素分别为粒子当前的速率及其惯性权重  $w$ 、粒子的当前位置  $x_{id}^t$  距个体最优位置的距离以及个体导向因子  $\psi_1$ 、粒子的当前位置距全局最优位置的距离以及全局导向因子  $\psi_2$ 。在实验过程中, 各参数的设置参照文献[2]。

## 6 实验与分析

本文以椭球、钻石形、以及圆柱体三种形状的曲面进行实验, 并对边缘拟合的方法所得的结果进行分

析。如图 3 所示, **a** 所指的是三种形状的初始离散数据点, **b** 为在标准参数下三种形状模型, **c** 是用超二次曲面拟合的参数得到的模型, **d** 所指的是用超二次曲面边缘拟合得到的模型。**a** 所示的这些初始离散数据点取自当观察点向量为  $V$  时的物体的可见部分, 由边缘的定义及式(5)可知, 该部分的点应满足以下条件:

$$\hat{n}_{SQ_A}(C_{SQ_A}(X_i)) \cdot V \geq 0, \forall X_i \in S \quad (11)$$

式(11)中  $C_{SQ_A}(X_i)$  为在超二次曲面  $SQ_A$  上到  $X_i$  距离最

短的点。

根据图 1 所示的流程图, 我们先用超二次曲面对这些离散数据点进行初步拟合, 即式(3)所描述的目标问题。用 PSO 算法分别求解后, 得到椭球、钻石形、以及圆柱体的参数如  $c(1)$ 、 $c(2)$ 、 $c(3)$  所示, 通过与标准图形相比, 我们可以看出形状发生了比较大的改变, 尤其像钻石形和圆柱体这类有大的转角的物体, 模型参数误差很大。

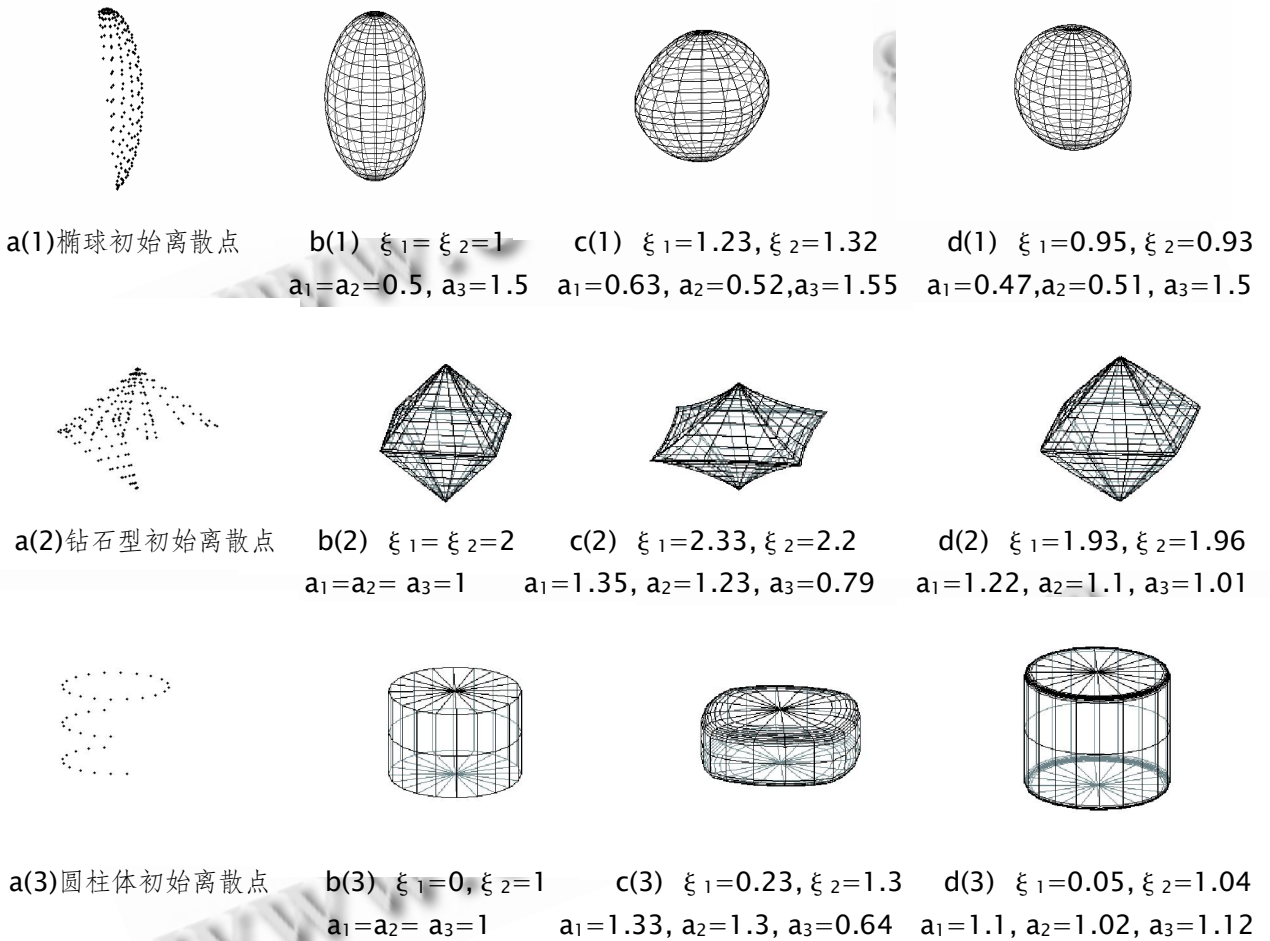


图 3 实验结果

通过用超二次曲面边缘进行进一步的拟合, 也即式(9)所描述的目标问题。同样用 PSO 算法求解后, 得到椭球、钻石形、以及圆柱体的参数如  $d(1)$ 、 $d(2)$ 、 $d(3)$  所示, 从图中我们看到它们的模型基本上与标准模型相吻合, 尽管某些缩放参数有一点误差, 但是较之用超二次曲面拟合的参数, 建模精确度已经有了很大的改善。

在物体相互遮挡、重叠时部分数据缺失的情况

下, 用边缘拟合的方法所得到的结果明显要好于用超二次曲面拟合的方法所得到的结果, 而且边缘拟合的方法的稳定性更高。这说明, 当离散数据点受限在可见范围内后, 边缘拟合受其影响要小, 这点从理论上也可以得到解释。对超二次曲面拟合时, 优于不可见部分对曲面的影响, 因此其结果会产生较大的误差; 而对边缘拟合的时候, 可见部分的数据点能够包含到边缘, 或者很接近曲面的边缘, 边

缘的形状没有随不可见部分点的缺失而发生较大的改变, 因此拟合出来的结果误差小。

## 7 结论

在超二次曲面模型的参数拟合的过程中, 当用来拟合的数据点并不能体现整个曲面的时候, 一般的超二次曲面拟合的方法不能很好的还原物体模型。因此本文利用一种对超二次曲面边缘拟合的方法来建模。对比实验和分析, 当实验数据点部分缺失的时候, 用超二次曲面边缘拟合的方法能够解决物体存在遮挡和重叠时的建模问题。在将来的工作中, 我们将用超二次曲面边缘拟合的方法对多物体场景进行分割与建模的研究。

### 参考文献

1 You S, Neumann U. Automatic Object Modeling for 3D Virtual Environment. Workshop on Non-linear Model Based Image Analysis, 1-3 July 1998, Glasgow Scotland.

- 2 黄芳, 樊晓平, 罗熊. 用粒子群优化算法重构超二次曲面三维模型. 小型微型计算机系统, 2006, 27(5): 878-883.
  - 3 黄芳, 樊晓平, 杨胜跃, Zhihua Qu. 基于 $(\mu + \lambda)$ 演化策略的超二次曲面三维建模与分割. 计算机辅助设计与图形学学报, 2007, 19(8): 1002-1008.
  - 4 Cea C. Superquadric Recovery in Range Images via Region. Growing Influenced by Boundary Information, [Master's Thesis]. Computer Science Dept., Inst. for Pattern Recognition and Image. Processing, Univ. of Freiburg, 2004.
  - 5 Katsoulas D, Bastidas CC, Kosmopoulos D. Superquadric Segmentation in Range Images via Fusion of Region and Boundary Information. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2008, 30(5): 781-795.
  - 6 Pilu M, Fisher R. Equal-Distance Sampling of Superellipse. Models, Proc. 1995 British Conf.
- © 中国科学院软件研究所 <http://www.c-s-a.org.cn>