

基于辅助数据的 OFDM 时间同步算法^①



汪莹¹, 张珮明¹, 施展¹, 王劲², 李家樑², 王潮雄³

¹(广东电网有限责任公司 电力调度控制中心, 广州 510600)

²(广东省电信规划设计院有限公司, 广州 510630)

³(华南理工大学, 广州 510641)

摘要: 为了实现 OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, 正交频分复用) 系统在任意载波频偏下的高精度同步, 本文提出了一种基于辅助数据的系统定时偏移估计方法. 首先, 在高斯白噪声信道下, 基于不具有特殊结构的辅助数据, 推导了最大似然准则下的最佳同步算法; 然后针对最大似然法复杂度过高的问题, 设计了计算复杂度降低的次优方法; 最后, 采用蒙特卡罗仿真, 在频率选择性瑞利衰落信道下, 对得到的新算法进行了评估. 实验结果表明, 新方法的定时性能显著优于传统算法.

关键词: 正交频分复用; 子载波间干扰; 定时; 同步; 估计; 最大似然

引用格式: 汪莹, 张珮明, 施展, 王劲, 李家樑, 王潮雄. 基于辅助数据的 OFDM 时间同步算法. 计算机系统应用, 2020, 29(2): 140-144. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/7060.html>

OFDM Time Synchronization Algorithm Based on Auxiliary Data

WANG Ying¹, ZHANG Pei-Ming¹, SHI Zhan¹, WANG Jin², LI Jia-Liang², WANG Chao-Xiong³

¹(Dispatching and Control Center, Guangdong Electric Power Co. Ltd., Guangzhou 510600, China)

²(Guangdong Planning and Designing Institute of Telecommunications Co. Ltd., Guangzhou 510630, China)

³(South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

Abstract: In order to realize high-precision synchronization of OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) under arbitrary carrier frequency offset, this study proposes a system timing offset estimation method based on auxiliary data. Firstly, under the Gaussian white noise channel, based on the auxiliary data without special structure, the optimal synchronization algorithm is derived under the maximum likelihood criterion. Then, under the consideration that the maximum likelihood method is too complex, a sub-optimal method, which has reduced computational complexity, is proposed. Finally, the performance of the proposed timing method is evaluated by Monte Carlo simulations under the frequency selective Rayleigh fading channel. The simulation results show that the timing performance of the proposed method is significantly better than the traditional algorithms.

Key words: OFDM; inter-carrier interference; timing; synchronization; estimation; maximum likelihood

引言

正交频分复用 (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM) 是一种应用十分广泛的高速无线通信技术, 已经写入多个无线通信标准当中, 例如: WiFi、WiMax 和 LTE 等. OFDM 将宽带系统划分成多个相互

正交的窄带子信道, 只需要在每个子信道上进行简单的单抽头均衡就可克服信道的频率选择性问题, 实现高谱效的通信. OFDM 系统的对时间同步误差非常敏感, 必须为其设计可靠的同步方法^[1]. 通常, OFDM 系统中的定时方法分为两类: 盲方法和基于辅助数据的

① 收稿时间: 2019-02-06; 修改时间: 2019-02-27; 采用时间: 2019-04-01; csa 在线出版时间: 2020-01-16

方法. 考虑到基于辅助数据方法在可靠性和计算复杂度方面都均优于盲同步算法, 本文研究基于辅助数据的定时同步算法.

在文献[2]中, Schmidl 等提出了一种基于二段重复前导的定时和频率估计方法, 算法计算复杂度低且鲁棒性好. 然而, 其定时测度函数中存在一个平台, 使定时均方误差较大. 为了提高定时准确性, Minn 等在文献[3]中通过将长度等于循环前缀的矩形与 Schmidl 的定时测度作卷积消除了测度函数中的平台. Shi 等^[4]扩展了 Minn 的方法并利用所有可能的自相关乘积项来获得更高的精度. 然而, 由于定时测度函数存在旁瓣, 文献[3]和[4]所提方法的估计精度仍然受限. 在文献[5]中, Park 等提出了一种由两个对称部分组成的辅助数据前导, 通过对称自相关操作, 得到一个非常尖锐的定时测度. 文献[2-5]所提算法都是基于自相操作运算, 这些算法对接收机的载波偏移不敏感且实现简单.

在文献[6-8]中, 几种基于本地辅助数据与接收信号互相关操作的同步算法被提出, 这些算法的定时测度函数都呈脉冲状. 文献[6,7]的方法容易受到载波频偏的影响. 文献[8]所提出的定时算法具备对抗微小频偏的能力, 但当频偏绝对值大于子载波间隔时, 算法不能稳健工作.

继自相关类算法与互相关类算法之后, 多个基于自相关和互相关相结合的算法被提出^[9-11]. 文献[9]提出了一种伪噪声序列加权的辅助序列, 利用辅助序列特定结构设计定时算法, 显著提高了定时偏移估计的准确性. 在文献[10,11]中, Abdzadeh-Ziabari 等和 Liu 等提出了一种与辅助数据结构无关的定时算法, 相关操作中所采用的乘积项数大大超过了其之前的算法, 使得定时精度大大增强. 值得说明的是, 文献[11]的算法与文献[10]中的算法基本思想相同, 定时精度也一样, 但前者计算复杂度更低.

为了进一步提高定时同步的性能, 本文研究基于最大似然 (Maximum-Likelihood, ML) 准则的定时算法. 在文献[12-14]中, 已经提出了几种 ML 定时算法, 文献[12,13]中的 ML 估计器利用了辅助数据循环前缀中包含的冗余信息, 因而它们不适用于没有循环前缀的 OFDM 系统, 例如零前缀 OFDM. 文献[14]中的 ML 估计器则依赖于具有多段重复结构的辅助数据. 与现有的 ML 定时算法不同, 本文研究独立于辅助数据结构的定时算法, 在无线通信工程中具有重要的应用价值.

1 信号模型

在 OFDM 系统中, 发射机基带输出端的复值抽样信号可以表示为:

$$x(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N_{\text{use}}-1} X_k e^{j2\pi kn/N}, 0 \leq n \leq N-1 \quad (1)$$

其中, n 是时域抽样索引, N 是子载波总数, N_{use} 是活动的子载波数, X_k 表示第 k 个子载波上的调制数据符号. 在实际应用中, $x(n)$ 是通过逆快速傅里叶变换 (Inverse Fast Fourier Transformation, IFFT) 计算的. 为了避免多径信道中的符号间干扰 (Inter-Symbol Interference, ISI) 和载波间干扰 (Inter-Carrier Interference, ICI), $x(n)$ 前面附加长度为 G 的循环前缀, 如下所示:

$$\tilde{x}(n) = \begin{cases} x(n+N), & -G \leq n \leq -1 \\ x(n), & 0 \leq n \leq N-1 \end{cases} \quad (2)$$

其中, 循环前缀的长度应长于信道脉冲响应的可能长度.

参考文献[12,14]的做法, 本文在平坦衰落信道下推导 ML 定时算法. 所得算法在频率选择性信道下的性能将在算法仿真环节进行充分评估. 经过平坦衰落信道后的接收信号可以表示为:

$$r[n] = x[n-\tau]e^{j(2\pi\epsilon n/N+\theta)} + \omega[n] \quad (3)$$

其中, τ 是时间偏移量, ϵ 是被子载波间隔归一化后的载波频偏, θ 是相位偏移, $\omega(n)$ 是均值为零, 方差为 σ_ω^2 的高斯白噪声.

假设一个基于帧传输的 OFDM 系统, 每个信号帧由辅助数据和 $M-1$ 个 OFDM 符号组成. 辅助数据位于帧的起始处, 用向量表示为 $S = [s_0, s_1, \dots, s_{N-1}]$, 其中 s_k 是 S 的第 k 个元素.

2 同步算法

2.1 ML 同步

不失一般性, 将接收到的与数据帧等长的抽样序列表示为:

$$\bar{r} = \{r[n] | n = 0, 1, \dots, \tau, \dots, MN-1\} \quad (4)$$

其中, $r(0)$ 和 $r(\tau)$ 分别表示接收信号的第一个抽样和辅助数据的起始点. 考虑到循环前缀对互相关类算法性能影响不大, 为了使理论分析更为直观, 下面的推导过程将忽略循环前缀. 然后, 接收信号抽样可以看作由 $(M-1)N$ 个数据抽样点和 N 辅助数据抽样构成, 其索引

分别为 $I_p = \{n|\tau \leq n < \tau + N\}$ 和 $I_d = \{n|0 \leq n < \tau\} \cup \{n|\tau + N \leq n < MN\}$. 当 N 足够大时, 这些数据抽样可以视为随机过程, 具体来说, 抽样点间相互独立, 且同服从复高斯分布, 方差为零, 方差为 $\sigma_1^2 = \sigma_x^2 + \sigma_\omega^2$, 其中 σ_x^2 是 $x(n)$ 的方差. 因此, 在给定 τ 、 ε 和 θ 的情况下, $r(n)$ 的条件概率密度函数可以表示为:

$$f(r(n)|\tau, \varepsilon, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\sigma_\omega^2} \exp\left(-\frac{|r(n) - s_{n-\tau} e^{j(2\pi\varepsilon n/N + \theta)}|^2}{\sigma_\omega^2}\right), n \in I_p \\ \frac{1}{\pi\sigma_1^2} \exp\left(-\frac{|r(n)|^2}{\sigma_1^2}\right), n \in I_d \end{cases} \quad (5)$$

显然, \bar{r} 中的元素彼此间相互独立, 且其条件概率密度函数可以写为式 (6):

$$\begin{aligned} (\tau_o, \varepsilon_o, \theta_o) &= \underset{(\tau, \varepsilon, \theta)}{\operatorname{argmax}} -\rho_0 \sum_{n \in I_d} |r(n)|^2 - \sum_{n \in I_p} |r(n) - s_{n-\tau} e^{j(2\pi\varepsilon n/N + \theta)}|^2 \\ &= \underset{(\tau, \varepsilon, \theta)}{\operatorname{argmax}} \left\{ 2\operatorname{Re} \left\{ e^{-j(2\pi\varepsilon\tau/N + \theta)} \sum_{i=0}^{N-1} r(\tau+i) s_i^* e^{-j2\pi\varepsilon i/N} \right\} - \rho_1 \sum_{i=0}^{N-1} |r(\tau+i)|^2 - c \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

这里 $\rho_1 = \sigma_d^2 / (\sigma_\omega^2 + \sigma_d^2)$, c 是一个独立于 $(\tau, \varepsilon, \theta)$ 的常数:

$$c = \rho_0 \sum_{i=0}^{MN-1} |r(i)|^2 + \sum_{i=0}^{N-1} |s_i|^2 \quad (10)$$

不难发现, 对于任意给定的 τ 和 ε , 式 (9) 的右边可以最大化为:

$$2 \left| \sum_{i=0}^{N-1} r(\tau+i) s_i^* e^{-j2\pi\varepsilon i/N} \right| - \rho_1 \sum_{i=0}^{N-1} |r(\tau+i)|^2 - c \quad (11)$$

其条件是:

$$\theta = -\frac{2\pi\varepsilon\tau}{N} + \angle \left\{ \sum_{i=0}^{N-1} r(\tau+i) s_i^* e^{-j2\pi\varepsilon i/N} \right\} \quad (12)$$

其中, \angle 表示对复数取复角操作. 因此, 可以忽略式 (11) 中的常数 c 来获得参数 (τ, ε) 的最佳估计:

$$(\tau_o, \varepsilon_o) = \underset{(\tau, \varepsilon)}{\operatorname{argmax}} \left\{ 2 \left| \sum_{i=0}^{N-1} r(\tau+i) s_i^* e^{-j2\pi\varepsilon i/N} \right| - \rho_1 \sum_{i=0}^{N-1} |r(\tau+i)|^2 \right\} \quad (13)$$

值得注意的是, 式 (13) 中的参数 ρ_1 是一个与接收信号信噪比有关的常数. 此外, 当 N 很大时, 式 (13) 中的 $\sum_{i=0}^{N-1} |r(\tau+i)|^2$ 也可以被视为常数 $N\sigma_1^2$ (σ_1^2 是接收信号 $r(x)$ 的平均功率). 进一步地, 通过省略前述两个式子中的常数, 可以得到参数 (τ_o, ε_o) 的估计表达式的更简洁形式:

$$f(\bar{r}|\tau, \varepsilon, \theta) = \prod_{n \in I_p \cup I_d} f(r(n)|\tau, \varepsilon, \theta) \quad (6)$$

因而, τ 、 ε 和 θ 3 个参数的最佳估计能够通过最大化自然对 $\log(f(\bar{r}|\tau, \varepsilon, \theta))$ 获得, 现定义:

$$\Lambda(\tau, \varepsilon, \theta) = \log(f(\bar{r}|\tau, \varepsilon, \theta)) \quad (7)$$

通过将式 (5) 和式 (6) 代入式 (7) 中, 忽略其中的常数项 $(-N \log(\pi\sigma_\omega^2) - (M-1)N \log(\pi\sigma_1^2))$ 并乘以一个复常数 σ_ω^2 , 得到如下简化的似然函数:

$$\Lambda'(\tau, \varepsilon, \theta) = -\rho_0 \sum_{n \in I_d} |r(n)|^2 - \sum_{n \in I_p} |r(n) - s_{n-\tau} e^{j(2\pi\varepsilon n/N + \theta)}|^2 \quad (8)$$

其中, $\rho_0 = \sigma_\omega^2 / (\sigma_\omega^2 + \sigma_d^2)$. 则 $(\tau, \varepsilon, \theta)$ 的最大似然估计可以写为式 (9):

$$(\tau_o, \varepsilon_o) = \underset{(\tau, \varepsilon)}{\operatorname{argmax}} \left\{ \sum_{i=0}^{N-1} r(\tau+i) s_i^* e^{-j2\pi\varepsilon i/N} \right\} \quad (14)$$

在载波频偏可以被忽略的 OFDM 应用中, 例如数字用户线 (Digital Subscriber Line, DSL), 此时式 (14) 给出的时偏和频偏的联合估计 (τ_o, ε_o) 可简化为时间偏移估计. 该时偏的估计可以通过搜索使 $[r(\tau), r(\tau+1), \dots, r(\tau+N-1)]$ 达到峰值的 τ 获得. 当 CFO 不确定的时候, 式 (14) 中的 (τ_o, ε_o) 估计值需通过二维联合搜索来获得, 由于 ε 是连续变量, 该联合搜索的实现复杂度很高.

2.2 简化的同步算法

可以发现, 式 (14) 右边绝对值符号内的操作在本质上是信号 $r(\tau+i) s_i^*$ 在频率 $2\pi\varepsilon/N$ 上做时间离散傅里叶变换 (Discrete-Time Fourier Transformation, DTFT). 另一方面, 离散傅里叶变换 (Discrete Fourier Transform, DFT) 是 DTT 在频域的等距采样. 同时注意到, 对于一个具有 N 个采样点的时域信号, 其 N 点 DFT 与其 DTFT 所包含的信息完全相同. 基于上述事实, 本文提出了如下近似最优的定时算法:

$$\hat{\tau} = \underset{d}{\operatorname{argmax}} \{M(d)\} \quad (15)$$

其中,

$$M(d) = \max \left\{ \left| \sum_{i=0}^{N-1} r(d+i)s_i^* e^{-j\frac{2\pi}{N}ki} \right|, 0 \leq k < N \right\} \quad (16)$$

是定时测度函数。

2.3 算法复杂度分析

除了定时精度, 算法的计算复杂度也具有重要的工程意义. 这里通过比较不同时偏估计器的定时测度函数所需的乘法和加法的数量来评估同步算法的复杂性. 在 OFDM 系统中, 子载波数总是设置为 2 的整数次幂, 以便于使用 FFT/IFFT 操作来实现信号的调制与解调. 因此, 式 (16) 中的 DFT 也可以通过 FFT 来实现, 这极大地降低了计算复杂度.

为了使分析更为直观, 重写式 (16) 给出的定时测度函数如下:

$$M(d) = \max\{|(R_d \circ S^*)W_k^H|, 0 \leq k < N\} \quad (17)$$

其中,

$$R_d = [r(d), r(d+1), \dots, r(d+N-1)] \quad (18)$$

$$W_k = [1, e^{j\frac{2\pi}{N}k}, e^{j\frac{2\pi}{N}2k}, \dots, e^{j\frac{2\pi}{N}(N-1)k}] \quad (19)$$

其中, \circ 表示矩阵的哈达玛乘积, 即对两个矩阵中相同位置的元素相乘, $(\cdot)^H$ 表示矩阵的共轭转置操作.

接下来评估对于给定的考察点 d 获得其对应的定时测度 $M(d)$ (见式 (17)) 所需要的计算复杂度. 首先是接收信号与本地导言的互相关操作, 通过对接收信号向量 R_d 与本地辅助数据 S 作哈达玛乘实现, 该操作需要运用 N 次复数乘法; 然后将得到的序列从时域变换到频域, 通过 N 点 FFT 实现, 需要 $0.5N \log_2 N$ 次复数乘法和 $N \log_2 N$ 次复数加法; 最后, N 次复数乘法和 $N-1$ 复数加法用来从得到的频域向量中搜索最大元素. 因此, 对于任意给定的 d , 计算 $M(d)$ 所需要的复数乘法和复数加法的总数分别为 $N(0.5 \log_2 N + 2)$ 和 $(\log_2 N + 1)N - 1$.

表 1 给出了本文提出算法与其他算法计算复杂的对比. 应该注意到, 尽管新算法的计算复杂度高于文献 [2,6,9] 中提出的算法, 但新算法的定时精确性远高于这些算法, 详细比较将在后文给出. 对于文献 [10] 中的算法, 该算法允许接收机根据接收信号的信噪比决定采用多少乘积项来构建定时测度函数, 具体来说, 该算法通过设置矩阵 $F = [F_1, F_2, \dots, F_i, \dots, F_{l_s}]$ 和 $G = [G_1, G_2, \dots, G_i, \dots, G_{l_s}]$ 来实现精度与复杂度的折衷. 需注意矩阵 F 和 G 中的 F_i 和 G_i 是它们各自的子向量. 集合 F 或 G 中的元素总数为 L , 如果有必要, 该值最大可以达到 $(N-1)(N/2)$. 选取的乘积项数 L 越多, 算法的定

时精度越高. 从后续仿真结果可见, 即使该算法用尽了全部乘积项, 其定时精度也弱于本文算法.

表 1 不同算法计算复杂度比较

算法	复数乘法	复数加法
Schmidl ^[2]	2	2
Ren ^[9]	1	$N-1$
Kang ^[6]	2	$N-1$
HM ^[10]	$l_s + L + 1$, 其中 $0 < l_s < N$, $L \leq (N^2 - N)/2$	L
本文所提算法	$N(0.5 \log_2 N + 2)$	$N(\log_2 N + 1) - 1$

3 仿真及结果

这里采用蒙特卡罗仿真对所提出的算法与现有算法进行对比. 在仿真中, OFDM 系统的子载波数设置为 64、循环前缀长度为符号长度的 1/8 ($G=8$), 在每个信噪比下都进行 10 万次随机信道仿真, 再对结果求平均. 被子载波间隔归一化的 CFO 设置为 $\epsilon = 3.1$. 考虑到 OFDM 系统总是在多径信道下工作, 这里采用两个不同的多径信道进行仿真. 第一个是斯坦福大学临时 (Stanford University Interim, SUI) 信道模型, 采样率为 5 MHz; 第二个是 5 条抽头多径瑞利衰落信道. 考虑到均方误差 (Mean Square Error, MSE) 均方误差同时反映了估计的偏差和方差, 这里采用 MSE 来评价所提出的定时方法的性能.

图 1 绘出了本文所提方法与几种现有方法在 SUI-1 信道下的定时估计 MSE 的比较. 可以看出, 新提出的方法比以前的方法具有明显更好的性能. 值得一提的是, 即使 HM 算法将所有的相关乘积项都采用 (算法复杂度达到最大), 其定时精度也弱于本文提出的算法. 此外可以看到, 受 CFO 的影响, 文献 [6] 和文献 [8] 的定时估计均方误差很大.

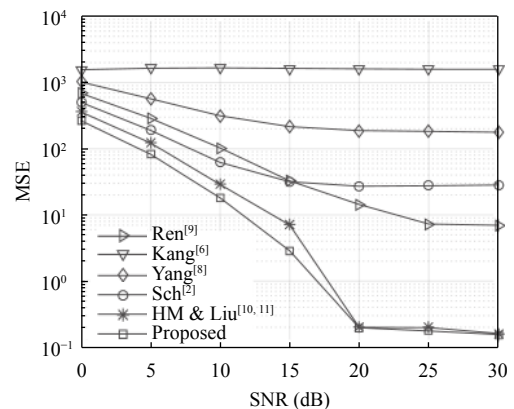


图 1 在 SUI 信道下不同定时算法的 MSE 对比

图2 绘出了在一个具有5个抽头的频率选择性瑞利衰落信道中不同估计器的MSE, 抽头序号记为 $\ell = 0, 1, \dots, 4$ 抽头平均功率衰减系数设置为 $e^{\ell/5}$. 在这里, 子载波个数和循环前缀分别设置为 $N = 64$ 和 $G = 12$. 对于HM的方法^[10], 为了使它达到最好的性能, 其所有相关乘积项都被运用到测度函数中. 由图2可见, 本文所提出的方法具有比其他方法明显更好的性能.

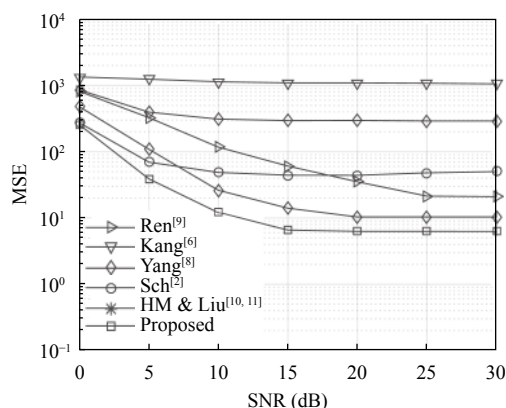


图2 在一个5抽头多径信道下不同算法的MSE

4 结语

本文中先推导了OFDM系统的定时偏移和载波频偏的ML联合估计, 然后, 基于ML估计器提出了简化的定时同步方法. 所提出的定时方法对辅助数据结构没有特殊要求, 并且对子载波频偏不敏感, 可以在任何数值的载波频偏下实现定时同步. 仿真结果表明, 本同步算法优于现有算法.

参考文献

- Parekha CD, Patel JM. Overview on synchronization in OFDM systems. Proceedings of 2016 International Conference on Advances in Computing, Communication, & Automation. Dehradun, India. 2016. 1–6.
- Schmidl TM, Cox DC. Robust frequency and timing synchronization for OFDM. IEEE Transactions on Communications, 1997, 45(12): 1613–1621. [doi: 10.1109/26.650240]
- Minn H, Zeng M, Bhargava VK. On timing offset estimation for OFDM systems. IEEE Communications Letters, 2000, 4(7): 242–244. [doi: 10.1109/4234.852929]
- Shi K, Serpedin E. Coarse frame and carrier synchronization of OFDM systems: A new metric and comparison. IEEE Transactions on wireless Communications, 2004, 3(4): 1271–1284. [doi: 10.1109/TWC.2004.828282]
- Park B, Cheon H, Kang C, et al. A novel timing estimation method for OFDM systems. IEEE Communications Letters, 2003, 7(5): 239–241. [doi: 10.1109/LCOMM.2003.812181]
- Kang Y, Kim S, Ahn D, et al. Timing estimation for OFDM systems by using a correlation sequence of preamble. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 2008, 54(4): 1600–1608. [doi: 10.1109/TCE.2008.4711208]
- Abdzadeh-Ziabari H, Shayesteh MG, Manaffar M. An improved timing estimation method for OFDM systems. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 2010, 56(4): 2098–2105. [doi: 10.1109/TCE.2010.5681078]
- Yang F, Zhang X. Robust time-domain fine symbol synchronization for OFDM-based packet transmission using CAZAC preamble. Proceedings of 2013 IEEE Military Communications Conference. San Diego, CA, USA. 2013. 436–440.
- Ren GL, Chang YL, Zhang H, et al. Synchronization method based on a new constant envelop preamble for OFDM systems. IEEE Transactions on Broadcasting, 2005, 51(1): 139–143. [doi: 10.1109/TBC.2004.842520]
- Abdzadeh-Ziabari H, Shayesteh MG. Robust timing and frequency synchronization for OFDM systems. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2011, 60(8): 3646–3656. [doi: 10.1109/TVT.2011.2163194]
- Liu Y, Yu H, Ji F, et al. Robust timing estimation method for OFDM systems with reduced complexity. IEEE Communications Letters, 2014, 18(11): 1959–1962. [doi: 10.1109/LCOMM.2014.2358234]
- Van De Beek JJ, Sandell M, Borjesson PO. ML estimation of time and frequency offset in OFDM systems. IEEE Transactions on Signal Processing, 1997, 45(7): 1800–1805. [doi: 10.1109/78.599949]
- Chin WL. ML estimation of timing and frequency offsets using distinctive correlation characteristics of OFDM signals over dispersive fading channels. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2011, 60(2): 444–456. [doi: 10.1109/TVT.2010.2102058]
- Choi JW, Lee J, Zhao Q, et al. Joint ml estimation of frame timing and carrier frequency offset for OFDM systems employing time-domain repeated preamble. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(1): 311–317. [doi: 10.1109/TWC.2010.01.090674]