

改进的加权稀疏表示人脸识别算法^①

王 林, 邓芳娟

(西安理工大学 自动化与信息工程学院, 西安 710048)

通讯作者: 邓芳娟, E-mail: 1186577126@qq.com

摘 要: 针对传统的加权稀疏表示分类方法在获取训练样本权重以及求解 l_1 范数最小化问题中计算效率低的问题, 提出了一种加权稀疏表示和对偶增广拉格朗日乘子法 (DALM) 相结合的人脸识别算法 WSRC_DALM 算法. 该算法主要采用高斯核函数计算每个训练样本与测试样本之间的相关性, 即获得训练样本相对于测试样本的权重; 接着利用 DALM 算法求解 l_1 范数最小化模型, 实现测试样本的精准重构和分类, 最后在 ORL 和 FEI 人脸数据集上进行算法验证. 在 ORL 数据集中, WSRC_DALM 算法的识别率高达 99%, 相比经典的 SRC 和 WSRC 算法, 识别率分别提高了 7% 和 4.8%, 同时计算效率比 WSRC 算法提高了约 20 倍; 在 FEI 数据集中, 多姿态变化下的人脸识别率接近于 92%. 实验结果表明, WSRC_DALM 算法在识别准确度和计算效率上具有明显的优势, 并且对较大类内变化具有较好的鲁棒性.

关键词: 人脸识别; 加权稀疏表示; 对偶增广拉格朗日乘子法; 高斯核函数; 鲁棒性

引用格式: 王林, 邓芳娟. 改进的加权稀疏表示人脸识别算法. 计算机系统应用, 2018, 27(6): 134-139. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/6385.html>

Improved Weighted Sparse Representation Algorithm for Face Recognition

WANG Lin, DENG Fang-Juan

(College of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: Aiming at the problem of low efficiency in obtaining training sample weights and solving the l_1 norm minimization, we proposed a face recognition algorithm WSRC_DALM algorithm, which was combined with Weighted Sparse Representation Classification (WSRC) and Dual Augmented Lagrangian Multiplier method (DALM). In the method, the Gaussian kernel function mainly was used to calculate the correlation between each training sample and the test sample, to obtain training samples with respect to the weight of the test sample. Then, the DALM algorithm was used to solve the l_1 norm minimization model, to achieve the test sample accurate reconstruction and classification. Finally, the proposed algorithm was validated by ORL and FEI datasets. In the ORL dataset, the recognition rate of the algorithm is 99%, compared with the classical SRC and WSRC algorithms, the recognition rate is improved by 7% and 4.8% respectively, and the computational efficiency is 20 times higher than WSRC algorithm. And in the FEI dataset, pose-varied face recognition rate is close to 92%. WSRC_DALM algorithm has obvious advantages in recognition accuracy and computational efficiency, and it has good robustness to large intraclass changes.

Key words: face recognition; weighted sparse representation; Dual Augmented Lagrange Multiplier (DALM); Gaussian kernel function; robustness

人脸识别技术作为计算机视觉和模式识别领域研究的热点课题之一, 被广泛用于身份证信息系统、银

行监控、海关出入境检查、犯罪嫌疑人追逃、校园安全、门禁系统等领域, 具有巨大的潜在应用前景. 然而

^① 基金项目: 陕西省科技计划重点项目 (2017ZDCXL-GY-05-03)

收稿时间: 2017-10-02; 修改时间: 2017-10-24; 采用时间: 2017-11-06; csa 在线出版时间: 2018-05-28

在实际的人脸识别系统中,所采集的人脸图像是在不可控的自然环境下进行,常常含有光照、姿态、遮挡、表情、噪声等类内变化.因此,如何在含有较大干扰的人脸识别问题中高效地取得良好的识别结果,便成了当前人脸识别研究所关心的问题^[1].

近年来,受压缩感知理论^[2]启发,Wright等人^[3]提出基于稀疏表示(Sparse Representation-based Classification, SRC)的分类方法,该算法对图像被腐蚀、遮挡及其他噪声等复杂环境下的人脸识别问题获得较好的识别效果.之后,一系列基于SRC分类方法的研究取得了一定进展,具有代表性的包括稀疏重构算法的优化策略^[4]、添加对表示系数的不同约束工作^[5]以及SRC方法与其他算法的结合^[6,7]等.其中,Hui等人^[8]在K最近邻(K-Nearest Neighbors, KNN)算法的基础上,提出了稀疏近邻表示分类(Sparse Neighbor Representation based-Classification, SNRC)算法,利用K个近邻样本数据对测试样本进行稀疏线性重构,一定程度上增强了人脸稀疏重构精度,提高了人脸识别率.李佳等人^[9]为了有效地提升压缩感知图像的重构质量,提出了基于加权结构组稀疏表示(WSGS)算法,该算法明显改善了图像的重构质量,提高了稀疏重构的精度.Fan等人^[10]提出加权稀疏表示分类(Weighted Sparse Representation Classification, WSRC)的人脸识别算法,将样本权重引入到训练字典中加权融合,增强了人脸识别的鲁棒性,但算法比较耗时且不符合实时性要求.

可见,WSRC算法相比经典的SRC算法,提高了人脸识别率,却忽略了它的计算效率.事实上,虽然WSRC算法可以取得理想的识别结果,但是若该算法运用经典的 l_1 范数优化方法(如 l_1-l_2 算法)来求解稀疏表示系数,其计算效率会很低.尤其在实际的人脸识别应用中,常采用的嵌入式系统无法满足该算法高计算复杂度的要求.若要将WSRC算法付诸到实际应用,既要获得良好的分类效果,又要提高基于 l_1 范数优化问题的计算速度,就非常有必要对WSRC算法进行改进,在提高人脸识别率的同时考虑算法的时间效率.鉴于此,本文采用高斯核函数获取训练样本权重和DALM算法求解 l_1 范数最小化模型,提出了一种改进的加权稀疏表示分类算法WSRC_DALM.在不同人脸数据库上的实验表明,基于对偶增广拉格朗日乘子法(Dual Augmented Lagrange Multiplier, DALM)的加权稀疏表示分类算法不仅显著提高了WSRC算法的人

脸识别率,而且降低了时间复杂度,取得了鲁棒性的识别效果.

1 基于SRC的人脸识别

SRC算法的核心思想是将测试样本表示成训练样本的线性组合,通过稀疏重构求出稀疏系数进行图像分类.其主要流程包括:人脸图像的预处理、构造超完备训练字典、图像稀疏重构、稀疏分类,具体如图1所示.

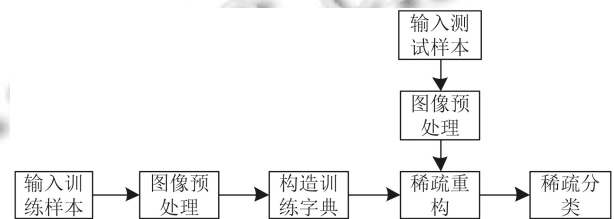


图1 稀疏表示分类框图

在人脸识别中,假定一张人脸灰色图片的像素为 $w \times h$,也是一个 $w \times h$ 的二维矩阵信息,通过将这张图片堆积成一个维度为 $m = w \times h$ 的列向量 v .文献[4]中表明,若人脸数据库中有足够多的图像构成训练字典,在第 i 类人脸图像中, n_i 个样本人脸图像的所有列向量合并成矩阵 $\mathbf{A}_i = [v_{i,1}, v_{i,2}, \dots, v_{i,n_i}] \in \mathbf{R}^{m \times n_i}$.第 i 类的一个新的测试样本 $y \in \mathbf{R}^m$,那么 y 可被矩阵 \mathbf{A}_i 线性表示 $y = x_{i,1}v_{i,1} + x_{i,2}v_{i,2} + \dots + x_{i,n_i}v_{i,n_i}$,其中稀疏系数 $x_i = [x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,n_i}] \in \mathbf{R}^{n_i}$ 是第 i 类训练样本对应测试样本 y 的稀疏系数,也是测试样本重构系数.当不知道 y 的类别时,就要对 y 在所有训练样本上进行线性表示,即: $y = \mathbf{A}x$,其中 $x = [x_1, x_2, \dots, x_k]$ 表示理论上 x 中只有 y 所属的那一类训练样本对应系数非零,而其他部分的系数均为零,则可根据最大的稀疏系数 x 对测试样本 y 进行分类判别.

2 改进的加权稀疏表示

为提高WSRC算法的识别率和计算效率,本文提出了一种加权稀疏表示分类和DALM相结合的分类算法WSRC_DALM.其大体有两方面改进:一方面是利用高斯核函数来计算训练样本的权重,构造加权训练字典 \mathbf{A}' ,保留数据的局部信息和减少计算量;另一方面是基于DALM算法来求解 l_1 范数最小化问题,获取稀疏表示系数,在提高WSRC算法识别效果的基础上,提高了算法的时间效率.

2.1 改进的 WSRC 模型

WSRC 算法的核心思想是获取每个训练样本在表示测试样本中的重要性,即训练样本的权重,之后采用加权的训练样本字典 \mathbf{A}' 用来执行经典的 SRC 算法.为改进 WSRC 算法^[11]中训练样本权重计算量大的问题,本文利用高斯核函数获取每个训练样本相对于测试样本的权重.改进的 WSRC 算法的具体步骤如下:

(1) 输入: 训练字典 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times N}$, 一个测试样本 $y \in \mathbf{R}^m$; 其中训练字典 \mathbf{A} 是由 k 种人的 n_i 个不同的样本图像;

$$\sum_{i=1}^k n_i = N \quad (1)$$

其中, k 表示样本类别, n_i 是每类人的所有样本图像, N 是所有人的样本图像.

(2) 图像预处理: 对 \mathbf{A} 和 y 进行降维和列的归一化处理;

(3) 计算权重: 采用高斯核函数计算每个训练样本和测试样本之间的相似性^[10], 即训练样本的权重 $w_{i,j}$;

$$w_{i,j} = d_g(v_{i,j} - y) = \exp\left(\frac{-\|v_{i,j} - y\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2)$$

其中, $v_{i,j}$ 表示第 i 类样本的第 j 个图像; y 表示测试图像; σ 是高斯核函数的宽度参数, 该参数需要实验仿真时进行设置.

(4) 引入权重, 构造新的训练字典 \mathbf{A}' :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}' &= [\mathbf{A}'_1, \mathbf{A}'_2, \mathbf{A}'_3, \dots, \mathbf{A}'_k] \\ &= [w_{1,1}v_{1,1}, \dots, w_{1,n_1}v_{1,n_1}, \dots, w_{k,n_k}v_{k,n_k}] \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $w_{k,n_k}v_{k,n_k}$ 表示加权后第 k 类样本的第 n_k 个图像.

(5) 求解 l_0 最小化问题:

$$\hat{x} = \min \|x\|_0 \quad \text{s.t.} \quad y = \mathbf{A}'x \quad (4)$$

(6) 计算出测试样本对应的每类人的残差:

$$r_i(y) = \|y - \mathbf{A}'\delta_i(x)\|_2, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (5)$$

(7) 输出: 判断 y 的类别:

$$\text{identity}(y) = \arg \min r_i(y) \quad (6)$$

2.2 基于 DALM 的 l_1 范数最小化

式 (4) l_0 范数问题是一个 NP-hard 问题, 通常可转换为 l_1 范数的凸问题, 当前利用基于最小化 l_1 范数优化问题的 l_1 - l_s 算法大大增加了 WSRC 算法的计算复杂度, 非常耗时. 为了提高 WSRC 算法的时间效率, 本文采用对偶增广拉格朗日乘法 (Dual Augmented

Lagrange Multiplier, DALM) 求解式 (4). 式 (4) 对应的拉格朗日乘子函数^[12]如下:

$$L_\mu(x, \gamma) = \|x\|_1 + \langle \gamma, y - \mathbf{A}'x \rangle + \frac{\mu}{2} \|y - \mathbf{A}'x\|_2^2 \quad (7)$$

其中, $\mu > 0$ 是一个常数且表示的是将等式约束转化为无约束问题的补偿因子. γ 是求出的拉格朗日乘子矢量. 若 γ^* 是一个拉格朗日乘子矢量, 且满足优化问题的二阶充分条件, 那么在补偿因子 μ 足够大的情况下, 稀疏优化问题可通过下式求出, 即:

$$x^* = \arg \min_x L_\mu(x, \gamma^*) \quad (8)$$

由式 (8) 可知, 要求出稀疏解 x , 必须要确定参数 γ^* 和 μ 的取值, 可通过迭代方法^[13]来同时计算 x 和 γ 的取值, 即:

$$\begin{cases} x_{k+1} = \arg \min_x L_k(x, \gamma_k) \\ \gamma_{k+1} = \gamma_k + \mu_k (y - \mathbf{A}x_{k+1}) \end{cases} \quad (9)$$

其中, $\{\mu_k\}$ 是一个正的单调递增序列.

为了精确重构测试图像, 将 ALM 算法运用在对偶问题上, 即 DALM 算法^[14], 则式 (4) 可转化为成:

$$\max_{y^*} y^T y^* \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{A}'^T y^* \in B_1^\infty \quad (10)$$

其中, y^* 是重构测试人脸图像; 稀疏系数 x 的取值区域为 $B_1^\infty = \{x \in \mathbf{R}^n : \|x\|_\infty \leq 1\}$. 此时可将式 (10) 的拉格朗日函数形式的问题表示为:

$$\min_{y^*, x, z} -y^T y^* - x^T (z - \mathbf{A}'^T y^*) + \frac{\beta}{2} \|z - \mathbf{A}'^T y^*\|_2^2 \quad \text{s.t.} \quad z \in B_1^\infty \quad (11)$$

其中, β 是一个大于零的常数且为约束转化为你等式补偿因子; x 是稀疏优化算法最终得到的输出; z 是重构过程中获得的稀疏系数.

对于求解初始化问题 x 和对偶问题变量 y^* 以及 z 都很复杂, 所以采用分部迭代更新方法进行求解. 令 $x = x_k$, $y^* = y_k$, 由此结果将 z_k 更新为 z_{k+1} , 即:

$$z_{k+1} = P_{B_1^\infty} (\mathbf{A}'^T y_k + x_k / \beta) \quad (12)$$

其中, $P_{B_1^\infty}$ 是投影到 B_1^∞ 上的算子, 若确定 $x = x_k$, $z = z_k$, 则 y^* 可由下式计算, 即:

$$\beta \mathbf{A} \mathbf{A}'^T y^* = \beta \mathbf{A} z_{k+1} - (\mathbf{A} x_k - y) \quad (13)$$

DALM 算法^[2]可表示为:

$$\begin{cases} z_{k+1} = P_{B_1^{\infty}}(\mathbf{A}^T y_k^* + x_k / \beta) \\ y_{k+1}^* = (\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}(\mathbf{A}z_{k+1} - (\mathbf{A}x_k - y) / \beta) \\ x_{k+1} = x_k - \beta(z_{k+1} - \mathbf{A}^T y_{k+1}^*) \end{cases} \quad (14)$$

可见由式(12)可精确求出重构测试图像,且可以保证该对偶算法的收敛性。

2.3 算法时间复杂度

假设共有 N 个人脸图像为训练样本,每个人脸图像的维数是 m . 经典 SRC 算法的时间复杂度是 $O(m^2 N^e)^{[10]}$, WSRC 算法中训练样本的时间复杂度 $O(N^s) (s > 2)^{[10]}$, 则其总的时间复杂度为 $O(m^2 N^e) + O(N^s)$. 本文的 WSRC_DALM 算法主要是计算训练样本权重和求解稀疏表示系数中所需的时间较多. 其中训练样本的时间复杂度 $O(N^2)$, 在相同的迭代次数下, DALM 算法相比 l_1-l_s 算法的计算精度高, 运行时间少^[12]. 因此, 总体上所提出的算法要比原始 WSRC 算法的时间复杂度低。

3 实验分析

为了验证 WSRC_DALM 算法在人脸识别中的有效性, 进行了两类实验: 一是算法识别效果和时间测试; 二是算法对多姿态的鲁棒性测试. 本文的两类实验将 WSRC_DALM 算法与经典 SRC 算法(即 SRC(l_1-l_s) 方法)、WSRC 算法(即 WSRC(l_1-l_s) 方法)进行比较. 实验基于 ORL^[15]和 FEI^[11]两个标准人脸数据库, 在 2.60 GHz, 4 G 内存, 64 位 Win7 的计算机系统下进行实验. 实验之前, 需要设置高斯核函数的宽度参数 σ , 即本文将其设置成所有训练样本之间的平均欧氏距离^[16]:

$$\sigma = \frac{1}{M^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (v_i - v_j)^2 \quad (15)$$

其中, M 是所有样本之间的欧氏距离数目。

3.1 ORL 人脸数据库实验

ORL 人脸数据库包含 40 人的 400 张灰度人脸图像, 每人有 10 幅样本图像, 主要包含姿态和表情变化, 每幅样本图像的大小为 112×92 . 部分样本人脸如图 2 所示。



图2 ORL 人脸库中部分图像

实验前, 为了保证实验过程中训练字典的完备性, 即训练字典列的维数大于行的维数, 将所有图像下采

样至 14×12 , 形成 168 维的特征向量. 选择每类人不同数目的图像组成训练样本集, 剩下的图像作为测试样本. 各算法所得的识别率结果如表 1 所示。

表1 ORL 中各算法下识别率比较(单位: %)

算法	训练样本数目				
	3	4	5	6	7
SRC	82.5	97.92	87.5	88.75	92.5
WSRC	82.86	88.33	89.5	90.63	93.75
本文算法	85.36	90.83	91.5	95	98.33

从表 1 中可知, 本文算法识别精度上优于 SRC 算法和 WSRC 算法. 为了更好说明所提算法的计算效率, 将 WSRC 算法和 WSRC_DALM 算法在训练样本数目 $N=6$ 下的运行时间进行了对比, 如表 2 所示. 可见在保证相同识别率的条件下, WSRC_DALM 算法明显在识别时间上较优于 WSRC 算法。

表2 ORL 中 WSRC 和 WSRC_DALM 算法的时间比较

算法	识别率 (%)	计算时间 (s)
WSRC	90.63	5.2457
WSRC_DALM	95	0.2133

3.2 FEI 人脸数据库实验

FEI 数据库包含 200 种人的彩色图像, 其中每类 14 张图像, 含姿态和光照变化的影响. 本文随机选择 100 种人的 11 张姿态各异的图像, 每幅图像的大小是 480×640 . 部分样本人脸如图 3 所示, 其中编号 1-5 是从右侧 90 度到正面过渡姿态图像, 编号 6-10 是从正面到左侧 90 度的过渡姿态图像, 编号 11 是正面图像。

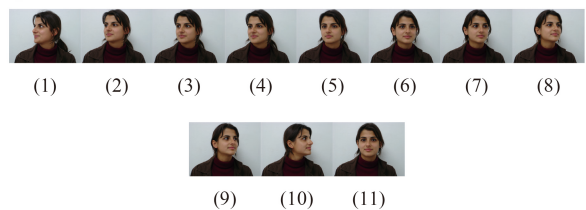


图3 FEI 人脸数据库中部分人脸图像

由于 FEI 数据库中所有的图像是彩色的, 首先对图像进行灰度处理, 其次下采样至 16×24 , 形成 384 维的特征向量. 实验中分别选择每个人不同数目的图像作为训练集构成完备字典, 即 $N=5, 6, 7, 8, 9, 10$, 则剩下的图像作为测试样本. 对比 SRC、WSRC 和 WSRC_DALM 算法, 所得识别率结果如表 3 所示。

表3 FEI中不同训练样本姿态和算法下的识别率

训练样本姿态	测试样本姿态	算法	识别率 (%)
2, 4, 11, 7, 9 N=5	1, 3, 5, 6, 8, 10	SRC(l_1 -ls)	72.33
		WSRC(l_1 -ls)	77
		SRC(DALM)	81
		WSRC_DALM	83
1, 3, 5, 11, 7, 9 N=6	2, 4, 6, 8, 10	SRC(l_1 -ls)	75.6
		WSRC(l_1 -ls)	77
		SRC(DALM)	80.8
		WSRC_DALM	84.2
2, 3, 4, 11, 6, 8, 10 N=7	1, 5, 7, 9	SRC(l_1 -ls)	75
		WSRC(l_1 -ls)	83.75
		SRC(DALM)	87.5
		WSRC_DALM	91.25
2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 N=8	1, 10, 11	SRC(l_1 -ls)	64.47
		WSRC(l_1 -ls)	68.67
		SRC(DALM)	68
		WSRC_DALM	73.33
1, 3, 4, 5, 11, 6, 7, 8, 10 N=9	2, 9	SRC(l_1 -ls)	75
		WSRC(l_1 -ls)	80
		SRC(DALM)	82.5
		WSRC_DALM	85
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 N=10	11	SRC(l_1 -ls)	85
		WSRC(l_1 -ls)	86
		SRC(DALM)	86
		WSRC_DALM	92

从表3可知,随着训练样本的增加,即训练姿态的增加,本文算法的识别率明显优于其他算法.当N=8时,由于测试样本的姿态是1、10、11,尤其是1和10两种姿态影响了识别率,可见识别率的大小与所选择的姿态存在相关性.

为了在视觉上体现出加权稀疏表示结合DALM算法在多姿态人脸识别中的优越性,本文选取了一个被SRC误分类的测试图像进行验证.图4所示为训练字典中第51类人的训练集和测试图像姿态10.



图4 训练字典中第51类训练集和测试姿态10

当训练姿态样本数目N=8时,第51类人的测试图像姿态10被SRC方法误分类,所得的稀疏系数解如图5所示.对比WSRC_DALM算法,如图6所示为第51类人的测试图像姿态10的稀疏系数解.

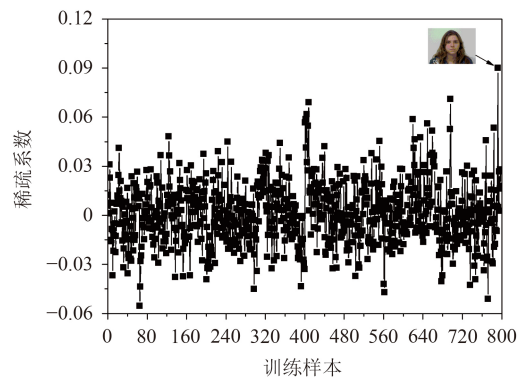


图5 SRC算法的稀疏系数解

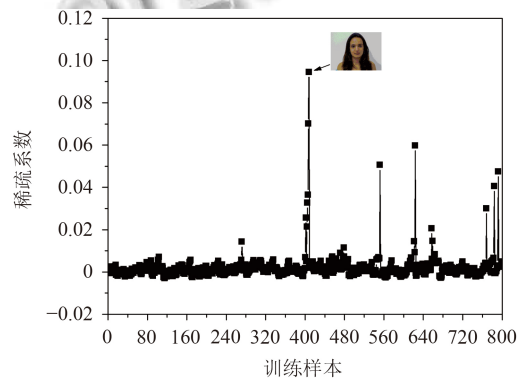


图6 WSRC_DALM算法的稀疏系数解

从图5中可以看出, SRC算法将第51类人的测试图像姿态10误分类为第99类人训练集中的训练姿态8,且其他系数的干扰大.对比WSRC_DALM算法,从图6中可知,将其分类成第51类人的训练集中的训练姿态9,刚好符合事实,也就说明姿态9和姿态10的相似性最大,同时其他稀疏系数的干扰也比较小.于是,获取第51类人的测试图像姿态10与训练字典中每个训练样本的相似性,如图7所示.

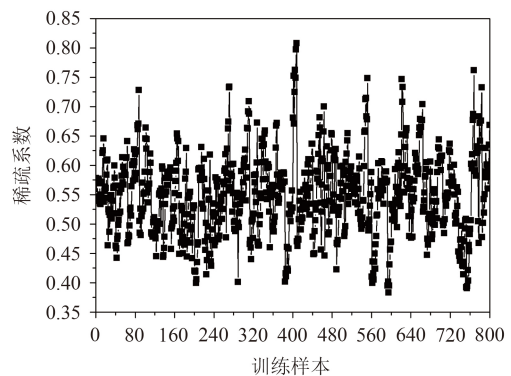


图7 第51类人的测试图像姿态10与所有训练样本的相似性

从图7中可以看出,第51类人的测试图像姿态10与其姿态9的相似性最大,同时也发现,姿态10与其他类人训练集的姿态9的相关性比其他姿态都高,说明了WSRC_DALM算法通过联合稀疏性和数据局部性提高了多姿态人脸识别的鲁棒性。

4 结论与展望

本文针对经典SRC算法在人脸识别中的计算效率低和鲁棒性差的问题,提出了一种改进的加权稀疏表示人脸识别算法WSRC_DALM。该方法采用高斯核函数计算所有训练样本的权重,并将权重引入到训练字典中进行加权融合,保留了人脸局部数据信息,在此基础上结合DALM算法实现 l_1 范数最小化获得稀疏解 x ,实现了一种基于DALM算法的快速WSRC人脸识别方法。在ORL和FEI人脸库上的实验结果表明,与其它人脸识别方法相比,本文算法在识别率和识别时间上具有明显优势,减小了较大视角的姿态变化对人脸识别的影响,具有较强的鲁棒性,且在小样本问题中具有较大的优势。

参考文献

- 1 Cao FL, Hu HP, Lu J, *et al.* Pose and illumination variable face recognition via sparse representation and illumination dictionary. *Knowledge-Based Systems*, 2016, 107: 117–128. [doi: [10.1016/j.knosys.2016.06.001](https://doi.org/10.1016/j.knosys.2016.06.001)]
- 2 Donoho DL. Compressed sensing. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289–1306. [doi: [10.1109/TIT.2006.871582](https://doi.org/10.1109/TIT.2006.871582)]
- 3 Wright J, Yang AY, Ganesh A. Robust face recognition via sparse representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2009, 31(2): 210–227. [doi: [10.1109/TPAMI.2008.79](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2008.79)]
- 4 姜辉明. 基于稀疏表示的人脸识别方法研究[硕士学位论文]. 南昌: 华东交通大学, 2013.
- 5 Yang AY, Sastry SS, Ganesh A, *et al.* Fast l_1 -minimization algorithms and an application in robust face recognition: A review. *Proceedings of 2010 IEEE International Conference on Image Processing*. Hong Kong, China. 2010. 1849–1852.
- 6 李光早, 王士同. 基于稀疏表示和弹性网络的人脸识别. *计算机应用*, 2017, 37(3): 901–905. [doi: [10.11772/j.issn.1001-9081.2017.03.901](https://doi.org/10.11772/j.issn.1001-9081.2017.03.901)]
- 7 张疆勤, 廖海斌, 李原. 基于因子分析与稀疏表示的多姿态人脸识别. *计算机工程与应用*, 2013, 49(5): 154–159.
- 8 Hui KH, Li CL, Zhang L. Sparse neighbor representation for classification. *Pattern Recognition Letters*, 2012, 33(5): 661–669. [doi: [10.1016/j.patrec.2011.11.010](https://doi.org/10.1016/j.patrec.2011.11.010)]
- 9 李佳, 高志荣, 熊承义, 等. 加权结构组稀疏表示的图像压缩感知重构. *通信学报*, 2017, 38(2): 196–202. [doi: [10.11959/j.issn.1000-436x.2017041](https://doi.org/10.11959/j.issn.1000-436x.2017041)]
- 10 Fan ZZ, Ni M, Zhu Q, *et al.* Weighted sparse representation for face recognition. *Neurocomputing*, 2015, 151: 304–309. [doi: [10.1016/j.neucom.2014.09.035](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2014.09.035)]
- 11 Lu CY, Min H, Gui J, *et al.* Face recognition via weighted sparse representation. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2013, 24(2): 111–116. [doi: [10.1016/j.jvcir.2012.05.003](https://doi.org/10.1016/j.jvcir.2012.05.003)]
- 12 Yang M, Zhang L, Yang J, *et al.* Robust sparse coding for face recognition. *Proceedings of 2011 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*. Colorado Springs, CO, USA. 2011. 625–632.
- 13 Andreani R, Birgin EG, Martínez JM, *et al.* On augmented Lagrangian methods with general lower-level constraints. *Siam Journal on Optimization*, 2007, 18(4): 1286–1309.
- 14 Tomioka R, Sugiyama M. Dual-augmented Lagrangian method for efficient sparse reconstruction. *IEEE Signal Processing Letters*, 2009, 16(12): 1067–1070. [doi: [10.1109/LSP.2009.2030111](https://doi.org/10.1109/LSP.2009.2030111)]
- 15 Zhang N, Yang J. K nearest neighbor based local sparse representation classifier. *Proceedings 2010 Chinese Conference on Pattern Recognition (CCPR)*. Chongqing, China. 2010. 1–5.
- 16 卞则康, 王士同. 基于混合距离学习的鲁棒的模糊C均值聚类算法. *智能系统学报*, 2017, 12(4): 450–458.