

# 基于对数似然估计的目标定位跟踪新方法<sup>①</sup>

刘哲<sup>1</sup>, 卫军胡<sup>2</sup>, 黄文准<sup>1</sup>, 黄世奇<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(西京学院 电子信息工程系, 西安 710123)

<sup>2</sup>(西安交通大学 电信学院计算机科学与技术系, 西安 710049)

**摘要:** 为避免无源定位中的迭代运算, 本文针对多站测角无源定位非线性观测方程, 提出利用对数似然估计将其进行伪线性化处理, 从而实现目标位置的闭式解算. 首先, 在基于二维测角观测量的前提下, 提出利用对数似然估计法将非线性观测方程转化为伪线性观测方程的数学模型, 并推导出用于目标定位算法的闭式解. 接着, 利用“当前”统计机动模型和卡尔曼滤波, 实现对目标的精确跟踪定位. 并通过仿真实验验证该闭式解的渐近最优性, 从而验证文中理论的有效性.

**关键词:** 似然估计; 无源定位; 目标跟踪; 卡尔曼滤波

## New Object Tracking and Location Method Based on Logarithm Likelihood Estimation

LIU Zhe<sup>1</sup>, WEI Jun-Hu<sup>2</sup>, HUANG Wen-Zhun<sup>1</sup>, HUANG Shi-Qi<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(Department of Electronic and Information Engineering, Xijing University, Xi'an 710123, China)

<sup>2</sup>(Computer Science and Technology Department of Telecommunications College, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** In order to avoid the iterative computations in passive location, based on the nonlinear observation equation of multi station passive location, a closed calculation is presented by converting the nonlinear measurement equations into the pseudo-linear equalities, utilizing Logarithm Likelihood Estimation method. First, a mathematical model for the pseudo-linearization of two dimensional nonlinear angle measurement equations is formulated and then the closed form solution for the target location algorithm is derived. Subsequently, we realize precisely tracking and location of objects based on current statistical model. Their theoretical location performances are proved to be able to attain the corresponding Cramér-Rao bound (CRB) and the simulation experiments are conducted to verify the effectiveness of the theoretical analysis in this paper.

**Key words:** likelihood estimation; passive location; object location; Kalman filtering

无源定位技术是一种定位设备本身不发射信号, 仅仅是依靠被动地接收辐射源的信息来实现定位的技术. 它可以利用未知位置的辐射源的辐射信息, 确定出该辐射源的类型、空间和地理位置; 或者利用已知地理位置的辐射源来确定航行中物体的空间和地理位置, 这也是导航和制导定位中的一项重要技术手段. 与有源定位技术相比, 无源定位技术具有作用距离远、隐蔽接收、不易被对方发觉等优点, 是现代一体化防空系统、机载地对海攻击以及对付隐身目标的远程预警系统的重要组成部分, 对于提高系统在电子

战环境下的生存能力和作战能力具有重要作用, 因此无源定位跟踪技术一直是研究的热点和难点.

无源定位是通过观测站接收来自目标的无线电信号, 并从信号中挖掘出用于定位的观测量. 一般的观测量包括到达时间(Time of Arrival, TOA)<sup>[1]</sup>, 接受信号强度(Received Signal Strength, RSS)<sup>[2]</sup>, 到达时间差(Time Difference of Arrival, TDOA)<sup>[3-7]</sup>, 到达方位角和俯仰角(ngle of Arrival, AOA)<sup>[8,9]</sup>, 到达频率差(Frequency Difference of Arrival, FDOA)<sup>[10-16]</sup>等. 根据上述观测信息均能够建立关于目标位置或速度与观测站位置之间的

① 基金项目:国防重点预研项目(20157648)

收稿时间:2016-07-02;收到修改稿时间:2016-10-08 [doi:10.15888/j.cnki.csa.005724]

(非线性)方程, 再通过优化求解该方程即可获得关于目标位置或速度的参数信息. 近些年来, 基于上述观测量的目标定位算法已相继提出, 其中包括 Taylor 级数迭代算法<sup>[8,13]</sup>, 总体最小二乘(Total Least Squares, TLS) 算法<sup>[12]</sup>, 约束加权最小二乘(Constrained Weighted Least Squares, CWLS)算法<sup>[17]</sup>, 约束总体最小二乘(Constrained Total Least Squares, CTLS)算法<sup>[7,14]</sup>, 结构总体最小二乘(Structured Total Least Squares, STLS)算法<sup>[9]</sup>. 然而, 上述算法大都需要迭代运算, 这除了带来较复杂的运算量外, 还会出现迭代发散和局部收敛等问题.

为避免无源定位中的迭代运算, 本文针对多站测角无源定位非线性观测方程, 提出利用对数似然估计将其进行伪线性化处理, 从而实现目标位置的闭式解算. 首先, 在基于二维测角(方位角和俯仰角)观测量的前提下, 提出利用对数似然估计法将非线性观测方程转化为伪线性观测方程的数学模型, 并推导出用于目标定位算法的闭式解. 接着, 利用“当前”统计机动模型和卡尔曼滤波, 实现对目标的精确跟踪定位. 并通过仿真实验证明闭式解的定位性能均能够达到克拉美罗下限(Cramér-Rao Bound, CRB), 从而验证文中理论分析的有效性.

### 1 问题描述

在直角坐标系下, 假设观测站  $i$  的位置分别为  $(x_i, y_i, z_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , 飞行目标的空间位置在  $k$  时刻为  $(x_k, y_k, z_k)$ , 观测站  $i$  测得飞行目标在  $k$  时刻的方位角为  $A_{i,k}$  和俯仰角为  $E_{i,k}$ . 在存在测量噪声情况下,  $A_{i,k}$  和  $E_{i,k}$  可以用下式表示:

$$A_{i,k} = A_{i,k}^o + n_{i,k} \quad (1)$$

$$E_{i,k} = E_{i,k}^o + e_{i,k} \quad (2)$$

这里定义  $A_{i,k}^o$  和  $E_{i,k}^o$  为:

$$A_{i,k}^o = \arctan\left(\frac{y_i - y_k}{x_i - x_k}\right) \quad (3)$$

$$E_{i,k}^o = \arctan\left(\frac{z_i - z_k}{\sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2}}\right) \quad (4)$$

$A_{i,k}^o$  和  $E_{i,k}^o$  表示观测站  $i$  测得方位角和俯仰角的真值,  $n_{i,k}$  和  $e_{i,k}$  是互不相关的测量噪声序列, 服从均值为 0 的高斯分布, 其方差分别由下式给出:

$$E[n_{i,k}n_{j,l}] = \begin{cases} \sigma_{i,k}^2 & i = j, k = l \\ 0 & i \neq j, k \neq l \end{cases}$$

$$E[e_{i,k}e_{j,l}] = \begin{cases} \varepsilon_{i,k}^2 & i = j, k = l \\ 0 & i \neq j, k \neq l \end{cases}$$

重新定义测量序列, 用向量  $a_k$  表示为:

$$a_k = [A_{1,k}, A_{2,k}, \dots, A_{N,k}, E_{1,k}, E_{2,k}, \dots, E_{N,k}]^T \quad (5)$$

同时测量真值序列用向量  $a_k^o$  表示为:

$$a_k^o = [A_{1,k}^o, A_{2,k}^o, \dots, A_{N,k}^o, E_{1,k}^o, E_{2,k}^o, \dots, E_{N,k}^o]^T \quad (6)$$

根据式(2)、(5)、(6), 可以得出下式:

$$a_k = a_k^o + b_k \quad (7)$$

这里:

$$b_k = [n_{1,k}, n_{2,k}, \dots, n_{N,k}, e_{1,k}, e_{2,k}, \dots, e_{N,k}]^T$$

由于噪声序列  $n_{i,k}$  和  $e_{i,k}$  是互不相关的零均值高斯随机变量, 方差分别为  $\sigma_{i,k}^2$  和  $\varepsilon_{i,k}^2$ . 噪声序列  $b_k$  是  $2N$  维向量, 均值为 0, 方差矩阵由下式给出:

$$E[b_k b_l] = \delta_{kl} R_k \quad (8)$$

这里:

$$\delta_{kl} = \begin{cases} 1 & k = l \\ 0 & k \neq l \end{cases}$$

$$R_k = \text{diag}[\sigma_{1,k}^2, \sigma_{2,k}^2, \dots, \sigma_{n,k}^2, \varepsilon_{1,k}^2, \varepsilon_{2,k}^2, \dots, \varepsilon_{N,k}^2]$$

为了利用含噪声项向量  $a_k$  估计飞行目标在  $k$  时刻的位置  $(x_k, y_k, z_k)$ , 我们定义如下向量  $s_k$ :

$$s_k = [x_k, \dot{x}_k, \ddot{x}_k, y_k, \dot{y}_k, \ddot{y}_k, z_k, \dot{z}_k, \ddot{z}_k]^T \quad (9)$$

向量元素  $(x_k, y_k, z_k)$  给出了飞行器在  $k$  时刻的位置,  $(\dot{x}_k, \dot{y}_k, \dot{z}_k)$  给出了  $k$  时刻飞行器在  $x, y, z$  方向上的飞行速度,  $\ddot{x}_k$  给出了  $k$  时刻飞行器在  $x, y, z$  方向上的飞行加速度.

假定  $s_k$  的最大似然估计  $\hat{s}_{k/k-1}$ , 和它的误差协方差矩阵  $p_{k/k-1}$  先于  $a_k$  被计算出来.  $\hat{s}_{k/k-1}$  和  $p_{k/k-1}$  定义如下形式向量:

$$\hat{s}_{k/k-1} = [\hat{x}_{k/k-1}, \hat{\dot{x}}_{k/k-1}, \hat{\ddot{x}}_{k/k-1}, \hat{y}_{k/k-1}, \hat{\dot{y}}_{k/k-1}, \hat{\ddot{y}}_{k/k-1}, \hat{z}_{k/k-1}, \hat{\dot{z}}_{k/k-1}, \hat{\ddot{z}}_{k/k-1}]^T \quad (10)$$

$$p_{k/k-1} = E[(\hat{s}_{k/k-1} - s_k)(\hat{s}_{k/k-1} - s_k)^T] \quad (11)$$

我们研究的问题是如何用新的量测序列  $a_k$  更新  $s_k$  的最大似然估计  $\hat{s}_{k/k-1}$  和误差协方差矩阵  $p_{k/k-1}$ .  $s_k$  的更新估计将用  $\hat{s}_{k/k}$  表示, 更新误差协方差矩阵用  $p_{k/k}$  表示.

## 2 对数似然估计的目标定位跟踪法

### 2.1 对数似然函数求解

因为最大似然估计是渐近的高斯函数分布, 因此我们可以假定估计值  $\hat{s}_{k/k-1}$  的概率密度函数是均值为

$s_k$ , 方差为  $p_{k/k-1}$  的高斯函数.  $\hat{s}_{k/k-1}$  的概率密度函数  $f(\hat{s}_{k/k-1})$  定义为:

$$f(\hat{s}_{k/k-1}) = \rho_1 \exp\{-\frac{1}{2}(\hat{s}_{k/k-1} - s_k)^T p_{k/k-1}^{-1}(\hat{s}_{k/k-1} - s_k)\} \quad (12)$$

这里  $\rho_1$  为:

$$\rho_1 = \frac{1}{(2\pi)^3 |p_{k/k-1}|^{1/2}}$$

因为在式(7)中,  $b_k$  是均值为 0, 方差为  $R_k$  的高斯随机向量, 所以向量  $a_k$  是均值为  $a_k^o$ , 方差为  $R_k$  的高斯随机向量. 因此  $a_k$  的概率密度函数  $g(a_k)$  由下式给出:

$$g(a_k) = \rho_2 \exp\{-\frac{1}{2}(a_k - a_k^o)^T R_k^{-1}(a_k - a_k^o)\} \quad (13)$$

这里  $\rho_2$  为:

$$\rho_2 = \frac{1}{(2\pi)^N |R_k|^{1/2}}$$

在给定  $\hat{s}_{k/k-1}$  和  $a_k$  的条件下,  $s_k$  的似然函数  $l(s_k)$  表示如下:

$$l(s_k) = f(\hat{s}_{k/k-1})g(a_k) \quad (14)$$

由此, 负对数似然函数  $L(s_k)$  经计算等于下式:

$$-L(s_k) = (\hat{s}_{k/k-1} - s_k)^T p_{k/k-1}^{-1}(\hat{s}_{k/k-1} - s_k) + (a_k - a_k^o)^T R_k^{-1}(a_k - a_k^o) \quad (15)$$

这里常数项被省略. 在给定  $\hat{s}_{k/k-1}$  和  $a_k$  的条件下, 为了得到  $s_k$  的最大似然估计, 必须最小化  $-L(s_k)$ , 表示如下:

$$\hat{s}_{k/k} = \arg \min\{-L(s_k)\} \quad (16)$$

### 2.2 近似对数似然估计函数推导

根据式(13)和式(14), 飞行目标位置坐标状态变量  $x_k, y_k, z_k$  与测量值  $A_{i,k}$  和  $E_{i,k}$  存在非线性形式. 为了得到状态变量与测量量之间的线性关系, 我们将在  $\hat{s}_{k/k-1}$  线性化这两个等式.

对式(13)在  $\hat{s}_{k/k-1}$  进行泰勒级数展开, 忽略掉高次项, 得到下式:

$$A_{i,k} = \hat{A}_{i,k} + \frac{\sin \hat{A}_{i,k}}{\hat{d}_{i,k}}(x_k - \hat{x}_{k/k-1}) - \frac{\cos \hat{A}_{i,k}}{\hat{d}_{i,k}}(y_k - \hat{y}_{k/k-1}) + n_{i,k} \quad (17)$$

这里:

$$\hat{A}_{i,k} = \arctan\left(\frac{y_i - \hat{y}_{k/k-1}}{x_i - \hat{x}_{k/k-1}}\right)$$

$$\hat{d}_{i,k} = \sqrt{(x_i - \hat{x}_{k/k-1})^2 + (y_i - \hat{y}_{k/k-1})^2}$$

符号  $\hat{A}_{i,k}$  和  $\hat{d}_{i,k}$  表示估计的观测站与目标的方位角和水平距离, 观测站位于  $(x_i, y_i, z_i)$ , 为从式(17)估计目标在  $k$  时刻的位置, 将式(17)进行数学变换得到下式:

$$\tilde{A}_{i,k} = \frac{\sin \hat{A}_{i,k}}{\hat{d}_{i,k}}x_k - \frac{\cos \hat{A}_{i,k}}{\hat{d}_{i,k}}y_k + n_{i,k} \quad (18)$$

这里:

$\tilde{A}_{i,k} = A_{i,k} - \hat{A}_{i,k} + \frac{\sin \hat{A}_{i,k}}{\hat{d}_{i,k}}\hat{x}_{k/k-1} - \frac{\cos \hat{A}_{i,k}}{\hat{d}_{i,k}}\hat{y}_{k/k-1}$  对式(14)在  $\hat{s}_{k/k-1}$  进行泰勒级数展开, 忽略掉高次项, 得到下式:

$$E_{i,k} = \hat{E}_{i,k} + \frac{\hat{d}_{i,k} \cos \hat{A}_{i,k} \tan \hat{E}_{i,k}}{\hat{D}_{i,k}^2}(x_k - \hat{x}_{k/k-1}) - \frac{\hat{d}_{i,k} \sin \hat{A}_{i,k} \tan \hat{E}_{i,k}}{\hat{D}_{i,k}^2}(y_k - \hat{y}_{k/k-1}) + \frac{\cos \hat{E}_{i,k}}{\hat{D}_{i,k}}(z_k - \hat{z}_{k/k-1}) + e_{i,k} \quad (19)$$

其中:

$$\hat{E}_{i,k} = \arctan\left(\frac{z_i - \hat{z}_{k/k-1}}{\sqrt{(x_i - \hat{x}_{k/k-1})^2 + (y_i - \hat{y}_{k/k-1})^2}}\right)$$

$$\hat{A}_{i,k} = \arctan\left(\frac{y_i - \hat{y}_{k/k-1}}{x_i - \hat{x}_{k/k-1}}\right)$$

$$\hat{D}_{i,k} = \sqrt{(x_k - \hat{x}_{k/k-1})^2 + (y_k - \hat{y}_{k/k-1})^2 + (z_k - \hat{z}_{k/k-1})^2}$$

$$\hat{d}_{i,k} = \sqrt{(x_i - \hat{x}_{k/k-1})^2 + (y_i - \hat{y}_{k/k-1})^2}$$

$\hat{A}_{i,k}$  和  $\hat{d}_{i,k}$  同上,  $\hat{D}_{i,k}, \hat{E}_{i,k}$  表示估计的观测站与目标的距离和方位角. 为从式(19)估计目标在  $k$  时刻的位置, 将式(19)进行数学变换, 得到下面的关系式:

$$\tilde{E}_{i,k} = \frac{\hat{d}_{i,k} \cos \hat{A}_{i,k} \tan \hat{E}_{i,k}}{\hat{D}_{i,k}^2}x_k + \frac{\hat{d}_{i,k} \sin \hat{A}_{i,k} \tan \hat{E}_{i,k}}{\hat{D}_{i,k}^2}y_k - \frac{\cos \hat{E}_{i,k}}{\hat{D}_{i,k}}z_k + e_{i,k} \quad (20)$$

其中:

$$\tilde{E}_{i,k} = E_{i,k} - \hat{E}_{i,k} + \frac{\hat{d}_{i,k} \cos \hat{A}_{i,k} \tan \hat{E}_{i,k}}{\hat{D}_{i,k}^2}\hat{x}_{k/k-1} + \frac{\hat{d}_{i,k} \sin \hat{A}_{i,k} \tan \hat{E}_{i,k}}{\hat{D}_{i,k}^2}\hat{y}_{k/k-1} - \frac{\cos \hat{E}_{i,k}}{\hat{D}_{i,k}}\hat{z}_{k/k-1}$$

通过对量测  $A_{i,k}$  和  $E_{i,k}$  重复上面提到的线性化过程, 可以得到下面伪测量向量:

$$\tilde{a}_k = [\tilde{A}_{1,k}, \tilde{A}_{2,k}, \dots, \tilde{A}_{N,k}, \tilde{E}_{1,k}, \tilde{E}_{2,k}, \dots, \tilde{E}_{N,k}]^T \quad (21)$$

向量  $\tilde{a}_k$  也可以表示成矩阵形式:

$$\tilde{a}_k = H_k s_k + b_k \quad (22)$$

这里:

$$\tilde{a}_k = a_k - \hat{a}_k + H_k \hat{s}_{k/k-1}$$

$$\hat{a}_k = [\hat{A}_{1,k}, \hat{A}_{2,k}, \dots, \hat{A}_{N,k}, \hat{E}_{1,k}, \hat{E}_{2,k}, \dots, \hat{E}_{N,k}]^T$$

$$H_k = \begin{bmatrix} \frac{\sin \hat{A}_{1,k}}{\hat{d}_{1,k}} & 0 & -\frac{\cos \hat{A}_{1,k}}{\hat{d}_{1,k}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sin \hat{A}_{2,k}}{\hat{d}_{2,k}} & 0 & -\frac{\cos \hat{A}_{2,k}}{\hat{d}_{2,k}} & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\sin \hat{A}_{N,k}}{\hat{d}_{N,k}} & 0 & -\frac{\cos \hat{A}_{N,k}}{\hat{d}_{N,k}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\hat{d}_{1,k} \cos \hat{A}_{1,k} \tan \hat{E}_{1,k}}{\hat{D}_{1,k}^2} & 0 & \frac{\hat{d}_{1,k} \sin \hat{A}_{1,k} \tan \hat{E}_{1,k}}{\hat{D}_{1,k}^2} & 0 & -\frac{\cos \hat{E}_{1,k}}{\hat{D}_{1,k}} & 0 \\ \frac{\hat{d}_{2,k} \cos \hat{A}_{2,k} \tan \hat{E}_{2,k}}{\hat{D}_{2,k}^2} & 0 & \frac{\hat{d}_{2,k} \sin \hat{A}_{2,k} \tan \hat{E}_{2,k}}{\hat{D}_{2,k}^2} & 0 & -\frac{\cos \hat{E}_{2,k}}{\hat{D}_{2,k}} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\hat{d}_{N,k} \cos \hat{A}_{N,k} \tan \hat{E}_{N,k}}{\hat{D}_{N,k}^2} & 0 & \frac{\hat{d}_{N,k} \sin \hat{A}_{N,k} \tan \hat{E}_{N,k}}{\hat{D}_{N,k}^2} & 0 & -\frac{\cos \hat{E}_{N,k}}{\hat{D}_{N,k}} & 0 \end{bmatrix}$$

将上式计算结果代入式(15), 可以得到  $-L(s_k)$  另外一个表达式:

$$\begin{aligned} -L(s_k) &= (\hat{s}_{k/k-1} - s_k)^T p_{k/k-1}^{-1} (\hat{s}_{k/k-1} - s_k) \\ &+ (\tilde{a}_k - H_k s_k)^T R_k^{-1} (\tilde{a}_k - H_k s_k) \end{aligned} \quad (23)$$

因此, 为了得到状态向量  $s_k$  在  $k$  时刻的最大似然估计, 我们必须最小化  $-L(s_k)$ .

### 2.3 $\hat{s}_{k/k}$ 和 $p_{k/k}$ 计算

为了求解  $s_k$  的估计值  $\hat{s}_{k/k}$ , 求  $-L(s_k)$  对  $s_k$  的梯度

$\nabla(-L(s_k))$ , 令  $\nabla(-L(s_k))=0$ , 得到下式:

$$\begin{aligned} \hat{s}_{k/k} &= (p_{k/k-1}^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k)^{-1} (p_{k/k-1}^{-1} \hat{s}_{k/k-1} + H_k^T R_k^{-1} \tilde{a}_k) \\ &= \hat{s}_{k/k-1} + G_k (a_k - \hat{a}_k) \end{aligned} \quad (24)$$

因为:  $\nabla^2(-L(s_k))=2(p_{k/k-1}^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k) \geq 0$ , 所以式(23)求出的  $\hat{s}_{k/k}$  是全局最小值. 在式(23)中  $G_k$  的定义为:

$$G_k = (p_{k/k-1}^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k)^{-1} H_k^T R_k^{-1} \quad (25)$$

矩阵  $G_k$  叫增益矩阵, 经变换后得到下面的

等式:

$$G_k = p_{k/k-1} H_k^T (H_k p_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \quad (26)$$

$\hat{s}_{k/k}$  的误差协方差矩阵  $p_{k/k}$  由下式给出:

$$\begin{aligned} p_{k/k} &= E[(\hat{s}_{k/k} - s_k)(\hat{s}_{k/k} - s_k)^T] \\ &= (p_{k/k-1}^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k)^{-1} = (I - G_k H_k) p_{k/k-1} \end{aligned} \quad (27)$$

由上述推导结果可以看出, 在给定  $\hat{s}_{k/k-1}$ ,  $p_{k/k-1}$  和  $a_k$  时,  $\hat{s}_{k/k}$  和  $p_{k/k}$  计算过程如下:

第一步: 计算

$$G_k = p_{k/k-1} H_k^T (H_k p_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1}$$

第二步: 计算

$$\hat{s}_{k/k} = \hat{s}_{k/k-1} + G_k (a_k - \hat{a}_k)$$

第三步: 计算

$$p_{k/k} = (I - G_k H_k) p_{k/k-1}$$

### 2.4 $\hat{s}_{k+1/k}$ 和 $p_{k+1/k}$ 计算

在上文中, 当我们计算  $\hat{s}_{k/k}$  和  $p_{k/k}$ , 假定  $\hat{s}_{k/k-1}$  和它的误差协方差矩阵  $p_{k/k-1}$  已经给定. 因此在  $k+1$  时刻计算  $\hat{s}_{k+1/k+1}$  和  $p_{k+1/k+1}$  时, 必须事先给定  $\hat{s}_{k+1/k}$  和  $p_{k+1/k}$  的最大似然估计. 在这部分将给出如何利用  $\hat{s}_{k/k}$  和  $p_{k/k}$  估计  $\hat{s}_{k+1/k}$  和  $p_{k+1/k}$  值.

运动目标从  $k$  时刻到  $k+1$  时刻机动模型采用“当前”统计模型, 即:

$$s_{k+1} = F s_k + U \bar{a} + W \quad (28)$$

这里:

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T & f_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & f_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T & f_{46} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & f_{56} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T & f_{79} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & f_{89} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_{99} \end{bmatrix} \quad (29)$$

其中:

$$\begin{aligned} f_{13} &= \frac{-1 + a_x T + e^{-a_x T}}{a_x^2} & f_{23} &= \frac{1 - e^{-a_x T}}{a_x} \\ f_{33} &= 1 - e^{-a_x T} & f_{46} &= \frac{-1 + a_y T + e^{-a_y T}}{a_y^2} \\ f_{56} &= \frac{1 - e^{-a_y T}}{a_y} & f_{66} &= 1 - e^{-a_y T} \\ f_{79} &= \frac{-1 + a_z T + e^{-a_z T}}{a_z^2} & f_{89} &= \frac{1 - e^{-a_z T}}{a_z} \\ f_{99} &= 1 - e^{-a_z T} \end{aligned}$$

$$U = [u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4 \quad u_5 \quad u_6 \quad u_7 \quad u_8 \quad u_9]^T \quad (30)$$

其中:

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{1}{a_x} (-T + \frac{a_x T^2}{2} + \frac{1 - e^{-a_x T}}{a_x}) & u_2 &= T - \frac{1 - e^{-a_x T}}{a_x} \\ u_3 &= 1 - e^{-a_x T} \\ u_4 &= \frac{1}{a_y} (-T + \frac{a_y T^2}{2} + \frac{1 - e^{-a_y T}}{a_y}) & u_5 &= T - \frac{1 - e^{-a_y T}}{a_y} \\ u_6 &= 1 - e^{-a_y T} \end{aligned}$$

$$u_7 = \frac{1}{a_z}(-T + \frac{a_z T^2}{2} + \frac{1 - e^{-a_z T}}{a_z}) \quad u_8 = T - \frac{1 - e^{-a_z T}}{a_z}$$

$$u_9 = 1 - e^{-a_z T}$$

$$\bar{a} = [\bar{a}_x \quad \bar{a}_y \quad \bar{a}_z]$$

这里,  $F$  表示状态转移矩阵,  $T$  表示采样间隔,  $a_x, a_y, a_z$  表示  $x, y, z$  方向机动,  $\bar{a}$  表示随机加速度的均值(加速据)时间常数的倒数.  $W$  表示状态噪声, 服从零均值高斯分布, 方差为  $Q$ :

$$Q = E[WW^T] = 2a\sigma_a^2 Q_0 \quad (31)$$

$\sigma_a^2$  是加速度的方差, 由估计理论, 可以求出  $\hat{s}_{k+1/k}$  和  $p_{k+1/k}$ .

$$\hat{s}_{k+1/k} = F\hat{s}_{k/k} + U\bar{a} \quad (32)$$

$$p_{k+1/k} = E[(\hat{s}_{k+1/k} - s_{k+1})(\hat{s}_{k+1/k} - s_{k+1})^T] = Fp_{k/k}F + Q \quad (33)$$

### 3 仿真结果与分析

为了验证算法的可行性, 我们作以下三种仿真分析.

第一种: 设目标在平面上作匀加速运动, 起始坐标在原点, 起始速度  $v_0 = 2 \text{ m/s}$ , 加速度  $a_0 = 0.2 \text{ m/s}^2$ . 角度测量误差服从均值为0, 方差为  $0.001^\circ$  的高斯分布. 仿真中取  $T = 1\text{s}$ , 机动常数为10, 两个观测站的位置  $o_1(0, 50)$ 、 $o_2(0, 100)$ . 图1给出了跟踪曲线结果, 图2给出了速度估计结果, 图3给出了加速度估计结果. 由图可以看出位置、速度、加速度估计值和理论值很接近. 位置的均方根误差0.032, 速度的均方根误差为0.0897, 加速度均方根误差0.176.

第二种: 设目标在平面上作 s 型运动, 起始坐标在原点. 其运动曲线由下面方程决定:

$$x = 10\sin(5t\pi / 180)$$

初始条件同上. 图4给出了跟踪曲线结果, 图5给出了速度估计结果, 图6给出了加速度估计结果. 由图可以看出位置、速度、估计值和理论值很接近, 加速度估计值与理论值相差25%, 在一定误差范围内, 这种估计结果可以接受. 经过计算位置的均方根误差0.16, 速度的均方根误差为0.267, 加速度均方根误差0.47.

在经过100次蒙特卡罗仿真后, 虽然每次估计的曲线不同, 但统计结果基本相同, 尤其是位置估计相对误差小于4%. 这说明采用上述不仅可以获得高精度目标定位精度, 而且提供了精度较高的速度和加速度估计. 但是, 当目标运动非常复杂时, 加速度的估计精度可能下降.

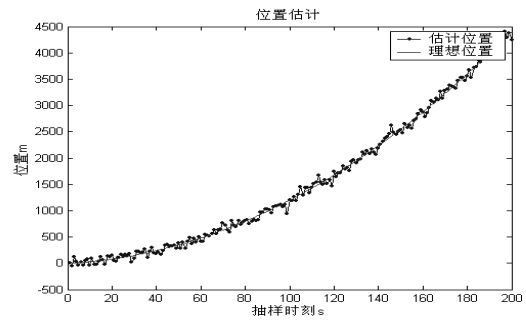


图1 位置估计曲线

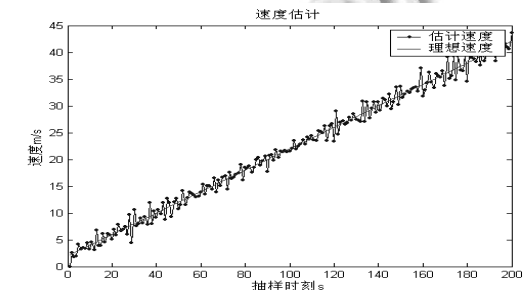


图2 速度估计曲线

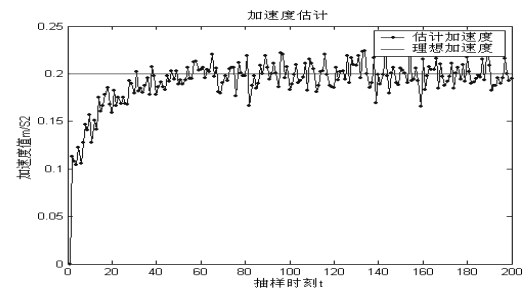


图3 加速的估计曲线

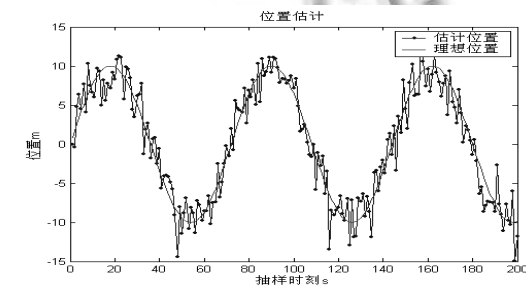


图4 位置估计曲线

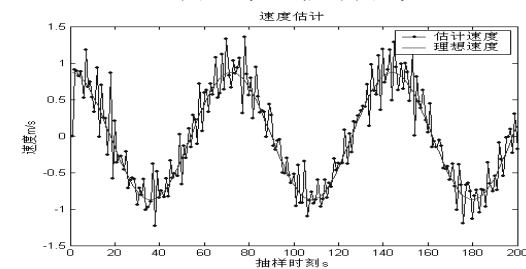


图5 速度估计曲线

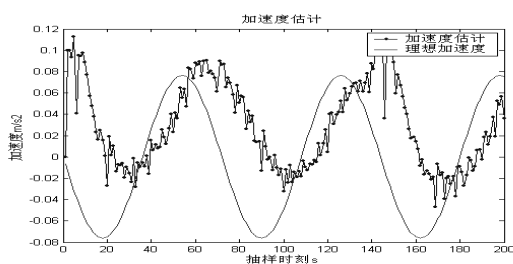


图6 加速度估计曲线

第三种, 仿真条件两观测站的位置坐标分别为:  $(-40\text{km}, 0, 0)$ ,  $(-40\text{km}, 0, 0)$ , 采样时间间隔为1s, 方位角和俯仰角的观测误差为5mrad, 目标的初始位置是  $(-10\text{ km}, 50\text{ km}, 10\text{ km})$ . 运动轨迹分三个阶段:

运动阶段1: 匀速直线运动, 各方向分速度为:  $v_x = 0.2, v_y = 0.1, v_z = 0$ , 运行时间为1500s;

运动阶段2: 匀速圆周运动, 角速度为0.157rad/s, 向心加速度为74m/s<sup>2</sup>, 线速度为471m/s, 圆半径为3km, 运行时间为500s;

运动阶段3: 匀速直线运动, 各方向分速度为:  $v_x = 0.2, v_y = 0.1, v_z = 0$ , 运行时间为1000s.

本文经过 100 次蒙特卡罗仿真实验, 实验结果如图 7 所示, 有实验结果可以看出, 利用本文方法对目标位置进行计算, 其位置估计均方根误差(RMS)渐近达到了克拉美罗下限.

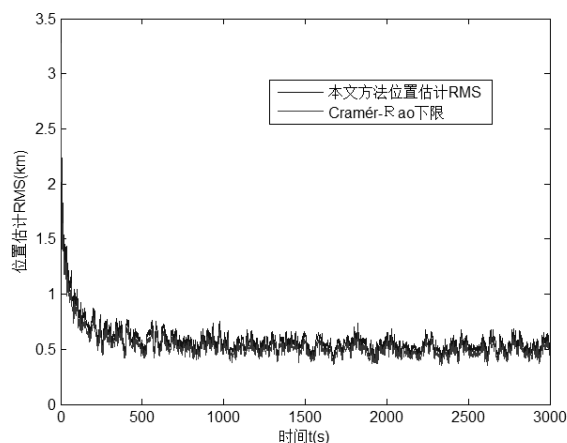


图7 本文方法位置估计 RMS 与克拉美罗下限

#### 4 结论

根据信号估计理论, 最大似然估计精度可以达到克拉美罗下限, 是一种渐近的最优估计, 所以为避免无源定位中的迭代运算, 本文针对多站测角无源定位非线性观测方程, 提出利用对数似然估计将其进行伪

线性化处理, 从而实现目标位置的闭式解算. 首先, 在基于二维测角(方位角和俯仰角)观测量的前提下, 提出利用对数似然估计法将非线性观测方程转化为伪线性观测方程的数学模型, 并推导出用于目标定位算法的闭式解. 接着, 利用“当前”统计机动模型和卡尔曼滤波, 实现对目标的精确跟踪定位. 并通过仿真实验验证闭式解的定位性能均能够达到克拉美罗下限, 从而验证文中理论分析的有效性.

#### 参考文献

- 1 Ho KC, Sun M. An accurate algebraic closed-form solution for energy-based source localization. *IEEE Trans. Audio, Speech and Language Processing*, 2007, 15(8): 254–2550.
- 2 Ma ZH, Ho KC. TOA localization in the presence of random sensor position errors. *Proc. of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. Prague, Czech. IEEE Press. 2011. 2468–2471.
- 3 Chan YT, Ho KC. A simple and efficient estimator by hyperbolic location. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1994, 42(4): 1905–1915.
- 4 Ho KC, Parikh KH. Source localization using TDOA with erroneous receiver positions. *Proc. of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems*. Vancouver, Canada. IEEE Press. 2004. 453–456.
- 5 Yang KH, Wang G, Luo ZQ. Efficient convex relaxation methods for robust target localization by a sensor network using time differences of arrivals. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2009, 57(7): 2775–2784.
- 6 Yang L, Ho KC. An approximately efficient TDOA localization algorithm in closed-form for locating multiple disjoint sources with erroneous sensor positions. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2009, 57(12): 4598–4615.
- 7 Yang K, An JP, Bu XY, et al. Constrained total least-squares location algorithm using time-difference-of-arrival measurements. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 2010, 59(3): 1558–1562.
- 8 Lu XN, Ho KC. Taylor-series technique for source localization using AOA in the presence of sensor location errors. *Proc. of the Fourth IEEE Workshop on Sensor Array and Multichannel Processing*. Waltham, M A. IEEE Press. 2006. 190–194.

- 9 Wang D, Zhang L, Wu Y. The structured total least squares algorithm for passive location based on angle information. *Sci China Ser F-Inf Sci*, 2009, 52(6): 1043–1054.
- 10 Ho KC, Xu W. An accurate algebraic solution for moving source location using TDOA and FDOA measurements. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2004, 52(9): 2453–2463.
- 11 Ho KC, Lu X, Kovavisaruch L. Source localization using TDOA and FDOA measurements in the presence of re-ceiver location errors: Analysis and solution. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2007, 55(2): 684–696.
- 12 Sun XY, Li JD, Huang PY, et al. Total least-squares solution of active target localization using TDOA and FDOA measurements in WSN. *Proc. of the IEEE International Conference on Advanced Information Networking and Applications*. Okinawa, Japan. IEEE Press. 2008. 995–999.
- 13 Wu H, Su WM, Gu H. A novel Taylor series method for source and receiver localization using TDOA and FDOA measurements with uncertain receiver positions. *Proc. of the IEEE CIE International Conference on Radar*. Chengdu, China. IEEE Press. 2011. 1037–1044.
- 14 Yu HG, Huang GM, Gao J, Liu B. An efficient constrained weighted least squares algorithm for moving source location using TDOA and FDOA measurements. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 2012, 11(1): 44–47.
- 15 Sun M, Ho KC. An asymptotically efficient estimator for TDOA and FDOA positioning of multiple disjoint sources in the presence of sensor location uncertainties. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2011, 59(7): 3434–3440.
- 16 ang KH, Jiang LZ, Luo ZQ. Efficient semidefinite relaxation for robust geolocation of unknown emitter by a satellite cluster using TDOA and FDOA measurements. *Proc. of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. Prague, Czech. IEEE Press. 2011. 2584–2587.
- 17 Cheung KW, So HC, Ma WK, Chan YT. A constrained least squares approach to mobile positioning: Algorithms and optimality. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2006: 1–23.