

自适应加权低秩约束的多视图子空间聚类算法^①



刘金花¹, 岳根霞¹, 王洋², 贺潇磊²

¹(山西医科大学汾阳学院, 汾阳 032200)

²(北方自动控制技术研究所, 太原 030006)

通讯作者: 刘金花, E-mail: liujinhua741852@163.com

摘要: 多视图聚类旨在综合利用视图数据中的一致信息和互补信息实现对数据的划分, 但各视图表征数据的能力参差不齐, 甚至有的视图可能含有大量的冗余和噪声信息, 不仅不能带来多样的信息, 反而影响聚类性能. 本文提出了自适应加权的低秩约束的多视图子空间聚类算法, 通过自适应学习的方式给各视图赋予不同权重来构造各视图共享的潜在一致低秩矩阵. 并且提出了有效的可迭代优化算法对模型进行优化. 在 5 个公开数据集上的实验结果表明所提算法的有效性.

关键词: 子空间表示; 多视图聚类; 自适应加权; 低秩约束

引用格式: 刘金花, 岳根霞, 王洋, 贺潇磊. 自适应加权低秩约束的多视图子空间聚类算法. 计算机系统应用, 2020, 29(12): 228-233. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/7699.html>

Adaptive Weighted Low-Rank Constrained Multi-View Subspace Clustering

LIU Jin-Hua¹, YUE Gen-Xia¹, WANG Yang², HE Xiao-Lei²

¹(Fenyang College of Shanxi Medical University, Fenyang 032200, China)

²(North Automatic Control Technology Institute, Taiyuan 030006, China)

Abstract: The goal of multi-view clustering is to divide data exploiting the consistent and complementary information from various views. However, the ability to represent data varies from view to view, and some views may even contain a lot of redundant and noise information which not only cannot bring diverse information, but also affect the clustering performance. In this study, an adaptive weighted low-rank constrained multi-view subspace clustering algorithm is proposed, which construct the latent consensus low-rank matrix shared by each view and each view is given adaptively learned weights. An effective iterative optimization algorithm is proposed to optimize the model. Experimental results on five real data sets show the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: subspace represent; multi-view clustering; adaptively weight; low-rank constraint

1 引言

在实际应用中将来自多个源或者通过不同的采集器采集到的数据, 称为是多视图数据^[1]. 例如, 我们可以通过人脸、指纹、签名或虹膜来进行人物识别; 通过颜色、纹理或图注特征来表示一张图像. 多视图聚类就是利用隐藏在多个视图数据中的互补信息和一致信

息来提高聚类性能^[2,3]. 最直接的方式就是将多视图数据的特征进行简单拼接, 然后执行单视图聚类算法. 然而, 在实际应用中, 特别是多媒体领域, 每个视图的数据都是一个高维的特征空间, 将各视图特征拼接显然会带来“维度诅咒”. 另外, 对于高维数据, 特征分布通常更稀疏, 传统欧式距离来进行相似性度量的方法根

① 基金项目: 2017 年山西省教育规划课题 (GH-17105); 山西医科大学汾阳学院人才引进启动基金 (2018D06)

Foundation item: Year 2017, Educational Plan of Shanxi Province (GH-17105); Start-Up Fund for Introduced Talent of Fenyang College of Shanxi Medical University (2018D06)

收稿时间: 2020-04-25; 修改时间: 2020-05-27; 采用时间: 2020-06-01; csa 在线出版时间: 2020-11-30

本不适用^[4].为了解决这个问题,本文使用了低秩约束的方法从高维数据中学习低维的子空间,这样既缩减了计算的复杂度,也提高了对噪声数据的鲁棒性.

另外,目前的多视图聚类方法主要分为基于潜在一致信息、基于多样互补信息和综合潜在一致和互补信息三大类.这些方法都有一个共同的缺点,它们平等的对待各视图.由于各视图表征数据的能力有强弱之分,故赋予各视图不同的权重更具合理性^[5].洪敏等^[6]考虑到不同样本存在的“全局”信息的差异,提出了样本加权的 K-means 多视图聚类算法; Xu 等^[7]提出了在各视图间和视图内特征都进行加权的 K-means 多视图聚类算法; 聂飞平等致力于研究自动加权的多图学习模型,主要有 AMGL^[8]和 SwMC^[9]模型,还有 Huang 和 Wang 等^[10,11]提出无需引入任何权值和惩罚参数自动为各视图分配权重的多视图聚类算法,但这些方法主要是针对基于 K-means 或基于图的多视图聚类.本文针对基于子空间的多视图聚类方法提出的自适应权重学习方法,在目标函数中设置了权重参数,且在函数优化的过程中以自动学习的方式同时优化各权值.

2 本文方法

2.1 自表示的子空间聚类

自表示的子空间聚类可以有效处理高维数据,它是基于这样的假设:空间中的任何数据点都可以通过其他样本点的线性组合得到.设 $X^{(v)} = [x_1^{(v)}, x_2^{(v)}, \dots, x_n^{(v)}] \in \mathbb{R}^{d_v \times n}$ 为第 v 个视图的数据矩阵,其中每一列为一个样本, d_v 为特征空间的维度.自表示方式的子空间聚类方程如下所示:

$$\min_Z \mathcal{L}(X^{(v)}, X^{(v)}Z^{(v)}) + \lambda \Omega(Z^{(v)}) \quad (1)$$

其中, $\mathcal{L}(\cdot, \cdot)$ 表示数据重构的误差损失函数, $\Omega(\cdot)$ 表示正则项,并且 λ 用于平衡公式中的两项. $Z^{(v)}$ 为潜在的自表示系数矩阵,当求得 $Z^{(v)}$ 后,就可以通过式(2)来得到用于谱聚类输入的亲邻矩阵 S .

$$S = \sum_{v=1}^V \left(|Z^{(v)}| + |Z^{(v)T}| \right) / 2 \quad (2)$$

2.2 低秩约束

正如前面讨论的,对于高维数据,构造一个低秩的矩阵可以很好地捕获数据的特征. Liu 等^[12]提出了用于单视图数据的低秩表示方法,即将数据样本表示为基的线性组合,然后从这些候选对象中寻找最低的秩

表示.本文将它扩展到多个视图,也就是每个视图数据都进行最低秩表示,如式(3)所示.

$$\min_Z \sum_{v=1}^V \left(\|Z^{(v)}\|_* + \lambda \|E^{(v)}\|_{2,1} \right) \text{ s.t. } X^{(v)} = X^{(v)}Z^{(v)} + E^{(v)} \quad (3)$$

其中, $\|Z^{(v)}\|_*$ 为 Z 的核范数,也就是对 Z 进行秩约束; $\|E^{(v)}\|_{2,1}$ 是自表示重构误差项,用 $L-2, 1$ 范数约束可以使 E 的列元素为0; λ 是用于平衡这两项的正值参数.

2.3 加权融合

由于多视图数据描述的是同一事物,所以这些视图数据有潜在相同的数据结构^[13],那么多视图聚类的目的就是要从不同视图数据中挖掘出潜在一致的数据结构.类似的,本文假设潜在一致数据结构 Z 是由各视图低秩表示 $Z^{(v)}$ 线性组合得到的.另外,考虑到数据的噪声、缺失等因素,还有不同视图数据表征能力的差异性,表征能力强的数据可以很好助力聚类,而表征能力差的数据含有大量噪声和冗余特征阻碍了聚类性能.因此,我们利用了加权的方法来融合得到潜在一致矩阵 Z ,如式(4)为本文提出的目标函数.

$$\begin{cases} \min_Z \sum_{v=1}^V \left\{ \|Z^{(v)}\|_* + \lambda \|E^{(v)}\|_{2,1} + \frac{\pi_v}{2} \|Z^{(v)} - Z\|_F^2 \right\} + \gamma \|\Pi\|^2 \\ \text{s.t. } X^{(v)} = X^{(v)}Z^{(v)} + E^{(v)}, \Pi = (\pi_1, \dots, \pi_V)^T, \pi_v > 0, \sum_{v=1}^V \pi_v = 1 \end{cases} \quad (4)$$

式中, $\|Z^{(v)} - Z\|_F^2$ 用来测量潜在一致低秩矩阵 Z 和第 v 个视图的低秩表示 $Z^{(v)}$ 之间的差异, π_v 为各视图权重,从目标函数整体来看, $\|Z^{(v)} - Z\|_F^2$ 值大,对应的权重值就小. γ 为平衡参数,添加最后一项是为了防止权重过拟合到一个视图,也就是避免出现平凡解.

3 优化

式(4)是典型的低秩优化问题,本文利用了增广拉格朗日乘子法来进行优化.为了变量可分,引入了辅助变量 $R^{(v)}$ 代替 $Z^{(v)}$ 得到式(5).

$$\begin{cases} \min_{Z^*} \sum_{v=1}^V \left\{ \|R^{(v)}\|_* + \lambda \|E^{(v)}\|_{2,1} + \frac{\pi_v}{2} \|Z^{(v)} - Z\|_F^2 \right\} + \gamma \|\Pi\|^2 \\ \text{s.t. } \begin{cases} X^{(v)} = X^{(v)}Z^{(v)} + E^{(v)}, R^{(v)} = Z^{(v)} \\ \Pi = (\pi_1, \dots, \pi_V)^T, \pi_v > 0, \sum_{v=1}^V \pi_v = 1 \end{cases} \end{cases} \quad (5)$$

对应的增广拉格朗日函数如式(6),其中 $Y_1^{(v)}$ 和

$Y_2^{(v)}$ 为拉格朗日乘子, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示两个矩阵的内积, $\mu > 0$ 为可适应的惩罚参数.

$$\begin{cases} \min_{Z^*} \sum_{v=1}^V \left\{ \|R^{(v)}\|_* + \lambda \|E^{(v)}\|_{2,1} + \frac{\pi_v}{2} \|Z^{(v)} - Z\|_F^2 \right\} + \gamma \|\Pi\|^2 \\ \text{s.t.} \begin{cases} X^{(v)} = X^{(v)}Z^{(v)} + E^{(v)}, R^{(v)} = Z^{(v)} \\ \Pi = (\pi_1, \dots, \pi_V)^T, \pi_v > 0, \sum_{v=1}^V \pi_v = 1 \end{cases} \end{cases} \quad (6)$$

3.1 更新 $R^{(v)}$

固定除 R 之外的其他所有变量, 得到关于 R 的子问题如式 (7):

$$O(R^{(v)}) = \min \|R^{(v)}\|_* + \frac{\mu}{2} \|R^{(v)} - (Z^{(v)} + Y_2^{(v)}/\mu)\|_F^2 \quad (7)$$

上式可以通过奇异值阈值法^[14]来求解如式 (8), 获得闭形式的解. 其中 $S_{\tau}[\cdot]$ 是收缩阈值操作符.

$$R^{(v)} = S_{1/\mu} [Z^{(v)} + Y_2^{(v)}/\mu] \quad (8)$$

3.2 更新 $Z^{(v)}$

固定除 $Z^{(v)}$ 之外的其他所有变量, 得到关于 $Z^{(v)}$ 的子问题如式 (9):

$$\begin{aligned} O(Z^{(v)}) = \min \frac{\pi_v}{2} \|Z^{(v)} - Z\|_F^2 \\ + \frac{\mu}{2} \|X^{(v)}Z^{(v)} - (X^{(v)} - E^{(v)} + Y_1^{(v)}/\mu)\|_F^2 \\ + \frac{\mu}{2} \|Z^{(v)} - (R^{(v)} + Y_2^{(v)}/\mu)\|_F^2 \end{aligned} \quad (9)$$

对式 (9) 求关于 $Z^{(v)}$ 的导数, 并令其为 0, 得到了下面的优化解.

$$\begin{aligned} Z^{(v)} = \left((\pi_v + \mu)I + \mu(X^{(v)})^T X^{(v)} \right)^{-1} \\ \left(\pi_v Z^* + \mu(X^{(v)})^T (X^{(v)} - E^{(v)} + Y_1^{(v)}/\mu) + \mu R^{(v)} - Y_2^{(v)} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

3.3 更新 $E^{(v)}$

固定除 E 之外的所有变量, 得到关于 E 的子问题如式 (11):

$$\begin{aligned} O(E^{(v)}) = \min \lambda \|E^{(v)}\|_{2,1} + \\ \frac{\mu}{2} \|E^{(v)} - (X^{(v)} - X^{(v)}Z^{(v)} + Y_1^{(v)}/\mu)\|_F^2 \end{aligned} \quad (11)$$

参照文献 [12] 中引理 3.3 得到下面的优化解.

$$[E^{(v)}]_{:,k} = \begin{cases} \frac{\|Q^{(v)}\|_{2,1} - 1/\mu}{\|Q^{(v)}\|_{2,1}} [Q^{(v)}]_{:,k}, & \text{if } \|Q^{(v)}\|_{2,1} > 1/\mu \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (12)$$

其中, $Q^{(v)} = (X^{(v)} - X^{(v)}Z^{(v)} + Y_1^{(v)}/\mu)$ 并且 $[Q^{(v)}]_{:,k}$ 为 $Q^{(v)}$ 的第 k 列.

3.4 更新 Z

固定除 Z 外的其他变量, 得到了关于 Z 的子问题:

$$O(Z^*) = \min \sum_{v=1}^V \pi_v \|Z^{(v)} - Z\|_F^2 \quad (13)$$

对式 (13) 求关于 Z 的导数, 并令其为零, 得到了下面的优化公式:

$$Z = \sum_{v=1}^V \pi_v Z^{(v)} / \sum_{v=1}^V \pi_v \quad (14)$$

3.5 更新 Π

固定 Π 之外的其他变量, 得到了关于 Π 的子问题.

$$\begin{cases} O(\omega) = \min \sum_{v=1}^V \frac{\pi_v}{2} \|Z^{(v)} - Z\|_F^2 + \gamma \|\Pi\|^2 \\ \text{s.t.} \Pi = (\pi_1, \dots, \pi_V)^T, \pi_v > 0, \sum_{v=1}^V \pi_v = 1 \end{cases} \quad (15)$$

令 $f^{(v)} = \|Z^{(v)} - Z\|_F^2$, 我们可以通过下面的公式来求解上述问题.

$$\begin{cases} O = \min_{\omega} \left\| \Pi + \frac{1}{\gamma} f \right\|^2 \\ \text{s.t.} \pi_v \geq 0, 1^T \Pi = 1, f = [f^1, f^2, \dots, f^V] \end{cases} \quad (16)$$

这是经典的二次规划问题, 可以通过 Matlab 中现有的凸优化工具 CVX 来解决.

3.6 更新拉格朗日乘子

$$\begin{cases} Y_1^{(v)} = Y_1^{(v)} + \mu(X^{(v)} - X^{(v)}Z^{(v)} - E^{(v)}) \\ Y_2^{(v)} = Y_2^{(v)} + \mu(Z^{(v)} - R^{(v)}) \end{cases} \quad (17)$$

我们重复迭代上述 6 个步骤, 直到满足收敛条件 $\|X^{(v)} - X^{(v)}Z^{(v)} - E^{(v)}\|_{\infty} \leq \varepsilon$ 并且 $\|Z^{(v)} - R^{(v)}\|_{\infty} \leq \varepsilon$, 或者达到预先设定的最大迭代次数, 然后将得到的 Z 进行谱聚类操作. 具体的优化过程如算法 1 所示.

算法 1. 优化过程

输入: 多视图数据集 $X = \{X^{(1)}, \dots, X^{(V)}\}$, 类簇数 k , 参数 λ, γ , 最大迭代次数 $maxIter$, $\mu_{max} = 10^6, \rho = 1.1$.

```

1: Repeat
2:   For  $v \in V$  do
3:     利用求解式 (8) 更新  $R^{(v)}$ 
4:     利用求解式 (10) 更新  $Z^{(v)}$ 
5:     利用求解式 (12) 更新  $E^{(v)}$ 
6:     利用求解式 (16) 更新权重  $\Pi$ 
7:     利用式 (17) 更新拉格朗日乘子  $Y_1^{(v)}, Y_2^{(v)}$ 
8:   end
9:   利用求解式 (14) 更新  $Z$ 
10:  更新  $\mu = \min(\rho\mu, \mu_{max})$ 
11: Until 收敛或达到最大迭代次数
输出:  $Z$ 
    
```

4 实验

4.1 数据集及评价指标

为了验证所提多视图聚类算法的有效性,本文选取了5个公开的数据集进行实验,各数据集描述如下:

(1) Digits 数据集包含 2000 张手写的 0-9 数字图像数据,每个数字包含 200 条样本,共有 6 个视图. 本实验选择了 Fourier 和 pixel 两个视图.

(2) Caltech101-7 是一个广泛使用的图像数据集,包含 7 个类别共 441 张图像,由 CENTRIST、CMT、GIST、HOG、LBP 和 SIFT 6 个视图组成.

(3) 3-source 数据集包含 BBC、Reuters 和 Guardian 3 个源的新闻数据,共 169 条分为 6 个类别.

(4) WebKB 数据集包含 Texas、Cornell、Washington 和 Wisconsin 4 个大学的网页数据. 每个网页由内容、链入信息、视角和城市 4 个视图. 由于 4 个子数据集是相似的,本文采用了 Texas 数据集进行实验,它包含 187 条样本共 5 个类别.

(5) MRSCV1 数据集包含 240 张共 8 个类别的图

像,本实验选择常用的牛、树、建筑、飞机、人脸、汽车和自行车 7 个物体,包含与 Caltech101-7 数据集相同的 6 个视图.

另外,本文采用了两个通用的聚类评价指标 ACC 和 NMI 来对实验结果进行评价.

4.2 比较实验及讨论

将所提算法与现有相关算法进行比较,包括单视图的子空间聚类模型 (LRR)、协同正则的多视图谱聚类模型 (CoregSPC)^[15] 还有潜在的多视图子空间聚类模型 (LMSC)^[16]. 对于单视图的 LRR 模型,我们进行了两次实验,在每个视图上执行 LRR 算法,从得到的结果中取最好的记为 LRR_best; 另外,我们将各视图的特征进行直接拼接后,在其上执行 LRR 算法,得到的结果记为 LRR_catFea. 对于比较算法,涉及到的参数都按照原论文中作者建议的值进行设置. 另外,为了避免算法中随机初始化引起的误差,每个算法在各数据集上都重复进行 10 次实验,然后取均值作为最后结果. 表 1 就是各算法在相应数据集上的聚类准确率和 NMI 值.

表 1 各算法在 5 个公开数据集上的 ACC 和 NMI 值

指标	算法	Digits	WebKB	3-source	Caltech101-7	MRSCV1
ACC	LRR_best	0.67±0.01	0.66±0.00	0.61±0.02	0.65±0.00	0.67±0.01
	LRR_catFea	0.69±0.00	0.68±0.00	0.70±0.00	0.64±0.01	0.66±0.03
	CoregSPC	0.67±0.01	0.45±0.00	0.50±0.01	0.48±0.01	0.65±0.01
	LMSC	0.75±0.01	0.66±0.00	0.73±0.00	0.71±0.01	0.806±0.01
	本文算法	0.78±0.00	0.68±0.01	0.77±0.01	0.73±0.00	0.82±0.01
NMI	LRR_best	0.59±0.00	0.30±0.00	0.38±0.03	0.64±0.00	0.57±0.01
	LRR_catFea	0.60±0.01	0.32±0.00	0.56±0.01	0.60±0.02	0.613±0.04
	CoregSPC	0.50±0.00	0.16±0.00	0.30±0.01	0.62±0.00	0.57±0.01
	LMSC	0.69±0.01	0.33±0.01	0.65±0.00	0.65±0.01	0.65±0.01
	本文算法	0.72±0.01	0.35±0.01	0.68±0.00	0.68±0.00	0.69±0.01

从表中可以看出本文所提算法在 5 个公开的数据集均优于其他的模型,可见算法发挥出了它应有的效果,将表征能力强的视图赋予了大的权重,且摒弃了冗余的特征和噪声特征.

4.3 参数敏感性分析

在所提算法中存在 λ 和 γ 两个参数,我们采用网格搜索的策略来选择最优的参数组合,设置 λ 的取值范围均为 $[10^{-4}, 10^4]$, γ 的取值范围为 $[1, 10^5]$, 图 1 分别展示了两个参数在设定范围内所提算法在 3 个数据集上的准确率和 NMI 值. 从图中可以看出参数在给定的范围内对应的 ACC 与 NMI 值变化都不是特别大,说明该算法在给定的取值范围内对参数 λ 和 γ 不敏感; 不过从 MRSCV1 和 3-sources 数据集的结果可以看出

γ 取值在 $[1, 10^5]$, λ 取 $[10^{-2}, 10^2]$ 聚类结果相对较好,故在其他数据集上进行实验时,我们固定 γ 值为 10, 然后让 λ 取 $[10^{-2}, 10^2]$.

5 总结与展望

文章提出了一个低秩约束的自适应权重的多视图子空间聚类算法,由于高维数据的特征分布比较稀疏,所以利用低秩约束来进行各视图子空间的自表示矩阵,然后学习各视图共享的潜在一致数据结构,另外,在寻找各视图的一致结构时对各视图设置权值,在算法优化的过程中该权值会随着目标函数优化. 在公开的数据集上进行实验证明了所提算法的优越性.

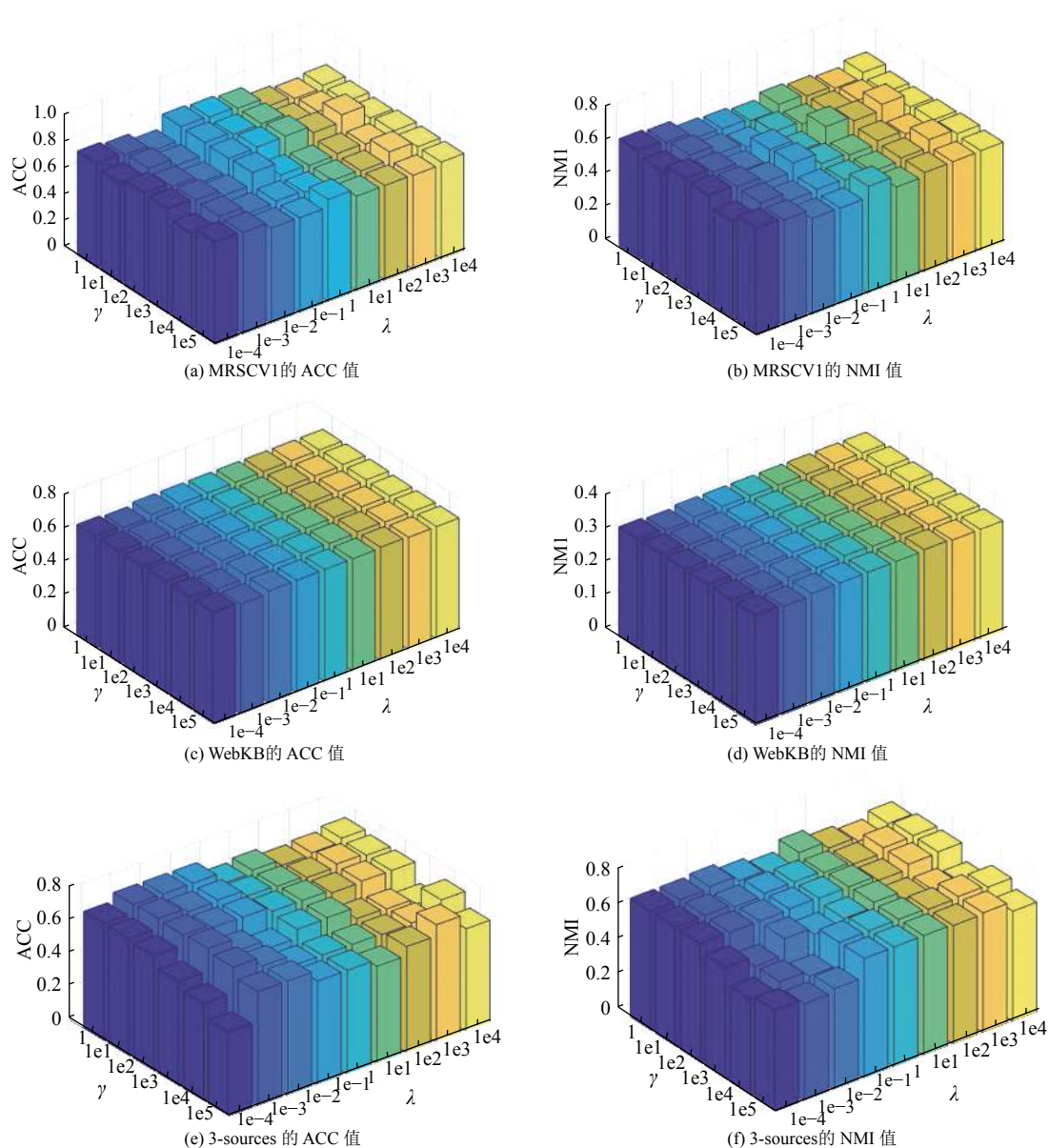


图1 在MRSCV1、WebKB和3-sources数据集上参数 λ 和 γ 取不同值时的聚类ACC和NMI值

注: 参数 λ 和 γ 在较大范围内取值, 3个数据集上的ACC和NMI的值相对稳定, 可见本文模型对这两个参数不敏感。

参考文献

- 1 邓强. 多视图子空间聚类集成方法研究及分布式实现 [硕士学位论文]. 成都: 西南交通大学, 2016.
- 2 张天真. 基于非负矩阵分解的多视图聚类方法研究 [硕士学位论文]. 西安: 西安电子科技大学, 2018.
- 3 何雪梅. 基于集成权重学习和非负矩阵分解的多视图聚类研究 [硕士学位论文]. 南充: 西华师范大学, 2019.
- 4 Fatehi K, Rezvani M, Fateh M, *et al.* Subspace clustering for high-dimensional data using cluster structure similarity. *International Journal of Intelligent Information Technologies*, 2018, 14(3): 38–55. [doi: 10.4018/IJIT.2018070103]
- 5 Hu SZ, Yan XQ, Ye YD. Dynamic auto-weighted multi-view co-clustering. *Pattern Recognition*, 2020, 99: 107101. [doi: 10.1016/j.patcog.2019.107101]
- 6 洪敏, 贾彩燕, 李亚芳, 等. 样本加权的多视图聚类算法. *计算机研究与发展*, 2019, 56(8): 1677–1685.
- 7 Xu YM, Wang CD, Lai JH. Weighted multi-view clustering with feature selection. *Pattern Recognition*, 2016, 53: 25–35. [doi: 10.1016/j.patcog.2015.12.007]
- 8 Nie FP, Li J, Li XL. Parameter-free auto-weighted multiple

- graph learning: A framework for multiview clustering and semi-supervised classification. Proceedings of the 25th International Joint Conference on Artificial Intelligence. New York, NY, USA. 2016. 1881–1887.
- 9 Nie FP, Li J, Li XL. Self-weighted multi-view clustering with multiple graphs. Proceedings of the 26th International Joint Conference on Artificial Intelligence. Melbourne, Australia. 2017. 2564–2570.
- 10 Huang SD, Kang Z, Xu ZL. Self-weighted multi-view clustering with soft capped norm. Knowledge-Based Systems, 2018, 158: 1–8. [doi: [10.1016/j.knosys.2018.05.017](https://doi.org/10.1016/j.knosys.2018.05.017)]
- 11 Wang H, Yang Y, Liu B, *et al.* A study of graph-based system for multi-view clustering. Knowledge-Based Systems, 2019, 163: 1009–1019. [doi: [10.1016/j.knosys.2018.10.022](https://doi.org/10.1016/j.knosys.2018.10.022)]
- 12 Liu GC, Lin ZC, Yan SC, *et al.* Robust recovery of subspace structures by low-rank representation. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, 35(1): 171–184. [doi: [10.1109/TPAMI.2012.88](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2012.88)]
- 13 苏辉, 葛洪伟, 张涛, 等. 基于视图相关因子的多视图数据竞争聚类算法. 计算机工程与应用, 2017, 53(3): 100–105.
- 14 Klopp O. Matrix completion by singular value thresholding: Sharp bounds. Electronic Journal of Statistics, 2015, 9(2): 2348–2369. [doi: [10.1214/15-EJS1076](https://doi.org/10.1214/15-EJS1076)]
- 15 Kumar A, Rai P, Daumé H. Co-regularized multi-view spectral clustering. Proceedings of the 24th International Conference on Neural Information Processing Systems. Granada, Spain. 2011. 1413–1421.
- 16 Zhang CQ, Fu HZ, Hu QH, *et al.* Generalized latent multi-view subspace clustering. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2020, 42(1): 86–99. [doi: [10.1109/TPAMI.2018.2877660](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2018.2877660)]