

基于改进人工势场法的多无人机协同路径规划^①



黎少东¹, 李 杰¹, 李 辉^{1,2}

¹(四川大学 计算机学院, 成都 610065)

²(四川大学 视觉合成图形图像技术国家级重点实验室, 成都 610065)

通信作者: 李 辉, E-mail: lihuib@scu.edu.cn

摘 要: 传统人工势场法在多无人机协同路径规划中存在群体失稳与目标不可达等局限. 为此, 本文提出一种融合编队势场双向耦合与动态全向扰动势场设计的协同避障方法. 为解决群体运动失稳问题, 通过动态参考点生成与机间状态感知的耦合策略, 构建编队级引力-斥力协同机制, 降低航迹冲突概率, 为解决目标不可达, 局部震荡等问题, 设计动态全向扰动势场、共线实时检测器、动态参考轴生成器和自适应扰动调节器, 从而逃脱局部平衡点并保持轨迹平滑. 蒙特卡洛实验结果表明, 本方法在密集混合动态障碍场景下的航迹规划成功率达到了 91%, 与对比算法相比拥有更高的可靠度.

关键词: 路径规划; 人工势场法; 编队势场; 目标不可达

引用格式: 黎少东, 李杰, 李辉. 基于改进人工势场法的多无人机协同路径规划. 计算机系统应用, 2025, 34(9): 200–212. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/9954.html>

Multi-UAV Cooperative Path Planning Based on Improved Artificial Potential Field Method

LI Shao-Dong¹, LI Jie¹, LI Hui^{1,2}

¹(College of Computer Science, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

²(National Key Laboratory of Fundamental Science on Synthetic Vision, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract: Traditional artificial potential field methods face limitations in multi-UAV cooperative path planning, such as swarm instability and local minima. To address these issues, this study proposes a cooperative obstacle avoidance method that integrates bidirectional coupling of formation potential fields with dynamic omnidirectional disturbance potential field design. To mitigate swarm motion instability, this study establishes a formation-level attractive-repulsive cooperative mechanism through a coupling strategy of dynamic reference point generation and inter-UAV state perception, effectively reducing the probability of trajectory conflicts. To resolve issues such as unreachable targets and local oscillations, it designs a dynamic omnidirectional disturbance potential field, incorporating a collinear real-time detector, dynamic reference axis generator, and adaptive disturbance regulator, enabling escape from local equilibrium points while maintaining smooth trajectories. Monte Carlo experimental results demonstrate that the proposed method achieves a target arrival rate of 91% in scenarios with dense, mixed dynamic obstacles, exhibiting higher reliability compared to benchmark algorithms.

Key words: path planning; artificial potential field (APF) method; formation potential field; target inaccessibility

无人机系统研究的快速发展使其成为多领域变革性工具, 在军事行动^[1]、物流配送^[2]、搜救任务^[3]等多

个领域表现尤为突出. 无人机路径规划是当前无人机系统研究的热点, 其核心在于如何在复杂且动态变化

① 基金项目: 国家自然科学基金重点项目 (U20A20161)

收稿时间: 2025-02-13; 修改时间: 2025-03-05; 采用时间: 2025-03-28; csa 在线出版时间: 2025-07-25

CNKI 网络首发时间: 2025-07-28

的环境中时规划出安全、高效且无碰撞的路径^[4]。近年来,基于采样的算法被广泛用于无人机路径规划问题,包括RRT法,PRM法和人工势场法(APF)^[5-7]。

APF由于其计算效率高,实时反馈且轨迹平滑的特点,适用于实时反馈的无人机路径规划场景中^[8]。但是在实际应用中,传统人工势场法(traditional APF, TAPF)存在易陷入局部极小值,目标点附近有障碍时不可达,障碍物密集时容易发生局部震荡等缺陷。

当前研究通过优化势场、结合全局路径规划算法分层处理和引入启发式算法或强化学习等方式对TAPF进行改进。秦克斌等人^[9]通过引入自膨胀系数动态调整势场强度,使无人机具备自主脱离局部极小值的能力。Sang等人^[10]将路径规划问题分层解决,先通过A*算法生成的参考路径,再结合人工势场法以保证轨迹的全局最优性。Wang等人^[11]结合自适应遗传算法,提出一种模糊人工势场构建方法,实现轨迹平滑性与路径稀疏性的协同优化,有效规避传统势场法中局部极值问题。Xing等人^[12]将深度强化学习引入,利用距离数据对奖励函数进行优化,构造牵引力,解决了TAPF易陷入局部极小值的问题。

除此之外,基于智能优化算法也是无人机航迹规划的热门算法。李杰等人^[13]使用基于球面矢量编码和高斯突变策略的哈里斯鹰算法(HHO)实现了复杂障碍环境下的无人机路径规划,能够在避障的同时保证航迹平滑。李汶键等人^[14]使用了基于差分进化多重策略混合灰狼优化算法(DCGWO)实现了高效地无人机路径规划,并通过实验表明DCGWO在多无人机航迹规划问题中可以避免机间碰撞。

无人机路径规划技术的研究范式正从单机场景向多机协同场景演进^[15]。多机协同场景下,湛海云等人^[16]通过改进人工势场法实现了多机航迹规划,但对于机间协同仅考虑无人机之间会产生斥力,未考虑编队引力;曲士联等人^[17]引入在势场中引入编队力实现群机器人队形稳定情况下的避障,实现了固定队形的多无人机导航;陈骏岭等人^[18]进一步提出了AOAMPF算法,通过环境复杂度自适应切换编队策略的方式,节省了复杂环境下的避障时间。然而上述研究未提供理论稳定性证明,依赖实验验证,且场景局限在二维空间。

针对多机协同场景下势场耦合引发的航迹冲突与编队失稳问题,本文提出一种动态编队势场耦合的多机协同规划方法,其核心创新体现在两方面。

(1) 编队势场双向耦合机制:构建编队级引力与机间斥力协同作用模型,通过动态参考点生成与状态感知斥力场实现编队构型的在线自适应调整,有效降低航迹冲突概率。

(2) 动态全向扰动势场设计:为解决人工势场法易陷入局部最小和目标不可达的缺陷,提出动态全向扰动势场设计,包含共线实时检测器,动态参考轴生成器和自适应扰动调节器的实现。

上述方法为复杂环境中多无人机协同导航提供了可验证的理论框架与工程化的解决方案。

1 传统人工势场法

人工势场法通过构建虚拟势场实现路径规划,其中目标点产生吸引力,障碍物产生排斥力,引导移动体避障并朝向目标运动。该方法通过实时计算合力方向调整路径,解决避障和局部路径优化问题。

1.1 算法原理

人工势场法通过构造虚拟势场实现无人机的运动控制,其核心思想是将目标点视为引力源,障碍物视为斥力源,无人机在合力驱动下沿势场梯度方向运动。总势场函数按照式(1)计算:

$$U_{\text{total}} = U_{\text{att}}(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{\text{goal}}) + \sum U_{\text{rep}}(\mathbf{q}, \mathbf{q}_{\text{obst}}) \quad (1)$$

其中, \mathbf{q} 为无人机当前位置, \mathbf{q}_{goal} 为目标位置, \mathbf{q}_{obst} 为障碍物位置。 U_{att} 为引力势能,由目标点产生; U_{rep} 为斥力势能,由障碍物产生。

合力按照式(2)计算:

$$\mathbf{F}_{\text{total}} = -\nabla U_{\text{total}} = \mathbf{F}_{\text{att}} + \sum \mathbf{F}_{\text{rep}} \quad (2)$$

引力场的势能函数设计为无人机与目标点之间距离的单调递增函数,其梯度产生的引力方向始终指向目标点,大小与距离成正比,数学形式如式(3)所示:

$$\mathbf{F}_{\text{att}} = -\zeta \cdot (\mathbf{q} - \mathbf{q}_{\text{goal}}) \quad (3)$$

其中, ζ 为引力增益系数,这一线性模型确保了无人机在远离目标时受到更强的牵引力,但其单一方向特性在多机协同场景中易引发构型失稳。

斥力场的作用范围由阈值 ρ 定义,当无人机与障碍物的距离 $d = \|\mathbf{q} - \mathbf{q}_{\text{obst}}\|$ 小于 ρ 时,斥力场被激活。传统斥力函数基于距离的倒数平方关系,势能随距离减小而急剧上升,其表达式如式(4)所示:

$$\mathbf{F}_{\text{rep}} = \eta \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{\rho} \right) \frac{1}{d^2} \cdot \frac{\mathbf{q} - \mathbf{q}_{\text{obst}}}{d}, \text{ if } d < \rho \quad (4)$$

其中, η 为斥力增益系数,方向由障碍物指向无人机.尽管该模型能有效规避静态障碍物,但其静态阈值和固定增益系数难以适应动态障碍物的运动趋势,且在密集障碍环境中多斥力叠加易形成合力为0的局部平衡点.

无人机的运动控制通过合力积分实现,其位置更新遵循运动学方程,如式(5)所示:

$$\mathbf{q}(t + \Delta t) = \mathbf{q}(t) + \mathbf{F}_{\text{total}} \cdot \Delta t \quad (5)$$

其中, $\mathbf{F}_{\text{total}} = \mathbf{F}_{\text{att}} + \sum \mathbf{F}_{\text{rep}}$ 为引力与所有斥力的矢量和, Δt 为时间步长.该模型将虚拟势场引导的合力作为速度方向,执行位置迭代更新,属于基于势场引导的运动学路径推进方法.

1.2 局限性分析

传统人工势场法(TAPF)在复杂多机协同场景中存在两方面核心缺陷:一是由于单机势场模型缺乏协同机制,导致编队失稳;二是由于障碍物与引力场的动态平衡,导致目标不可达.这些缺陷共同导致系统鲁棒性与任务可靠性显著降低.

这两点缺陷对基于人工势场法的多无人机协同航迹规划提出了挑战.由于TAPF算法在解决集群航迹规划时缺乏机间协同和动态调整机制,导致障碍物密集场景和动态障碍干扰下编队构型难以维持,出现队形失稳甚至溃散;同时,TAPF算法易陷入势场平衡点,进而导致目标不可达.如当无人机接近目标时,若目标点邻近障碍物的斥力场与衰减的引力场形成矢量平衡,无人机便会因合力趋近于0而停滞于目标邻域,无法完成最终收敛.

为解决编队失稳问题,本文提出编队势场双向耦合机制,使无人机间的编队和无人机路径规划协同进行;为解决集合约束下的目标不可达问题,提出动态全向参考轴自适应扰动补偿机制,使无人机成功逃离势场鞍点,具体内容在第2节展开介绍.

2 算法改进

针对TAPF的局限性,本节提出一种协同优化框架.该框架的核心创新点体现在以下两个层面.

(1) 通过编队参考点动态生成与势场双向耦合机制提升多机协同性;

(2) 提出动态全向参考轴自适应扰动补偿解决目标不可达问题.

2.1 编队势场双向动态耦合机制

为实现航迹规划中的多机协同,提出一种结合虚

拟领航者和虚拟结构法的编队势场.

编队势场双向动态耦合机制的流程如图1所示.虚拟领航者规划全局路径并定义理想编队,计算理想编队中跟随者的期望位置作为参考点.跟随者收到多种力的共同作用(包括参考点处的吸引力、机间斥力、避障斥力和目标吸引力),得到实际编队形状.根据跟随者所在位置相对期望参考点位置的偏差值进行加权,得到编队实际控制中心.编队实际控制中心产生动态参考点反向影响无人机集群实际编队形状.该机制结合了虚拟领航者的路径跟踪能力和虚拟结构法的编队形状自适应能力,解决了传统虚拟领航者法的刚性跟随机制所导致的避障能力和动态环境适应能力差的问题,也突破了虚拟结构法存在的预设编队中心缺乏自适应的局限性.

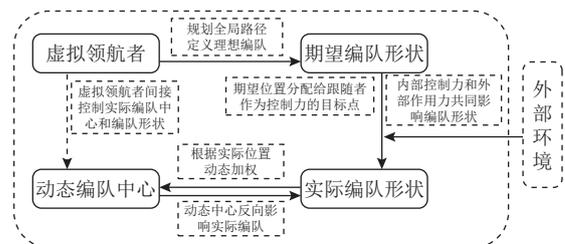


图1 编队势场双向动态耦合机制流程图

双向动态耦合机制通过虚拟中心与无人机个体间的实时交互反馈实现柔性编队控制,包含两个关键模块的设计:编队级引力势场和无人机间斥力势场.编队级引力势场是核心模块,通过动态调节虚拟中心与个体间的相互作用维持整体结构的稳定性,确保无人机群在目标牵引下协同运动;无人机间斥力势场基于机间距离动态调节排斥强度,在避免碰撞的同时减少对编队形态的干扰.

2.1.1 编队级引力势场

编队级引力势场的实现可分为3个核心环节:虚拟编队中心的动态生成、势场梯度力的双向反馈和动态权重的在线优化.

三者的关系如图2所示,虚拟中心为编队提供统一的运动引导;势场梯度力驱动个体向编队靠拢并反向优化虚拟中心的位置精度;动态权重的在线优化依据个体偏离程度实时调节其对虚拟中心的贡献权重,抑制局部偏差对全局状态的干扰.

(1) 虚拟编队中心的动态生成

动态计算虚拟中心旨在解决无人机避障和集群稳

定的矛盾. 避障场景中, 传统虚拟结构将编队中心视为固定参考点, 个体避障行为会导致编队中心突变, 当无人机因避开障碍物而偏离期望位置时, 会被强制回归原位, 导致编队整体陷入震荡点. 动态虚拟中心通过动态权重分配, 使编队中心的位置能够自适应个体偏离量的变化.

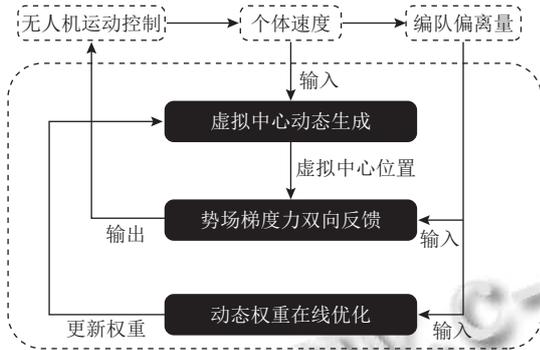


图2 编队级引力势场构成

虚拟中心的动态生成定义了编队协同运动的参考基准. 基于无人机实时位置信息, 虚拟中心 $C_f(t)$ 按照式 (6) 动态加权平均计算生成. 权重函数按照式 (7) 设计为偏离度的反比例函数. 其中, p_j^{ref} 为第 j 个无人机的参考点, 即个体期望位置. 动态虚拟中心生成机制提供编队柔性 and 抗扰动能力.

$$C_f(t) = \sum_{i=1}^N w_i(t) p_i(t) \quad (6)$$

$$w_i(t) = \frac{\|p_i^{\text{ref}} - p_i\|^{-1}}{\sum_{j=1}^N \|p_j^{\text{ref}} - p_j\|^{-1}} \quad (7)$$

该权重设计确保偏离期望位置较大的无人机对虚拟中心的影响减弱, 从而抑制局部异常对全局编队的干扰. 当无人机遇到障碍物时, 会由于避障导致偏离编队中心, 其偏离度上升会导致权重下降. 动态计算出的虚拟中心将向其他偏移量低的无人机靠拢.

(2) 势场梯度力的双向反馈

势场梯度力的双向反馈通过引力势场函数实现个体与虚拟中心的闭环调节. 引力势场计算中, 通过相对参考点位置偏离距离的平方项惩罚偏离虚拟中心的行为, 按照式 (8) 计算, 其中 ζ_{form} 代表编队引力系数, 决定收敛速度. 梯度力的计算方法如式 (9) 所示.

$$U_{\text{form_att}}(p_i) = \zeta_{\text{form}} \|p_i - C_f(t)\|^2 \quad (8)$$

$$F_{\text{form_att}} = -\nabla U_{\text{form_att}} = -2\zeta_{\text{form}}(p_i - C_f(t)) \quad (9)$$

梯度力的方向 $\angle F_{\text{form_att}}$ 指向虚拟中心, 驱动个体回归编队. 势场函数 $U_{\text{form_att}}$ 采用二次势场函数, 其梯度为 $F_{\text{form_att}} = 2\zeta_{\text{form}}(C_f(t) - p_i)$, 势场函数的严格凸性线性保证编队中心 $C_f(t)$ 是唯一的全局极小点, 从而驱使无人机指数收敛至中心. 由运动方程可得如式 (10) 所示的速度更新率, 确保渐近稳定性.

$$\dot{p}_i \propto (C_f(t) - p_i) \quad (10)$$

(3) 动态权重的在线优化

动态权重的在线优化旨在调整权重分配策略, 抑制局部扰动对全局编队的传播, 平衡编队柔性形变能力与整体稳定性.

动态权重按照式 (11) 计算. 当无人机避障偏离编队时, 被标记为异常个体, 权重减小. w_{min} 为权重下限, 确保异常个体仍保留最小牵引力, 在降低异常个体集群的影响力的同时防止异常个体脱队.

$$w_i(t + \Delta t) = \max \left(\frac{\|p_i^{\text{ref}} - p_i\|^{-\alpha}}{\sum_{j=1}^N \|p_j^{\text{ref}} - p_j\|^{-\alpha}}, w_{\text{min}} \right) \quad (11)$$

按照上述势场梯度力设计, 当无人机因避障而偏离参考点时, 权重降低, 避免无人机编队受单点障碍影响而停滞. 同时由于避障无人机偏离中心点, 其受到的编队势场力增大, 在局部避障结束后可以快速恢复到编队中.

图3展示了无人机个体避障过程中虚拟编队中心的变化. 无人机集群处于平稳态时, 各无人机编队权重相等, 此时无人机均在期望编队参考点位置. 无人机 j 避障时, 由于其无法处在期望点, 权值降低, 集群虚拟中心点向其他无人机靠拢. 无人机集群的整体航迹不会因单个无人机避障而陷入局部最优. 同时, 由于编队中心的相对远离, 离队无人机 j 收到的参考点控制力增大, 避免无人机 j 困在势场平衡点, 并在其避开障碍物后提高归队速度.

当斥力场的方向和编队势场方向近似几何共线时, 无人机容易陷入局部最小值, 逐渐脱队. 为此, 本文提出了动态全向扰动势场引导无人机脱离势场鞍点, 详见第2.2节.

2.1.2 无人机间斥力势场

为避免无人机集群内部碰撞, 无人机需要实时感知邻机状态并生成排斥力. 无人机集群中, 无人机 i 受

到势场梯度修正力 $F_{shape_corr}^i$ 和机间排斥力 F_{rep}^i 的方向如图 4 所示。

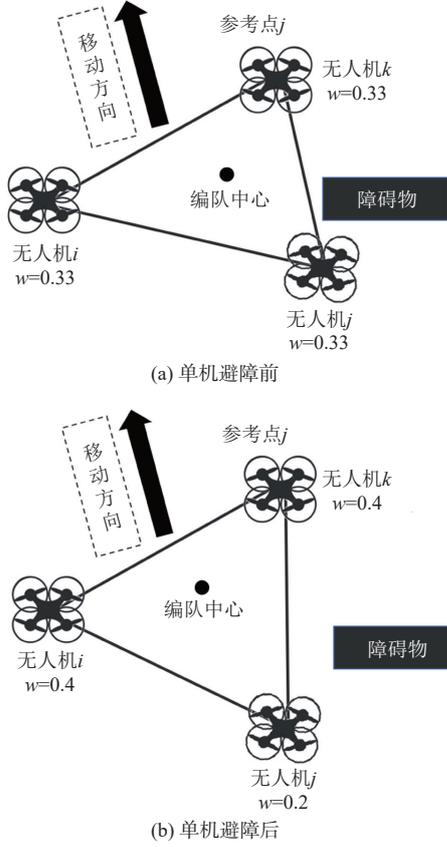


图 3 动态编队中心生成

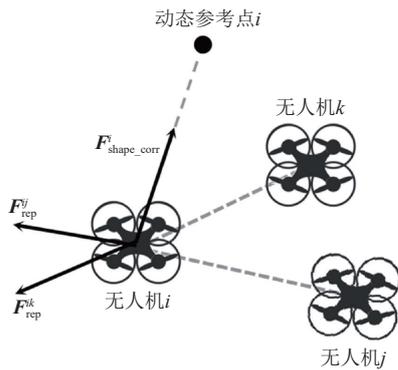


图 4 无人机在编队势场中的受力情况

为避免机间碰撞,定义斥力势场: 设无人机 i 与 j 的相对位置向量为 $\Delta r_{ij} = p_i - p_j$, 其模长为 $r = \|\Delta r_{ij}\|$, 则对于第 i 架无人机, 斥力势场函数 U_{rep}^i 按照式 (12) 计算:

$$U_{rep}^i = \frac{\beta_{swarm}}{2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{d_{safe}} \right)^2 e^{-\eta r} \quad (12)$$

其中, 势场 U_{rep}^i 同时作用于无人机 i 和 j , $\Delta r_{ij} = r_i - r_j$ 实时计算两机相对位置, 控制斥力强度, d_{safe} 为安全距离阈值, 当两机间距小于此值时触发斥力. β_{swarm} 控制机间斥力强度, η 为灵敏度调节因子, 调节斥力随距离的衰减速率. 传统人工势场法斥力计算公式会带来严重局部航迹震荡, 故采用 $\eta = e^{-d/\rho} - e^{-1}$ 的方式实现随距离增大斥力自然衰减, 保证场连续可导.

对势场函数 U_{rep}^i 求梯度, 得到无人机 i 受到的斥力 F_{rep}^i , 如式 (13) 所示:

$$F_{rep}^i = -\nabla U = \beta \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{d_{safe}^2} \right) e^{-\eta r} \Delta r_{ij} \quad (13)$$

当无人机间距离为 d_{safe} 时, 斥力为 0; 当无人机间距离大于 d_{safe} 时, 斥力迅速衰减以避免干扰编队; 当无人机间距离小于 d_{safe} 时, 斥力增大, 驱动机体远离对方.

2.1.3 势场耦合稳定性分析

为确保在引力势场与斥力势场的协同作用下, 无人机编队能够收敛至期望构型, 并在动态避障或环境扰动后恢复稳定, 对势场进行稳定性分析.

稳定性分析通过构造扩展 Lyapunov 函数表征编队位置误差. 分析能量函数随时间的变化规律, 验证其单调递减特性, 证明系统状态全局渐近收敛至平衡点.

首先, 按照式 (14) 定义系统总能量函数, 用于惩罚无人机实际位置与期望位置的偏差, 反映编队形变程度.

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \|p_i - p_i^{ref}\|^2 \quad (14)$$

整体函数 V 表征系统偏离平衡态的总能量, 其递减性直接对应稳定性. 对 V 求时间导数可得式 (15). 将运动方程式 (16) 和势场梯度力方程式 (9) 带入, 得到能量变化率 \dot{V} , 如式 (17) 所示. 通过设计参数满足 $\beta < 4\zeta_{form} d_{safe}^2$, 可确保斥力项贡献被引力抵消. 此时有 $\dot{V} \leq 0$, 且仅当 $p_i = p_i^{ref}$ 时, $\dot{V} = 0$. 根据 Lyapunov 定理, 系统全局渐近收敛至期望构型, 即所有无人机位置 $p_i(t) \rightarrow p_i^{ref}$.

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^N \left[(p_i - p_i^{ref})^T \dot{p}_i \right] \quad (15)$$

$$\dot{p}_i = F_{formatt} + \sum_{j \neq i} F_{rep}^i \quad (16)$$

$$\dot{V} = -2\zeta_{form} \sum_{i=1}^N \|p_i - C_f(t)\|^2 + \sum_{i=1}^N (p_i - p_i^{ref})^T F_{rep}^i \quad (17)$$

2.2 动态全向扰动势场设计

现有研究对目标不可达问题的改进方案主要围绕斥力场结构优化展开,如旋转势场和质心斥力场.旋转势场在无人机接近障碍物时产生螺旋绕行轨迹,旨在解决无人机受困的问题.然而,当速度向量 \mathbf{v} 与位置向量 \mathbf{r} 共线时,叉乘项 $\mathbf{r} \times \mathbf{v} = 0$,旋转势场梯度退化为零向量,无法提供有效导向.对于质心斥力场,其斥力场公式 $\mathbf{U}_{\text{rep}}(\mathbf{q})$ 的梯度方向始终沿无人机与障碍物质心连线方向,动态更新的质心 \mathbf{q}_{cd} 随点云更新.但在共线场景的几何约束下,质心移动仅改变斥力大小,由于斥力方向与速度始终维持共线关系,最终仍无法突破平衡态.

为解决人工势场法易陷入局部最小和目标不可达的缺陷,提出一种基于速度方向正交补偿的动态扰动生成方法.通过实时监测无人机运动状态与环境势场梯度关系,自主触发定向扰动,确保无人机能够脱离势场平衡点并完成导航任务.

动态扰动过程包含共线实时检测器,动态参考轴生成器和自适应扰动调节器的实现.扰动势场默认根据 Z 轴生成扰动基底,共线检测器识别到障碍物、虚拟中心点和目标点形成几何共线场景时,切换扰动基底.设计衰减因子调整扰动强度.最后,通过数学推导证明系统的全局渐近稳定性.

2.2.1 共线检测

共线检测算子旨在实时监测无人机运动方向与障碍物斥力方向间的几何关系,识别可能引发局部极小或目标不可达的共线状态,作为扰动触发的决策依据.

共线检测通过计算当前无人机方向和障碍物斥力方向的一致性系数 κ 来判断两者是否共线,如式 (18) 所示:

$$\kappa = \frac{\hat{\mathbf{v}} \cdot \hat{\mathbf{n}}}{\|\hat{\mathbf{v}}\| \cdot \|\hat{\mathbf{n}}\|} \in [-1, 1] \quad (18)$$

其中, $\hat{\mathbf{v}}$ 为无人机当前速度方向单位向量, $\hat{\mathbf{n}}$ 为障碍物斥力方向单位向量.当 $|\kappa| > \delta$ (δ 为共线判定阈值参数) 时,判定无人机进入势场共线状态,启动动态扰动补偿机制.

2.2.2 扰动方向生成

若固定采用标准基向量 \mathbf{e}_z 生成扰动方向,当无人机姿态与参考轴对齐时,叉乘运算 $\mathbf{v} \times \mathbf{e}_z$ 近似为 0,导致扰动方向失效,无人机受困于势场平衡点.

为此,本节提出基于运动状态的自适应参考轴选

择机制,生成与速度方向严格正交的扰动分量,确保补偿力不会改变原有运动能量.

优先选取世界坐标系 Z 轴作为参考轴,计算初始扰动方向向量 $\boldsymbol{\tau}_z = \mathbf{v} \times \mathbf{e}_z$.随后按照式 (19) 判断 $\boldsymbol{\tau}_z$ 是否处于几何退化状态:

$$\|\boldsymbol{\tau}_z\| < \epsilon \quad (19)$$

若满足上述不等式,则判定为几何退化状态,此时切换至 Y 轴基底 $\boldsymbol{\tau}_y$,并重新计算 $\boldsymbol{\tau}_y = \mathbf{v} \times \mathbf{e}_y$.

计算出的扰动方向可通过李群 SO(3) 的旋转变换严格描述,如式 (20) 所示:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{cases} \mathbf{R}_z(\pi/2)\mathbf{v}, & \text{if } \|\mathbf{R}_z(\pi/2)\mathbf{v}\| \geq 10^{-3} \\ \mathbf{R}_y(\pi/2)\mathbf{v}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (20)$$

其中, $\mathbf{R}_z(\theta)$ 与 $\mathbf{R}_y(\theta)$ 分别表示绕 Z 轴与 Y 轴的旋转矩阵.通过归一化处理 $\hat{\boldsymbol{\tau}} = \boldsymbol{\tau}/\|\boldsymbol{\tau}\|$,最终获得与速度方向正交的扰动基底 $\hat{\boldsymbol{\tau}}$,确保在任意姿态下均能生成有效切向力.

2.2.3 自适应扰动强度调节

确定扰动方向后,根据无人机与目标的距离、当前运动状态动态调节扰动幅值,调整扰动强度.

为实现抑制近目标区域的扰动幅值,保证终端收敛精度的目标,按照下式设计距离衰减函数.

$$\Phi_d = 1 - e^{-\gamma \|\mathbf{q} - \mathbf{q}_{\text{goal}}\|} \quad (21)$$

当无人机和目标的距离大于 4 m 时,扰动函数值大于 0.86,此时扰动全功率生效;当 \mathbf{q} 趋近于 \mathbf{q}_{goal} ,即无人机趋近于目标时,扰动趋于关闭.

为当前速度自适应调节扰动强度,按照下式设计速度衰减函数:

$$\Phi_v = \lambda_{\min} + (1 - \lambda_{\min}) \cdot \frac{\|\mathbf{v}\|}{\mathbf{v}_{\max}} \quad (22)$$

衰减函数为静止时的无人机设计最低扰动强度防止死锁,同时为高速运动的无人机提供增强扰动幅值以提高响应速度.

最终,结合距离衰减函数和速度衰减函数,按照下式计算合成扰动输出:

$$\mathbf{F}_{\text{dis}} = \Phi_d \cdot \Phi_v \cdot \mathbf{F}_{\max} \cdot \hat{\boldsymbol{\tau}} \quad (23)$$

2.2.4 稳定性保障机制

为验证系统的全局渐近稳定性,按照式 (24) 构造 Lyapunov 函数.其时间导数满足式 (25),扰动力 $\mathbf{F}_{\text{tangent}}^T$ 和斥力 \mathbf{F}_{rep} 正交,满足式 (26).

$$V = \frac{1}{2} \|\mathbf{q} - \mathbf{q}_{\text{goal}}\|^2 + \frac{1}{2} \mathbf{v}^T \mathbf{v} \quad (24)$$

$$\dot{V} = (\mathbf{q} - \mathbf{q}_{\text{goal}})^T \mathbf{v} + \mathbf{v}^T \left(\frac{1}{m} (\mathbf{F}_{\text{att}} + \mathbf{F}_{\text{rep}} + \mathbf{F}_{\text{tangent}}) - k_d \mathbf{v} \right) \quad (25)$$

$$\mathbf{F}_{\text{tangent}}^T \mathbf{F}_{\text{rep}} = 0 \quad (26)$$

引力 \mathbf{F} 可推导出式 (27), 结合 Barbalat 引理可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{v}(t) = 0$, 且 $\mathbf{q}(t)$ 收敛至目标点 \mathbf{q}_{goal} , 证明系统在扰动作用下仍保持稳定。

$$\dot{V} \leq -k_d \|\mathbf{v}\|^2 \quad (27)$$

2.3 分层势场架构设计

为实现无人机集群在动态环境中的全局路径规划与局部避障解耦控制, 构建虚拟领航者引导, 跟随者协同的层级势场体系。

2.3.1 虚拟领航者层

虚拟领航者层设计为虚拟领航者提供面向目标点的全局势场 $\mathbf{U}_{\text{global}}$, 引导无人机集群规避障碍物。势场包含目标位置对虚拟领航者的引力势场和障碍物对虚拟领航者的斥力势场, 按照式 (28) 计算:

$$\mathbf{U}_{\text{global}} = \underbrace{\zeta_g \|\mathbf{q}_L - \mathbf{q}_{\text{goal}}\|^2}_{\text{att}} + \sum_{k=1}^M \underbrace{\frac{\beta_L}{\|\mathbf{q}_L - \mathbf{o}_k\|}}_{\text{rep}} \quad (28)$$

其中, \mathbf{q}_L 为虚拟领航者位置, 为第 k 个障碍物的位置, ζ_g 为引力势增益系数, β_L 为领航者斥力增益系数。根据 $\mathbf{F}_{\text{global}} = -\nabla \mathbf{U}_{\text{global}}$ 可得虚拟领导层的控制力, 如式 (29) 所示:

$$\mathbf{F}_{\text{global}} = -2\zeta_g (\mathbf{q}_L - \mathbf{q}_g) + \sum_{k=1}^M \frac{\beta_L (\mathbf{q}_L - \mathbf{o}_k)}{\|\mathbf{q}_L - \mathbf{o}_k\|^3} \quad (29)$$

2.3.2 跟随者层

为了局部协调编队引力势场, 障碍规避势场和机间斥力势场, 按照式 (30) 设计第 i 架跟随者的势场:

$$\mathbf{U}_{\text{local}}^i = \underbrace{\zeta_{\text{form}} \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_i^{\text{ref}}\|^2}_{\text{formation_att}} + \sum_{k=1}^M \underbrace{\frac{\beta_f}{\|\mathbf{q}_i - \mathbf{o}_k\|}}_{\text{rep_obstacles}} + \sum_{j \neq i} \underbrace{\frac{\beta_{\text{swarm}}}{\|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\|}}_{\text{rep_drones}} \quad (30)$$

势场函数包含编队引力项、障碍规避项和机间斥力项。其中为 \mathbf{q}_i 跟随者位置, $\mathbf{q}_i^{\text{ref}}$ 为编队参考位置, ζ_{form} 为编队势增益, β_f 为障碍规避系数, β_{swarm} 为机间斥力系数。根据 $\mathbf{F}_{\text{local}}^i = -\nabla \mathbf{U}_{\text{local}}^i$ 可得跟随者层的控制力, 如

式 (31) 所示:

$$\mathbf{F}_{\text{local}}^i = \sum_{k=1}^M \frac{\beta_f (\mathbf{q}_i - \mathbf{o}_k)}{\|\mathbf{q}_i - \mathbf{o}_k\|^3} + \sum_{j \neq i} \frac{\beta_{\text{swarm}} (\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j)}{\|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\|^3} - 2\zeta_f (\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_i^{\text{ref}}) \quad (31)$$

2.3.3 层级势场协调机制

结合全局势场和局部势场, 跟随者总控制力为:

$$\mathbf{F}_{\text{total}}^i = \alpha \mathbf{F}_{\text{global}} + (1 - \alpha) \mathbf{F}_{\text{local}}^i + \mathbf{F}_{\text{dis}}^i \quad (32)$$

其中, $\mathbf{F}_{\text{dis}}^i$ 为第 i 架无人机收到的扰动力, α 为全局势场权重因子, 用来调整无人机受全局势场和局部势场影响的比重大小。

2.3.4 系统收敛性分析

为证明分层势场架构下无人机集群的全局渐近稳定性, 进行系统收敛性分析。考虑到领航者与跟随者的耦合作用, 按照式 (30) 扩展 Lyapunov 函数:

$$V_{\text{total}} = V_L + \sum_{i=1}^N V_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_i^{\text{ref}}\|^2 \quad (33)$$

其中, V_L 为虚拟领航者的 Lyapunov 函数, V_i 为第 i 架跟随者的 Lyapunov 函数。考虑其稳定性条件, 设置权重因子 α 和扰动增益时需要确保 $\dot{V}_{\text{total}} \leq 0$ 。

3 实验分析

本节首先对算法参数机进行理论推导和实验验证。然后设置可行性验证、功能差异验证、性能对比这 3 级实验。

为系统验证本文算法的性能, 设计可行性验证实验, 通过构建包含静态与动态障碍物混合配置的复杂场景, 评估算法在不同环境复杂度下的鲁棒性。

为验证算法核心创新点的机理优势, 设计功能差异实验, 采用轨迹可视化方法直观呈现算法在 TAPF 方法失效典型场景中的优势表现。

为进一步评估算法优化效果, 设计性能对比实验, 建立多维性能评估框架, 选取在航迹规划中应用的启发式算法 (HHO、GWO)、混合智能算法 (DCGWO) 及深度强化学习算法 (PPO) 作为对比基准, 从避障成功率、路径长度和推理计算耗时这 3 个维度进行定量比较。

3.1 参数设置与调优分析

势场模型的参数选择直接影响编队协同性能与避障效果。本节通过理论推导与实验验证相结合的方法,

给出关键参数的调优过程.

3.1.1 理论推导

(1) 编队引力系数 ζ_{form}

为确保编队引力势场的强度足以抵消无人机在安全距离临界状态,按照式(34)设置编队引力系数 ζ_{form} :

$$\zeta_{\text{form}} > \frac{\beta}{4d_{\text{safe}}^2} \quad (34)$$

其中, β 为斥力系数,控制无人机间避障力的强度; d_{safe} 为安全距离,控制无人机间避免碰撞的最小间距.满足式(22)时,可平衡编队引力与机间斥力,避免斥力过强导致编队解体.

(2) 机间斥力系数 β_{swarm}

为了保证斥力场在近距离避障时产生的斥力符合约束条件,按照式(35)计算限定机间斥力系数:

$$\beta_{\text{swarm}} \leq \frac{F_{\text{max}}d_{\text{safe}}^2}{\sqrt{2}e^{-\eta d_{\text{safe}}}} \quad (35)$$

其中, F_{max} 为无人机最大推力; η 为斥力衰减因子,控制斥力随距离的衰减速率.

(3) 安全距离 d_{safe}

安全距离需要大于无人机物理半径 r_{body} ,考虑容错距离 σ_{pos} ,可以依照式(36)设计:

$$d_{\text{safe}} = 2r_{\text{body}} + \sigma_{\text{pos}} \quad (36)$$

(4) 全局势场权重因子 α

为保证全局路径引导作用强于跟随者局部避障扰动,避免编队因局部障碍偏离主航道, α 需按照式(37)计算其下界:

$$\alpha > 1 - \frac{\zeta_{\text{form}}}{\beta_f} \quad (37)$$

另外, α 过大会导致局部势场快速规避能力失灵,因此需要实验验证最优取值范围.

(5) 虚拟领航者斥力增益系数 β_L

为了保证无人机集群在距离障碍物 d_{safeL} 时,斥力足以抵消目标引力的拖拽效应. β_L 需与目标引力系数协同设计,其上界和下界按照式(38)限定:

$$\frac{F_{\text{max}}d_{\text{safeL}}^2}{v_{\text{max}}} > \beta_L > \frac{2\zeta_g d_{\text{safeL}}^3}{\|q_L - q_g\|} \quad (38)$$

(6) 目标引力系数 ζ_g 约束

目标引力系数 ζ_g 影响全局路径收敛速度,当 ζ_g 满足式(39)时,可保证目标点处为稳定焦点而非中心点的同时避免初始阶段引力过大.

$$\frac{F_{\text{max}}}{2d_{\text{init}}} > \zeta_g > \frac{k_v^2}{4} \quad (39)$$

其中, d_{init} 表示初始规划距离或工作空间特征尺度, k_v 表示速度衰减系数.

(7) 跟随者障碍规避系数 β_f

为避免跟随者过度响应障碍破坏编队, β_f 需弱于领航者规避系数 β_L .参数具体配置见第3.1.2节.

3.1.2 算法参数调优

本文实验中的无人机模型参数如表1所示.

表1 四旋翼无人机参数

配置项	配置值
无人机质量(kg)	1
最大速度(m/s)	5
最大角速度(rad/s)	60
最大推力(N)	5
无人机半径(m)	0.5
无人机安全距离(m)	2

由式(34)和式(35)可得斥力系数 β_{swarm} 的取值范围为0~44.9,编队引力系数 ζ_{form} 的取值下限为2.806.

由于无人机动力学中的阻尼系数 k_d 为0.25,可由式(39)推出目标引力系数 ζ_g 的取值范围为(0.0625, 0.9622).根据式(38)可推导出 β_L 的取值范围为(0.1662, 24.5).

在上述理论推导的基础上,通过实验测试,根据不同参数得到的性能反馈,最终选取的全部参数如表2所示.

表2 算法参数

参数项	参数值
目标引力系数 ζ_g	0.8
编队引力系数 ζ_{form}	3.5
机间斥力系数 β_{swarm}	10
机间安全距离 d_{safe} (m)	2
虚拟领航者安全距离 d_{safeL} (m)	3.5
权重下限 w_{min}	0.2
全局势场权重因子 α	0.8
领航者斥力增益系数 β_L	0.3
跟随者障碍规避系数 β_f	10
共线判定阈值参数 δ	0.95

3.2 可行性实验

(1) 实验设计

实验设置3台无人机同时执行路径规划任务,动态约束包括最大加速度和最大转向角,基于障碍物空间密度构建3级测试场景($15 \times 15 \times 15 \text{ m}^3$):基准场景、

静态高密度场景、动态复合场景. 场景配置标准如下:

1) 基准场景: 配置 10 个障碍物构建典型障碍分布场景;

2) 静态高密度场景: 配置 30 个障碍物模拟密集静态障碍挑战;

3) 动态复合场景: 包含 3 类动态干扰障碍物. 平动障碍群 (随机方向、随机位置的线性往返运动障碍物)、高速威胁体 (径向飞向无人机集群中心的障碍物) 以及旋转干扰体 (非线性运动障碍物).

动态复合场景实验环境配置参数见表 3. 对于平动障碍物群, 其位置和速度均采用随机种子法生成的随机数, 从而保证实验结果的可复现性.

表 3 实验环境配置参数

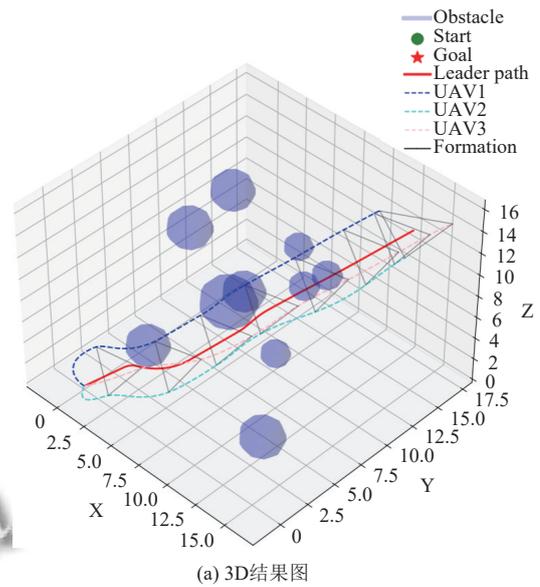
配置项	配置结果
平动障碍物数量	30
高速威胁体数量	1
旋转干扰体数量	1
平动障碍物最大速度 (m/s)	1
高速威胁体最大速度 (m/s)	3
旋转干扰体最大角速度 (rad/s)	1

(2) 实验结果与分析

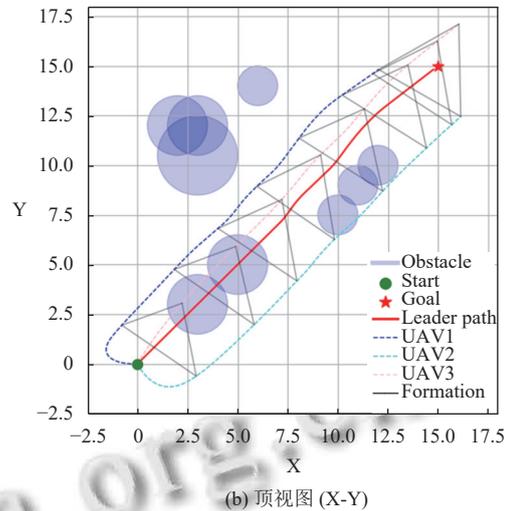
图 5、图 6 分别展示了基准场景、静态高密度场景下的对比实验结果. 可视化呈现采用多视角组合方案 (立体投影+顶视+侧视). 其中, 深蓝、天蓝及粉色虚线对应 3 架无人机的轨迹; 红色实线为虚拟领航者路径; 半透明球体表征障碍物空间分布; 灰色三角连线实时反映编队成员的空间拓扑关系. 特别地, 为避免三维投影的视觉遮蔽效应, 障碍物分布通过多视角投影进行联合表征.

在测试场景中, 虚拟领航者能稳定收敛至目标点, 集群中的每个无人机都能最终稳定收敛至参考点, 这验证了本文算法在寻路势场和编队势场上都解决了不可达问题.

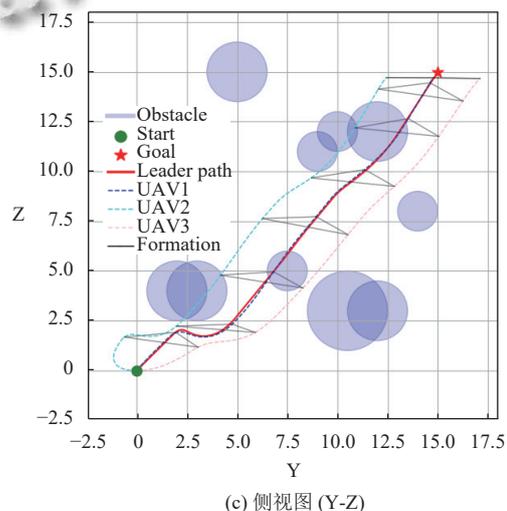
编队稳定性方面, 如图 5(b) 所示, 无人机群在编队势场约束下快速形成稳定构型. 当 1 号无人机执行避障机动时, 2、3 号机仍保持既定轨迹, 且在障碍穿越后迅速恢复稳定状态; 运动协调性方面, 图 6(b) 显示, 各机, 当无人机编队因为避障需要左转时, 2 号无人机没有跟随编队左转, 轻度右转从而成功避障, 这体现了动态权重调节下的虚拟中心算法在避障阶段允许无人机产生可控偏移, 同时无人机编队不会因无人机偏离而陷入等待停滞.



(a) 3D结果图



(b) 顶视图 (X-Y)



(c) 侧视图 (Y-Z)

图 5 典型障碍分布场景下多无人机路径规划轨迹

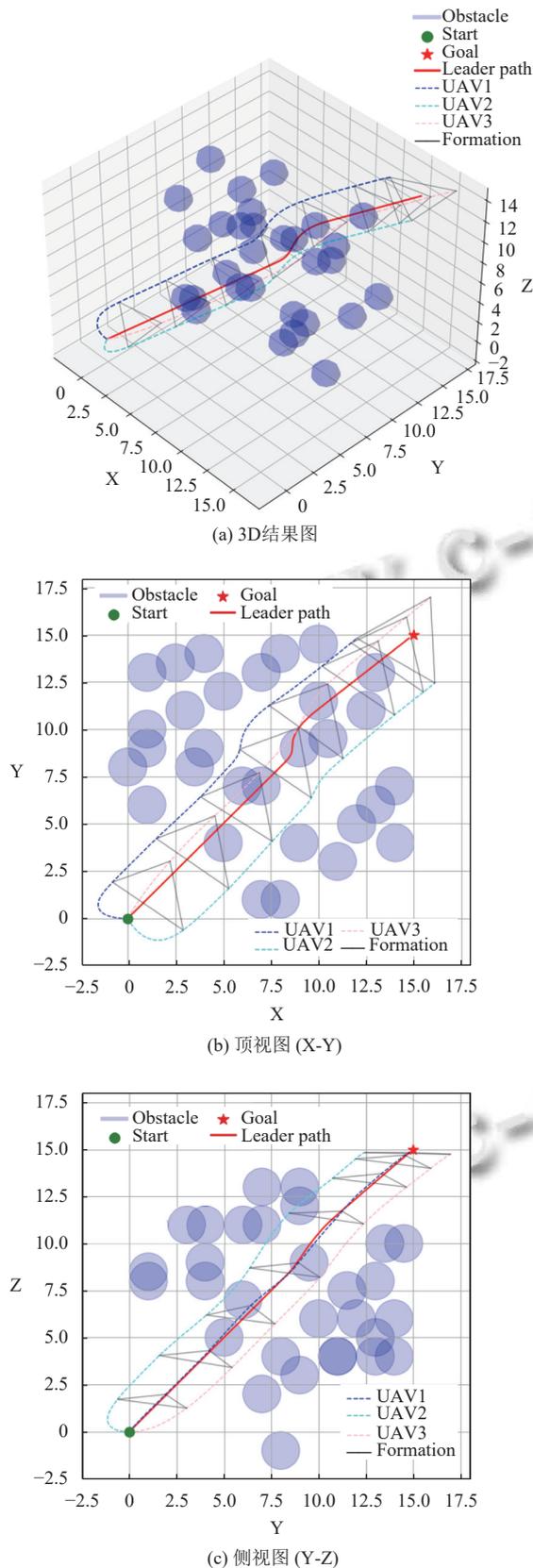


图6 高密度障碍物场景下多无人机路径规划轨迹

图7展示了动态复合场景下的对比实验结果,旨在体现算法的通用性.其中,紫色球体为平动障碍物,蓝色球体为旋转干扰障碍,金色球体为高速威胁体.为使无人机群在密度高障碍物群中有更好的可视化结果,使用绿色线条表示无人机编队连线,且与图5、图6使用相同的多视角组合方案.

如图7所示,无人机群先穿越平动障碍物群,此时各无人机轨迹流畅,未出现频繁机动.如图7(b)所示,无人机在穿越旋转干扰障碍、高速威胁障碍、平动障碍的混合群落时,发生较为频繁的避障机动,但并未出现避障失败的情况.由图7(a)所示,频繁避障过程中无人机集群编队始终保持稳定.由图7(c)所示,无人机集群在高度一致性上保持稳定.

实验结果表明,本算法在基准场景、静态高密度场景和动态复合场景中均能适用,具有良好的适用性和鲁棒性.算法在静态高密度场景和动态复合场景中仍保持编队构型,验证了双向耦合势场设计的有效性.

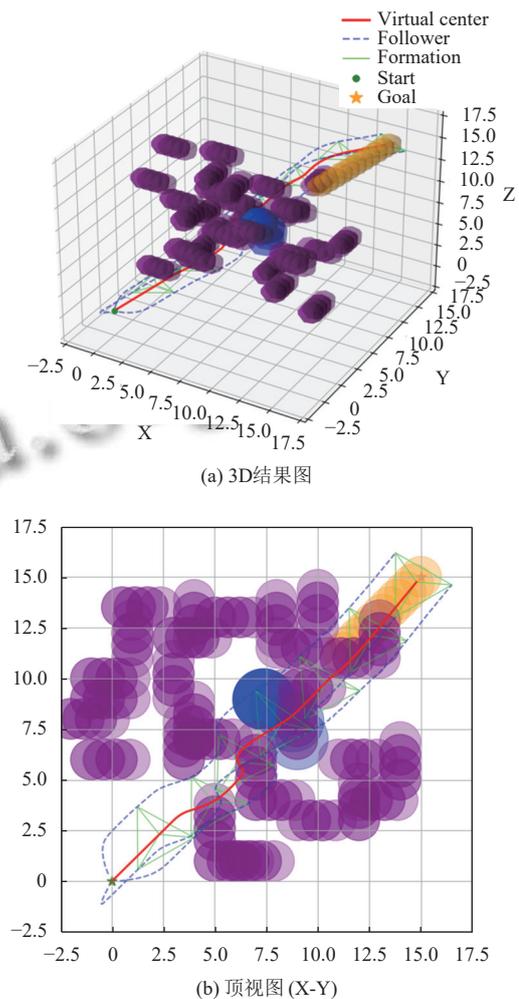


图7 动态复合场景下多无人机路径规划轨迹

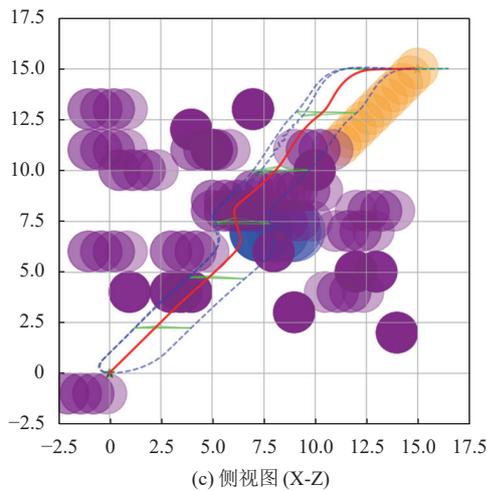


图7 动态复合场景下多无人机路径规划轨迹(续)

3.3 功能差异实验

(1) 实验设计

实验通过展示本文算法在传统 APF 算法和其他 APF 改进算法失效场景上的表现, 定性验证本文算法的功能优势。

对于第 2.2 节提到的共线约束场景, 在 $15 \times 15 \times 15 \text{ m}^3$ 的环境中设置单个障碍物, 设置单个无人机, 对比斥力分解法、传统人工势场法和本文提出的动态全向扰动势场法, 实验结果如图 8 所示。

为验证本文算法可以提供更好的轨迹平滑度, 基于第 3.1 节的高密度场景 ($15 \times 15 \times 15 \text{ m}^3$ 的环境中有 30 个球体障碍物) 设计实验。

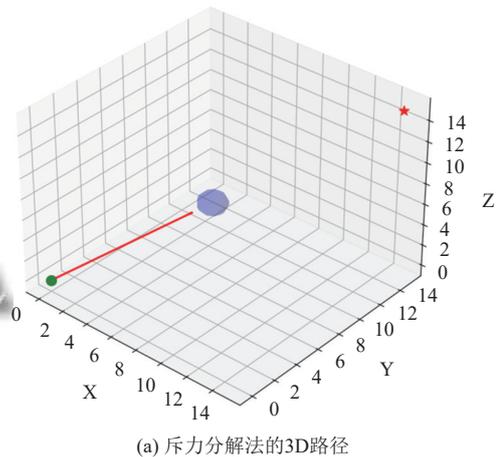
对比本文算法和 TAPF 算法. 对比算法使用固定权重生成虚拟中心, 斥力和引力计算使用 TPAF 原算法, 如式 (3) 和式 (4) 所示. 实验结果如图 9 所示。

(2) 实验结果与分析

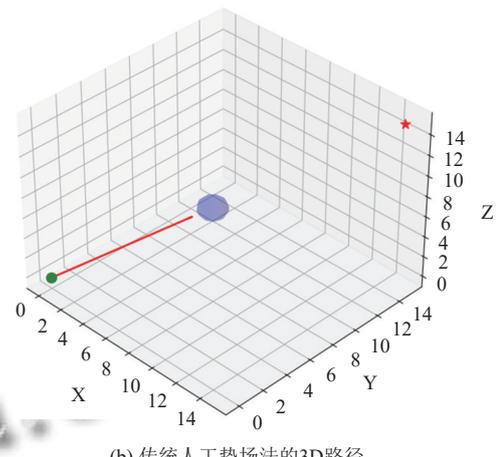
如图 8 轨迹可视化结果所示, 斥力分解法与旋转势场法在障碍物前方均出现速度趋 0 的平衡状态, 而本算法通过施加正交方向扰动力激励, 驱动无人机沿障碍物周界产生平滑螺旋绕行轨迹, 脱离了势场鞍点. 该实验结果与第 2.2 节理论分析具有一致性。

图 6 中红色虚线表示使用本文斥力公式得到的虚拟领航者轨迹, 图 9 的红色虚线表示传统斥力公式得到的虚拟领航者轨迹. 对比可见, 本文算法生成的领航者轨迹具有更优的平滑特性. 进一步对比分析图 6(c) 与图 9(c) 中 1-3 号无人机轨迹的空间分布特性, 可见

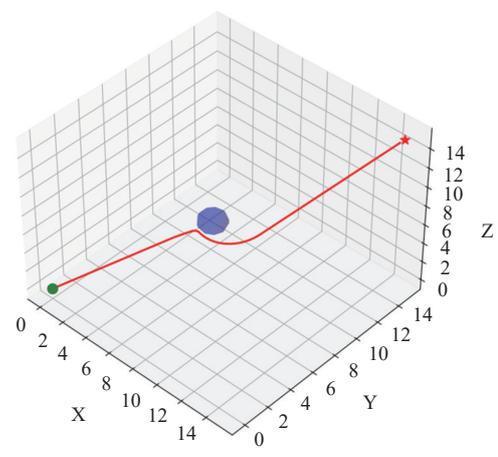
本文算法生成的跟随者轨迹也具有更优的平滑性, 这是由于双向耦合中虚拟中心点的动态权重应使无人机集群不会在避障时出现编队和避障势场互相干扰, 避免轨迹反复震荡。



(a) 斥力分解法的3D路径

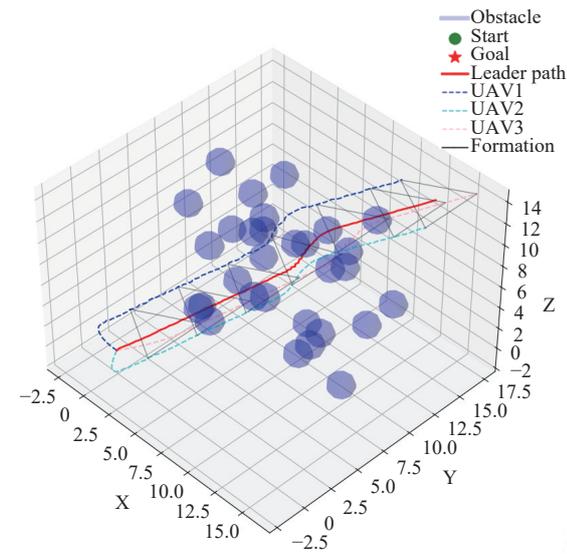


(b) 传统人工势场法的3D路径

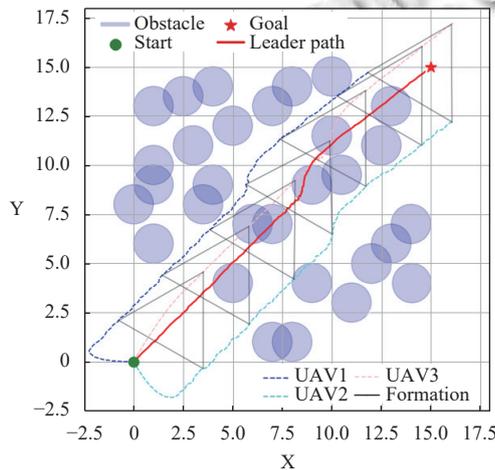


(c) 本文算法的3D路径规划结果

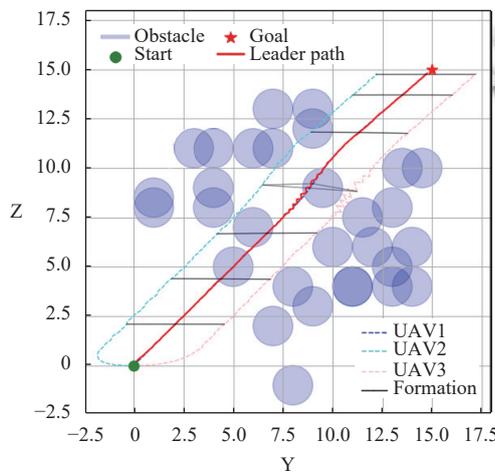
图8 共线几何约束场景功能差异实验



(a) 3D结果图



(b) 顶视图 (X-Y)



(c) 侧视图 (Y-Z)

图9 轨迹平滑度功能差异实验

实验数据表明: 本算法解决了传统 APF 算法和其他改进算法 (斥力分解法和旋转势场法) 易陷入势场鞍点的问题. 本算法实现了编队保持与避障需求的有效协调, 抑制了传统方法中因编队约束与密集避障需求耦合引发的局部振荡现象.

3.4 性能对比实验

(1) 实验设计

实验选取路径规划领域的先进算法, 涵盖最新启发式优化 (HHO, GWO) 算法、混合算法 (DCGWO) 与深度强化学习算法 (PPO), 结合虚拟领航者刚性编队结构降低空间维度, 使用传统 APF 算法为 PPO 进行奖励塑形. 最终选用 VL-HHO、VL-GWO、VL-DCGWO 和 VL-APF-PPO 算法作为对比基准.

本文设计基准测试和扩展测试实验. 基准测试包含 2 个低速动态障碍和 2 个静态障碍物. 扩展测试实验包含 32 个动态障碍, 和第 3.2 节的动态复合场景参数一致. 为确保统计显著性, 每个算法执行 100 次独立蒙特卡洛实验. 障碍物生成采用可复现随机策略, 通过 `numpy.random` 模块设置种子序列 (`seed` 取值为 1-100), 各次实验的障碍物分布严格遵循预设随机状态.

(2) 实验结果与分析

在评估指标中, 避障成功率通过避障成功的实验次数/总试验次数的方式计算; 总路径长度通过对所有跟随者的路径总长取均值的方式计算.

推理时间的计算方式为输出结果的时间和输入环境场景的时间之差. 在虚拟领航者策略下, 各算法均不存在无人机脱队 (无人机距离参考点距离 > 2 m 时被视为脱队) 的情况, 因此不从编队稳定度的角度对结果进行分析.

基准测试和拓展测试的性能数据对比如表 4、表 5 所示. 本文提出的 IAPF 算法在拓展测试实验中的各项性能相比其他算法均具备优势. 在高密度动态障碍场景中, IAPF 算法的优势更加明显.

表 4 基准测试性能对比 (限制路径最大值为 40 m)

分类	算法	避障成功率 (%)	总路径长度 (m)	推理时间 (s)
本文算法	IAPF	100	26.77	忽略不计
混合算法	VL-DCGWO	100	28.1	144
优化算法	VL-HHO	100	29.42	121
	VL-GWO	100	27.94	127
强化学习	VL-APF-PPO	100	27.42	忽略不计

在实时性上, IAPF 算法和 PPO 算法均可在 60 ms 内推理出结果, 推理时间可以忽略不计. 而优化算法即便为了快速收敛而配置参数, 也需要 60 s 以上才能得到可行解.

表 5 扩展测试性能对比 (限制路径最大值为 35 m)

分类	算法	避障成功率 (%)	总路径长度 (m)	推理时间 (s)
本文算法	IAPF	91	29.48	忽略不计
混合算法	VL-DCGWO	73	33.75	147
优化算法	VL-HHO	61	34.91	125
	VL-GWO	65	34.42	135
强化学习	VL-APF-PPO	71	30.16	忽略不计

4 结论与展望

本文提出了一种融合编队势场双向耦合与动态全向扰动势场设计的协同避障方法, 解决了传统人工势场法在多无人机路径规划中的编队失稳与局部极小值问题. 通过编队级引力-斥力协同机制, 实现了无人机群的编队维稳与个体避障的平衡, 避免了航迹震荡和编队解体的问题; 动态全向扰动势场设计则通过正交扰动力注入, 有效突破共线约束下的局部平衡态. 实验表明, 相较于传统人工势场法, 本文方法在路径规划效率、航向突变抑制及编队冲突率方面均取得提升; 相较于对比算法, 本文方法在高密度混合动态环境中的避障成功率和路径总长度方面具备优势, 为高密度动态场景的无人机应用提供了实用的解决方案.

本文对于全局势场和局部势场采用固定权重的方式融合, 在障碍物密集且高速的极端情况下存在避障失败的风险, 后续研究可以结合强化学习等方法对自适应加权的分层势场展开研究.

参考文献

- 王辰. 多旋翼无人机在军事后勤领域中的应用及发展趋势分析. 飞航导弹, 2021(8): 56-60.
- 吴盘龙, 黄樊晶, 何山, 等. 无人机系统控制研究综述. 电气与控制, 2024, 31(10): 1-9. [doi: 10.3969/j.issn.1671-637X.2024.10.001]
- 王震, 周超, 樊永文, 等. 无人机系统安全性综述. 计算机科学, 2024, 51(6A): 864-869.

- 宁聪, 范菁, 孙书魁. 多无人机协同规划研究综述. 计算机工程与应用, 2024, 61(1): 42-58. [doi: 10.3778/j.issn.1002-8331.2405-0110]
- 林峰, 钱丹. 基于多目标多约束的无人机航迹规划算法. 兵工自动化, 2025, 44(1): 110-112.
- 卞鹏, 赵宇飞, 张磊, 等. 基于改进 RRT 算法的多无人机集结航迹规划. 战术导弹技术, 2024(6): 139-150.
- 谭建豪, 肖友伦, 刘力铭, 等. 改进 PRM 算法的无人机航迹规划. 传感器与微系统, 2020, 39(1): 38-41.
- 刘公伟, 赵强. 改进人工势场法的无人车换道避障路径规划. 导航定位学报, 2023, 11(3): 112-118, 178. [doi: 10.3969/j.issn.2095-4999.2023.03.015]
- 秦克斌, 王帅淇, 郭晓宇, 等. 改进人工势场法无人机脱离局部极小值问题. 现代电子技术, 2024, 47(10): 107-110.
- Sang HQ, You YS, Sun XJ, *et al.* The hybrid path planning algorithm based on improved A* and artificial potential field for unmanned surface vehicle formations. Ocean Engineering, 2021, 223: 108709. [doi: 10.1016/j.oceaneng.2021.108709]
- Wang N, Xu HW, Li CZ, *et al.* Hierarchical path planning of unmanned surface vehicles: A fuzzy artificial potential field approach. International Journal of Fuzzy Systems, 2021, 23(6): 1797-1808. [doi: 10.1007/s40815-020-00912-y]
- Xing TY, Wang XH, Ding KY, *et al.* Improved artificial potential field algorithm assisted by multisource data for AUV path planning. Sensors, 2023, 23(15): 6680. [doi: 10.3390/s23156680]
- 李杰, 陶伟, 张娟, 等. 基于改进哈里斯鹰算法的无人机三维路径规划. 火力与指挥控制, 2024, 49(12): 27-35, 46. [doi: 10.3969/j.issn.1002-0640.2024.12.003]
- 李汶键, 李金峰, 鲁旭涛, 等. 基于 DC_GWO 优化算法的多无人机协同航迹规划. 战术导弹技术, 2024(6): 127-138.
- 谢凯利, 杨海涛, 谢海平. 智能航迹规划算法研究现状与展望. 兵器装备工程学报, 2020, 41(12): 8-13, 34. [doi: 10.11809/bqzbgcxb2020.12.002]
- 湛海云, 陈华胄, 刘强. 基于改进人工势场法的多无人机三维编队路径规划. 系统仿真学报, 2020, 32(3): 414-420.
- 曲士朕. 群机器人编队及协同避障方法研究 [硕士学位论文]. 南京: 南京大学, 2015.
- 陈骏岭, 秦小麟, 李星罗, 等. 基于人工势场法的多机器人协同避障. 计算机科学, 2020, 47(11): 220-225. [doi: 10.11896/jsjcx.190900026]

(校对责编: 王欣欣)