

一种基于进化方向的新的差分进化算法^①

唐 亚, 王振友

(广东工业大学 应用数学学院, 广州 510520)

摘要: 变异策略对差分进化算法(DE)算法的成功与否起到至关重要的作用. 然而, 方向信息在 DE 变异策略的设计当中并没有被充分地挖掘, 且对于如何平衡进化速度和种群多样性这两者之间的矛盾也没有得到很好的解决方案. 研究了个体在进化选择操作前后产生的差量信息在变异操作上的导向作用, 提出了一种新的基于进化方向的变异策略“DE/current-to-*pbest*/1/*Gvector*”. 同时, 为了测试我们这种新的方向信息能否提高算法的优化能力, 我们在自适应差分进化算法(JADE)的基础上提出了一种新的算法 DVDE. 对 CEC2005 常用的 12 个测试函数做了仿真实验, 实验结果证明 DVDE 的算法性能平均优于其他 5 个目前来说性能最好的 DE 算法(JADE, SaDE, CoDE, jDE, EPSDE), 特别是对于单峰函数, 效果更为明显. 实验结果也说明进化方向的加入对于提高算法的收敛速度以及保护种群的多样性避免算法过早陷入局部最优起到了较好的作用.

关键词: 差分进化算法; 变异策略; 进化方向

An Evolution Direction-Based Mutation Strategy for Differential Evolution Algorithm

TANG Ya, WANG Zhen-You

(College of Applied Mathematics, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510520, China)

Abstract: Mutation strategy plays a decisive role on the success of the differential evolution algorithm(DE). However, the direction information has not been fully exploited in the design of DE and the balance between the evolution speed and the population diversity cannot be well handled so far. In this paper, it explores a novel direction information which is generated by the selection operation and its directive effect on the mutation operation. On this basis, it proposes an evolution direction-based mutation strategy “DE/current-to-*pbest*/1/*Gvector*” and an improved differential evolution algorithm based on adaptive differential evolution algorithm(JADE) for comparison. We name our algorithm as DVDE and compare it with five state-of-the-art adaptive DE variants(JADE, SaDE, CoDE, jDE, EPSDE), using 12 standard numerical benchmarks taken from the IEEE Congress on Evolutionary Computation 2005. The simulation results indicate that the average performance of the DVDE is better than those of all other competitors, especially for the unimodal functions. The experimental results also illustrate that the using of the evolution direction is helpful to improve the algorithm’s convergence speed, maintain the population, and effectively avoid premature convergence problem.

Key words: differential evolution algorithm; mutation strategy; evolution direction

1 引言

差分进化算法(DE)是一种新兴的全局优化算法, 具有较强的收敛能力和鲁棒性, 适于求解一些利用常规的数学规划方法所无法求解的复杂环境中的优化问题. 然而, DE 算法却对各种控制参数(放缩因子 F , 交

叉概率 CR , 种群大小 NP)以及变异策略的选择十分敏感.

近年来, 对于 DE 的研究与改进已经取得了许多不错的成果. K. Qin, V. L. Huang 和 P. N. Suganthan 于 2009 年提出了一个自适应 DE 算法(SaDE)^[1], 它将具

^① 基金项目:国家自然科学基金(11401115)

收稿时间:2016-01-21;收到修改稿时间:2016-03-14 [doi:10.15888/j.cnki.csa.005382]

有不同特点的几个变异策略放在一个候选池当中,然后根据前50代的成功率来选择其中的一个策略。Qinqin Fan和Xuefeng Yan于2015年提出一个基于离散参数调节机制的自适应DE算法(DMPSADE)^[2],在这个算法中每一个个体都有自己的放缩因子,交叉概率和变异策略。Mallipeddi于2011年提出一个变异策略和参数调节机制的组合DE算法(EPSDE)^[3],这个算法采用一种竞争的机制从中选择一个变异策略和一个参数调节机制。Wang于2011年提出了一个组合DE算法(CoDE)^[4],这个算法使用了三种变异策略和三种参数调节机制并且随机地将它们进行组合进行使用。

另外,对于变异策略的改进也取得了许多成果。Hui-Yuan Fan和Jouni Lampinen于2003年通过使用被选择个体的目标函数值提出了一种三角形变异策略^[5],提高了算法的收敛速度和鲁棒性。其后,作者在此基础上进行了修改,提出了一种权重指导的变异策略。Yu-Xuan Wang和Qiao-Liang Xiang于2008年提出了三种学习策略^[6],一个用来选择基向量(DE/fit-dis/rand),另外两个用来构建差向量(DE/rand±mean and DE/rand/ring)。Jingqiao Zhang和Arthur C. Sanderson于2009年提出“DE/current-to-pbest”策略^[7],这个策略并不仅仅只使用最佳个体的信息,它还使用了其他较好个体的信息,将这些个体之间的差值作为指导种群进化的方向。

尽管对于DE的改进已经取得了许多不错的结果,但是总结来说,大多数研究成果都是基于多种变异策略之间的随机组合,而针对变异策略本身的改进非常少,个体进化方向信息并没有得到充分地挖掘。目前为止,变异策略所使用都只是用到从当代或者上一代随机选取到的两个个体之间的方向信息,而这种随机性无疑增大了计算代价。

我们考虑到,如果种群在保证其多样性不急剧下降的同时朝着一个理想的指向全局最优值方向不断进化,那么算法本身的优化性能定能得到很大提高。而事实上,在求解一个最小化优化问题时,选择操作在比较父代个体 X 和实验向量 U 适应度值大小的前提下,将两者中适应度值小的那一个保存下来成功地进入到下一代中。我们可以这样理解,这个被保留下来的个体在很大概率上离全局最优点更近。因此,在被保留下来的个体和被取代的个体之间就存在着一个方向信息,在这里我们将其称作进化方向。因而,我们将这

种进化方向添加到变异操作中,让其指导种群进化。

本文研究了个体在进化选择操作前后产生的差量信息在变异操作上的导向作用,提出了一种新的基于进化方向的变异策略“DE/current-to-pbest/1/Gvector”,并基于JADE算法提出了一种新的基于进化方向的差分进化算法DVDE。为了验证算法的有效性,本文采用了CEC2005^[8]的常用的12个测试函数,通过比较DVDE算法与jDE^[9],SaDE,CoDE,JADE,EPSDE这5个DE算法在12个测试函数上的优化结果,证明了DVDE算法在整体性能上明显优于其他5个算法,尤其是对于单峰函数,效果更为明显。

2 研究背景

2.1 标准的DE算法

DE是一种基于种群进化的随机搜索算法,大体上有三个步骤:变异,交叉和选择。首先随机产生 NP 个 D 维的个体: $\{X_{i,0}=(x_{1,i,0}, x_{2,i,0}, \dots, x_{D,i,0}) \mid i=1, \dots, NP\}$,并且 $x_{j,min} \leq x_{j,i,0} \leq x_{j,max}$, $j=1, \dots, D$,每个个体的第 j 维通过公式(1)初始化:

$$x_{j,i,0} = x_{j,min} + rand(0,1) \cdot (x_{j,max} - x_{j,min}) \quad (1)$$

其中, $x_{j,min}$ 和 $x_{j,max}$ 分别表示第 j 维的上界和下界, $rand(0,1)$ 表示0到1之间的均匀随机数。

A. 变异

变异个体 $V_{i,g}$ 由 $\{X_{i,g} \mid i=1, 2, \dots, NP\}$ 根据某种事先确定的变异策略进化而来,最常见的几种变异策略如下所示。

1) “DE/rand/1”:

$$V_{i,g} = X_{r0,g} + F_i \cdot (X_{r1,g} - X_{r2,g}) \quad (2)$$

2) “DE/current-to-best/1”:

$$V_{i,g} = X_{i,g} + F_i \cdot (X_{best,g} - X_{i,g}) + F_i \cdot (X_{r1,g} - X_{r2,g}) \quad (3)$$

3) “DE/best/1”:

$$V_{i,g} = X_{best,g} + F_i \cdot (X_{r1,g} - X_{r2,g}) \quad (4)$$

4) “DE/rand/2”:

$$V_{i,g} = X_{r0,g} + F_i \cdot (X_{r1,g} - X_{r2,g}) + F_i \cdot (X_{r3,g} - X_{r4,g}) \quad (5)$$

5) “DE/best/2”:

$$V_{i,g} = X_{best,g} + F_i \cdot (X_{r1,g} - X_{r2,g}) + F_i \cdot (X_{r3,g} - X_{r4,g}) \quad (6)$$

其中, $r0, r1, r2, r3, r4$ 是从整数集 $\{1, 2, \dots, NP\}$ 随机独立选取的, $X_{best,g}$ 表示当代种群中适应值最佳的个体, F_i 表示放缩因子。

B. 交叉

二项式交叉操作是最常用到的交叉操作之一。试

验向量 $U_{i,g}=(u_{1,i,g}, u_{2,i,g}, \dots, u_{D,i,g})$ 可以通过下列式子得到:

$$u_{j,i,g} = \begin{cases} v_{j,i,g}, & \text{if } \text{rand}(0,1) \leq CR_i \text{ or } j = j_{rand}, \\ x_{j,i,g}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

其中, j_{rand} 是从整数集 $\{1, 2, \dots, NP\}$ 中随机取得的整数, 这样能保证变异个体 $U_{i,g}$ 至少有一维进入下一代个体, 交叉概率 CR 是一个事先确定的 0 到 1 之间的数.

C.选择

在交叉操作之后进行的是选择操作. 选择操作是将试验向量 $U_{i,g}=(u_{1,i,g}, u_{2,i,g}, \dots, u_{D,i,g})$ 和目标向量 $X_{i,0}=(x_{1,i,0}, x_{2,i,0}, \dots, x_{D,i,0})$ ($i = 1, \dots, NP$)的适应度值大小进行比较, 两者之间适应度值较好的一个将会被成功地保留下来进入下一代, 成为下一代得父代.

$$X_{i,g+1} = \begin{cases} U_{i,g}, & \text{if } f(U_{i,g}) < f(X_{i,g}) \\ X_{i,g}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

以上三个步骤不断循环直到满足算法停止的条件. 这里值得提出的是, 在不断进化的过程中, 个体可能超出预先设定的上下界, 本文将遵循下列的方法来处理这种有限制的优化问题:

$$v_{j,i,g} = (x_{j,\min} + x_{j,i,g})/2, \quad \text{if } v_{j,i,g} < x_{j,\min}$$

$$v_{j,i,g} = (x_{j,\max} + x_{j,i,g})/2, \quad \text{if } v_{j,i,g} > x_{j,\max}$$

2.2 JADE 算法

“DE/current-to-pbest”变异策略不仅仅只使用最佳个体的信息, 它还使用了其他较好个体的信息, 将这些个体之间的差值作为指导种群进化的方向. 并且, 这个算法还将被淘汰的个体也保存下来为算法所用. 令集合 A 由那些被淘汰的个体组成的集合, P 为当代种群组成的集合, 那么“DE/current-to-pbest”变异策略可以用下式表达:

$$V_{i,g} = X_{i,g} + F_i \cdot (X_{best,g}^p - X_{i,g}) + F_i \cdot (X_{r1,g} - \tilde{X}_{r2,g}) \quad (9)$$

其中, $X_{best,g}^p$ 表示从当代种群中适应度值靠前的 100 $p\%$ 的个体中随机选择, $p \in (0,1]$, 另外 $X_{i,g}, X_{r1,g}$ 是从集合 P 中随机选择的, $\tilde{X}_{r2,g}$ 从 $P \cup A$ 中随机选择.

B.自适应参数调节机制

交叉概率 CR_i 和放缩因子 F_i 由(10)式和(11)式生成:

$$CR_i = \text{randn}(\mu_{CR}, 0.1) \quad (10)$$

$$F_i = \text{randn}(\mu_F, 0.1) \quad (11)$$

这里 $\text{randn}(\cdot)$ 表示正态分布函数, μ_{CR} 和 μ_F 在初始时被设置为 0.5 然后根据下列两个式子不断更新:

$$\mu_{CR} = (1-c) \cdot \mu_{CR} + c \cdot \text{mean}_A(S_{CR}) \quad (12)$$

$$\mu_F = (1-c) \cdot \mu_F + c \cdot \text{mean}_L(S_F) \quad (13)$$

其中, c 是 0 到 1 之间的一个常数, $\text{mean}_A(\cdot)$ 表示常见的平均值, 而 $\text{mean}_L(\cdot)$ 表示 Lehmer 平均值.

$$\text{mean}_L(S_x) = \frac{\sum_{F \in S_x} F^2}{\sum_{F \in S_x} F} \quad (14)$$

3 基于进化方向改进的差分进化算法

本文研究了一种新的方向信息, 并将这种信息向量化将其融合到变异策略中. 为了验证这种进化方向对于算法优化的有效性, 我们将其加入到原有的“DE/current-to-pbest”策略当中, 并因此在 JADE 的基础上提出了一种基于进化方向的变异策略“DE/current-to-pbest/1/Gvector”. 同时, 为了便于说明, 将改进的算法命名为 DVDE 算法. DVDE 算法完整的伪代码在算法 1 中被详细地进行了描述.

算法 1 DVDE 算法的完整伪代码

```

1  初始化: 令  $G=0$ , 随机生成  $NP$  个个体, 并设置  $\mu_{CR} = 0.5, \mu_F = 0.5, GV = 0, GV1 = \emptyset$ 
2  While 没有达到算法退出条件时
    Do
    2.1  根据(10)-(11)式为每个个体放缩因子  $F_i$  和交叉概率  $CR_i$ ;
    2.2  变异操作
        For  $i = 1 : NP$ 
            从当代种群  $P$  中适应度值靠前的 100  $p\%$  的个体中随机选择  $X_{best,g}^p$ ;
            从当代种群  $P$  当中随机选择  $X_{r1,g}, X_{r2,g}$  并使得  $X_{r1,g} \neq X_{i,g}, X_{r2,g} \neq X_{r1,g} \neq X_{i,g}$ ;
            从集合  $GV$  当中随机选择向量  $Gvector$  根据(15)式进行变异操作;
        End
    2.3  交叉操作
        用二项式交叉操作生成实验向量
         $U_{i,g}=(v_{1,i,g}, v_{2,i,g}, \dots, v_{D,i,g})$ 
        随机生成  $j_{rand}: j_{rand}$  为 1 到  $D$  之间的整数;
        For  $j=1: D$ 
            If  $j = j_{rand}$  或者  $\text{rand}(0,1) < CR_i$ 
                 $u_{j,i,g} = v_{j,i,g}$ 
            Else
                 $u_{j,i,g} = x_{j,i,g}$ 
            End
        End
    2.4  选择操作
        For  $i=1:NP$ 
            评价每个实验向量  $U_{i,g}$ 
            If  $f(U_{i,g}) < f(X_{i,g})$ 
    
```

```

         $X_{i,g+1} = U_{i,g}$ 
        计算所有的进化方向向量并将其
        保存到集合  $GV1$  中;
         $gvector = U_{i,g-1} - X_{i,g-1}$ 
         $gvector \rightarrow GV1$ ;
    Else
         $X_{i,g+1} = X_{i,g}; CR_i \rightarrow S_{CR}; F_i \rightarrow S_F$ 
    End
End
2.5 更新进化方向向量集合  $GV$ 
    If  $GV1 \neq \emptyset$ 
         $GV = GV1$ 
    End
2.6 根据(12)-(14)式更新参数  $\mu_{CR}$  和  $\mu_F$ ;
2.7  $G=G+1$ 
End
    
```

3.1 基于进化方向的变异策略

对于一个最小化优化问题, 当 $G=g-1$ 次迭代时, 如果试验个体 $U_{i,g-1}$ 的适应度值比父代个体 $X_{i,g-1}$ 的小, 那么 $U_{i,g-1}$ 会被保留成为下一代的父代, 即此时 $X_{i,g}=U_{i,g-1}$. 我们可以这样理解, 这个被保留下来的个体在很大概率上离全局最优点更近. 因此, 在被保留下来的个体和被取代的个体之间就存在着一个方向信息, 在这里我们将其称作进化方向. 我们将这种进化方向添加到变异操作中, 让其指导种群进化.

在这种情况下, 我们计算 $U_{i,g-1}$ 与 $X_{i,g-1}$ 的差值 ($gvector=U_{i,g-1}-X_{i,g-1}$) 并将满足这种条件的所有的差值向量保存到集合 GV 当中, 那么集合 GV 里的所有的向

量表示的是 $X_{i,g-1}$ 指向 $U_{i,g-1}$ 的方向向量, 代表着当代第 i 个个体的进化方向. 基于此, 我们用这些进化方向来指导下一代进化.

当 $G=g$ 次迭代时, 我们从集合 GV 随机的选择一个向量并将其融合到其变异操作当中. 假设从集合 GV 中随机选到的向量 $Gvector$, 集合 P 为当代种群, 那么我们的变异策略“DE/current-to- $pbest/1/Gvector$ ”可以用下列式子表示:

$$V_{i,g} = X_{i,g} + F_i \cdot (X_{pbest,g}^p - X_{i,g}) + F_i \cdot (X_{r1,g} - X_{r2,g}) + F_i \cdot Gvector \quad (15)$$

其中, $X_{pbest,g}^p$ 是从集合 P 的前 $100p\%$ 个适应度值优的个体中随机选择的, $p \in (0,1]$, $X_{r1,g}, X_{r2,g}$ 是从 P 所以元素中随机选取的.

具体地说, 当 $G=g$ 时, 方向向量 $Gvector$ 可以描述成下列这样:

- 1) $Gvector \in GV$;
- 2) 集合 GV 是由满足下列条件的所有的向量组成: 若将 GV 中任意一个向量命名为 $gvector$, 那么 $gvector$ 可通过下列方式计算:

$$gvector = U_{i,g-1} - X_{i,g-1}, \text{ if } f(U_{i,g-1}) < f(X_{i,g-1}), i=1,2,\dots,D$$

图 1 展示的是“DE/current-to- $pbest/1/Gvector$ ”变异策略和“DE/current-to- $pbest$ ”变异策略的不同. 如图中所示, 如果前代种群的进化带来了正确的进化方向 $Gvector$, 那么当代种群会由于 $Gvector$ 的导向作用, 使得在“DE/current-to- $pbest/1/Gvector$ ”变异策略下产生的试验向量 $V_{i,g}$ 会比由“DE/current-to- $pbest$ ”产生的试验向量 $V_{i,g}'$ 离全局最优点更近.

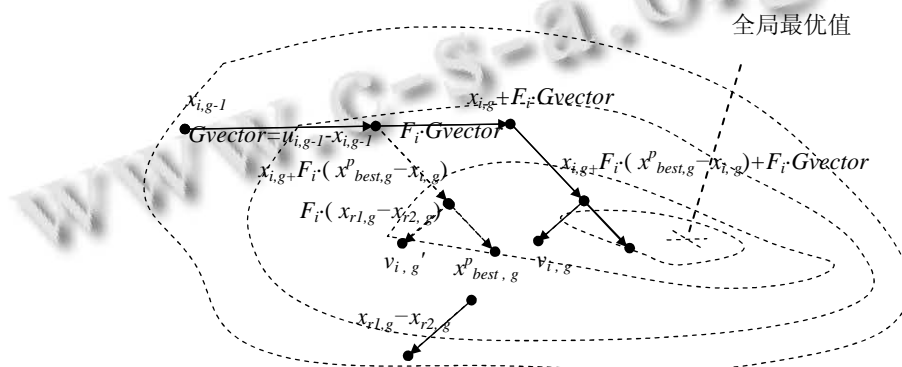


图 1 “DE/current-to- $pbest/1/Gvector$ ”变异策略 和 “DE/current-to- $pbest$ ”变异策略两者差异的向量展示图. 图中实验向量 $V_{i,g}$ 由“DE/current-to- $pbest/1/Gvector$ ”变异策略产生, 试验向量 $V_{i,g}'$ 由“DE/current-to- $pbest$ ”产生.

3.2 相关说明

a. 由于集合 GV 中的元素是在第一次迭代之后才满足条件时才可能产生的, 因此, 在初始化的时候,

我们令集合 GV 为若干个 0 向量组成的集合.

b. 只要有满足条件的 $gvector$ 生成, 集合 GV 里面的元素在每一次迭代完之后都会更新, 不保留上一代

GV 里面的任意一个元素.

c. 由于集合 GV 里面的元素仅仅取决于上一代选择操作的结果, 因此每一代 GV 集合里面的元素总个数也会不断更新, 前后两代之间的个数并没有直接的关系.

4 仿真

4.1 测试函数

本文所使用的是 2005CEC 的 12 个测试函数, 这 12 个函数包括 5 个单峰函数和 7 个常用的多峰函数. 关于这 12 个测试函数更详细的信息在表 1 中进行了说明.

表 1 测试函数

| 函数类型 | 测试函数 | 初始化范围 |
|------|---|--------------------------------|
| 单峰函数 | F ₁ (Shifted sphere function) | [-100, 100] ^D |
| | F ₂ (Shifted Schwefel's problem 1.2 function) | [-100, 100] ^D |
| | F ₃ (Shifted rotated high conditioned elliptic function) | [-100, 100] ^D |
| | F ₄ (Shifted Schwefel's problem 1.2 with noise in fitness function) | [-100, 100] ^D |
| | F ₅ (Schwefel's problem 2.6 with global optimum on bounds function) | [-100, 100] ^D |
| 多峰函数 | F ₆ (Shifted Rosenbrock function) | [-100, 100] ^D |
| | F ₇ (Shifted rotated Griewank's function without bounds function) | [0, 600] ^D |
| | F ₈ (Shifted rotated Ackley's function with global optimum on bounds function) | [-32, 32] ^D |
| | F ₉ (Shifted Rastrigin function) | [-5, 5] ^D |
| | F ₁₀ (Shifted rotated Rastrigin function) | [-5, 5] ^D |
| | F ₁₁ (Shifted rotated weierstrass function) | [-0.5, 0.5] ^D |
| | F ₁₂ (Schwefel's problem 2.13 function) | [π , π] ^D |

4.2 实验参数设置

本文将 DVDE 算法与目前效果较好的 5 个改进的 DE 算法(JADE, SaDE, CoDE, EPSDE 以及 jDE)进行比较, 对 12 个 2005CEC 的测试函数分别在维数 30 和 50 时进行了仿真实验. 实验取独立运行 30 次的运行结果的均值, 并将每个算法的最大评价次数都设置为 1000*D, 其中 D 为维数大小. 种群大小保留了算法原有的最佳设置, DVDE 的种群大小设置为 150.

4.3 算法性能好坏的评价标准

为了能更好地评价算法的性能好坏, 在这里我们使用了 4 种比较常用的评价标准:

1) 误差: 令 X*为测试函数的实际全局最优值, 当

评价次数达到最大评价次数时, 计算解的误差 $f(X) - f(X^*)$ 以及误差的平均值和标准方差(f 表示测试函数).

2) 准确率(SR)也被用来评价算法求解优化问题的可靠性大小, SR 是指算法优化所得到解与测试函数实际的解两者之间的差在一定的误差范围内的所占百分比.

3) 弗里德曼氏试验和威尔科克森秩和测试以显著性水平 0.05 也被用来比较算法的性能.

4) 收敛图: 我们选择 30 次独立运行中的算法优化效果排第 15 次的数据来画图. 收敛图的纵坐标和横坐标表现的是 $\log_{10}(f(X) - f(X^*))$ 和评价次数之间的关系.

表 2 误差平均值和标准方差(D=30)

| | CoDE | jDE | EPSDE | SaDE | JADE | DVDE |
|----------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------|---------------------|-----------------------------|---------------------------|
| | Mean(Std) | Mean(Std) | Mean(Std) | Mean(Std) | Mean(Std) | Mean(Std) |
| F ₁ | 0.00E+00(0.00E+00) ≈ | 0.00E+00(0.00E+00) ≈ | 6.73E-29(3.69E-29) | 1.68E-30(9.22E-30)≈ | 0.00E+00(0.00E+00) ≈ | 0.00E+00(0.00E+00) |
| F ₂ | 1.53E-15(2.88E-15)- | 1.02E-06(1.45E-06)- | 5.27E-26(8.78E-26) | 1.14E-05(2.97E-05)- | 1.13E-28(1.02E-28)- | 0.00E+00(0.00E+00) |
| F ₃ | 1.16E+05(5.33E+04) | 2.03E+05(1.41E+05)- | 4.74E+04(5.57E+04) | 4.54E+05(2.20E+05) | 6.18E+03(3.96E+03)- | 4.69E+02(7.57E+02) |
| F ₄ | 1.09E-02(3.15E-02)- | 1.77E-02(1.85E-02)- | 5.52E+00(1.83E+01) | 2.00E+02(3.86E+02) | 7.57E-15(4.01E-14)- | 7.64E-31(2.94E-30) |
| F ₅ | 4.24E+02(3.02E+02) | 3.98E+02(3.78E+02)- | 1.63E+03(9.29E+02) | 3.38E+03(4.96E+02) | 3.63E-08(1.23E-07)- | 8.76E-12(3.24E-12) |
| F ₆ | 1.33E-01(7.28E-01) + | 3.06E+01(2.81E+01)- | 5.32E-01(1.38E+00)+ | 4.54E+01(3.37E+01) | 1.07E+01(4.86E+01)- | 3.78E+00(2.08E+01) |

| | | | | | | |
|-----------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------|
| F ₇ | 8.78E-03(7.39E-03)- | 1.03E-02(8.05E-03)- | 1.60E-02(1.17E-02)- | 1.64E-02(1.13E-02)- | 6.98E-03(6.81E-03)- | 1.31E-03(3.41E-03) |
| F ₈ | 8.01E+01(9.46E-02)- | 2.09E+01(4.31E-02)≈ | 2.10E+01(5.29E-02) | 2.10E+01(5.25E-02) | 2.09E+01(1.79E-01)≈ | 2.09E+01(3.90E-02) |
| F ₉ | 0.00E+00(0.00E+00)≈ | 0.00E+00(0.00E+00)≈ | 0.00E+00(0.00E+00)≈ | 1.33E-01(3.44E-01)- | 0.00E+00(0.00E+00)≈ | 0.00E+00(0.00E+00) |
| F ₁₀ | 3.77E+01(8.36E+00) | 5.81E+01(9.14E+00)- | 4.75E+01(7.92E+00)≈ | 4.83E+01(1.38E+01) | 2.36E+02(1.28E+01)- | 3.27E+01(4.69E+00) |
| F ₁₁ | 8.11E+01(8.92E+00)- | 2.81E+01(1.62E+00)≈ | 3.50E+01(3.82E+00) | 1.70E+01(2.83E+00)+ | 2.57E+01(1.65E+00)- | 2.53E+01(1.42E+00) |
| F ₁₂ | 3.02E+03(5.79E+03)+ | 9.84E+03(8.32E+03)+ | 3.77E+04(5.97E+03) | 3.01E+03(2.83E+03)+ | 6.26E+03(4.23E+03)+ | 1.10E+04(3.91E+03) |
| - | 8 | 7 | 9 | 9 | 8 | |
| + | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | |
| ≈ | 2 | 4 | 2 | 1 | 3 | |

4.4 仿真结果分析

4.4.1 30 维实验仿真结果分析

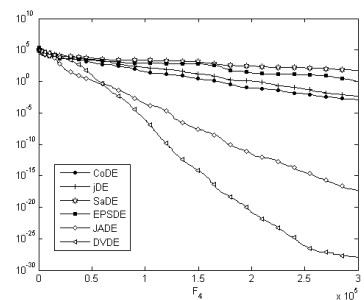
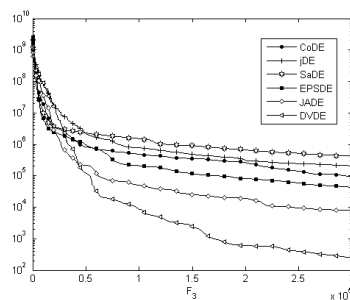
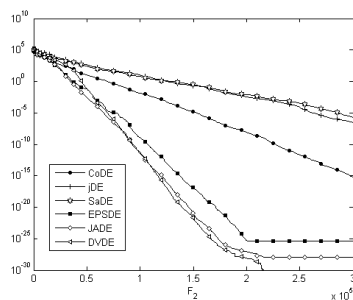
本文对 12 个测试函数在维数 $D=30$ 时进行了仿真实验, 将 DVDE 与 CoDE, jDE, EPSDE, SaDE, JADE 进行了比较. 表 2 所示结果是算法独立运行 30 次的误差均值及方差, 分别用 Mean 和 Std 表示. 另外, 威尔科克森秩和测试结果也在表 2 中进行了展示. 其中, “+”表示该算法的实验结果优于 DVDE 的实验结果, 反之, “-”表示该算法的实验结果次于 DVDE 的实验结果, 而“≈”表示两者不相上下.

表 3 弗里德曼氏试验结果($D=30$)

| 算法 | 秩平均 |
|------|------|
| CoDE | 3.38 |
| jDE | 3.88 |

表 4 $D=30$ 时函数 F₁-F₁₂ 的准确率(SR)

| | F ₁ | F ₂ | F ₃ | F ₄ | F ₅ | F ₆ | F ₇ | F ₈ | F ₉ | F ₁₀ | F ₁₁ | F ₁₂ |
|---------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 误差可接受范围 | 1.0E-20 | 1.0E-20 | 1.0E+03 | 1.0E-10 | 1.0E-10 | 2.0E+00 | 1.0E-03 | 2.1E+01 | 1.0E-20 | 4.0E+01 | 1.5E+01 | 3.0E+03 |
| CoDE | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 96.67 | 30 | 100 | 100 | 70 | 76.67 | 76.67 |
| jDE | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 13.33 | 93.33 | 100 | 3.33 | 0 | 30 |
| EPSDE | 100 | 100 | 0 | 0 | 0 | 86.67 | 10 | 86.67 | 100 | 20 | 0 | 0 |
| SaDE | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 83.33 | 86.67 | 26.67 | 23.33 | 66.67 |
| JADE | 100 | 100 | 10 | 100 | 26.67 | 86.67 | 40 | 86.67 | 100 | 100 | 0 | 26.67 |
| DVDE | 100 | 100 | 76.67 | 100 | 96.67 | 73.33 | 86.67 | 93.33 | 100 | 86.67 | 0 | 6.67 |



| | |
|-------|------|
| EPSDE | 4.21 |
| SaDE | 4.79 |
| JADE | 2.79 |
| DVDE | 1.96 |

从表 2 中我们可以看到, 在 5 个单峰函数上, DVDE 算法的优化结果的误差最小, 是 5 个算法中表现最好的一个, 且其效果远远好过其他 5 个算法. 对于 7 个基本多峰函数 F₆-F₁₂, DVDE 算法比 CoDE, jDE, EPSDE, SaDE, JADE 优化效果更好的函数分别有 4 个, 3 个, 4 个, 5 个, 4 个. CoDE, jDE 以及 SaDE 分别在 1 个, 1 个以及 2 个函数上比 DVDE 效果要好. 根据这些结果, 我们也可以得出结论: 对于这 7 个基本多峰函数 DVDE 的整体优化性能是最好的.

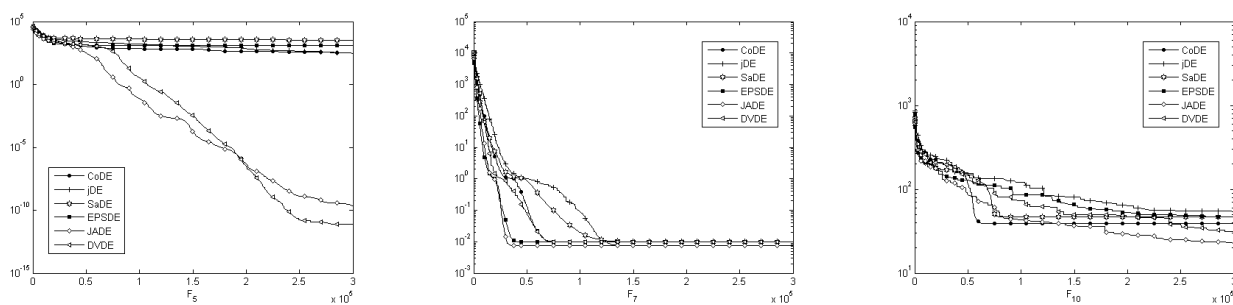


图 3 函数 F_2 - F_5 , F_7 , F_{10} ($D = 30$) 的收敛图. 横坐标表示迭代次数, 纵坐标表示 $\log_{10}(f(X) - f(X^*))$

另外, 表 3 所展示的是弗里德曼氏试验结果. 从表中可看出 DVDE 的秩平均为 1.96, 比其他 5 个算法的秩平均都要小, 从而也说明了 DVDE 的优化能力比其他 5 个算法都要好. 表 5 展现的仿真结果的 SR, 从表中可以看出, 对于函数 F_1 - F_5 , F_7 以及 F_9 - F_{10} , DVDE

的准确率是最高的. 图 3 展示了函数 F_2 - F_5 , F_7 , F_{10} 的收敛图. 其中, 横坐标表示迭代次数, 纵坐标表示 $\log_{10}(f(X) - f(X^*))$. 从收敛图可以看出, 这种新的进化方向的加入对于算法的收敛能力和优化能力都起到了较好的作用.

表 5 误差平均值和标准方差($D=50$)

| | CoDE Mean(Std) | jDE Mean(Std) | EPSDE Mean(Std) | SaDE Mean(Std) | JADE Mean(Std) | DVDE Mean(Std) |
|----------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------|---------------------|-----------------------------|---------------------------|
| F_1 | 0.00E+00(0.00E+00) ≈ | 0.00E+00(0.00E+00) ≈ | 4.22E-29(1.01E-28)- | 1.51E-29(5.16E-29)- | 0.00E+00(0.00E+00) ≈ | 0.00E+00(0.00E+00) |
| F_2 | 1.65E-08(3.21E-08)- | 1.27E-02(1.28E-02)- | 3.15E-22(1.57E-21)- | 1.31E-01(3.24E-01)- | 4.21E-27(4.22E-27)- | 1.24E-27(5.24E-28) |
| F_3 | 1.98E+05(1.00E+05)- | 5.45E+05(2.64E+05)- | 1.25E+07(3.36E+07)- | 1.06E+06(3.39E+05)- | 1.76E+04(8.59E+03)- | 1.59E+04(6.78E+03) |
| F_4 | 5.99E+02(9.15E+02)- | 4.84E+02(4.03E+02)- | 9.03E+03(1.67E+04)- | 7.05E+03(2.41E+03)- | 4.07E-01(8.06E-01)- | 9.23E-06(2.87E-05) |
| F_5 | 3.14E+03(6.56E+02)- | 3.05E+03(6.16E+02)- | 4.48E+03(1.04E+03)- | 8.53E+03(1.48E+03)- | 1.32E+03(4.63E+02)- | 1.90E+02(2.50E+02) |
| F_6 | 8.12E-01(1.53E+00)+ | 3.69E+01(2.59E+01)- | 1.46E+00(1.95E+00)+ | 9.12E+01(4.54E+01)- | 1.33E+00(1.91E+00) + | 5.69E+00(2.11E+01) |
| F_7 | 2.63E-03(4.88E-03)- | 2.95E-03(8.90E-03)- | 8.84E-03(1.39E-02)- | 5.74E-03(9.95E-03)- | 5.09E-03(7.42E-03)- | 1.81E-03(4.88E-03) |
| F_8 | 2.01E+01(1.09E-01) + | 2.11E+01(2.37E-02)≈ | 2.11E+01(3.59E-02)≈ | 2.11E+01(3.51E-02)≈ | 2.10E+01(3.76E-01)+ | 2.11E+01(3.47E-02) |
| F_9 | 2.98E-01(5.93E-01)- | 0.00E+00(0.00E+00) ≈ | 6.63E-02(2.52E-01)- | 1.82E+00(1.38E+00)- | 0.00E+00(0.00E+00) ≈ | 0.00E+00(0.00E+00) |
| F_{10} | 7.79E+01(1.96E+01)- | 9.50E+01(1.42E+01)- | 1.56E+02(1.61E+01)- | 1.30E+02(2.61E+01)- | 4.69E+01(7.39E+00) + | 5.88E+01(7.92E+00) |
| F_{11} | 2.90E+01(4.76E+00) + | 5.43E+01(1.80E+00)- | 7.05E+01(3.51E+00)- | 3.99E+01(3.60E+00)+ | 5.20E+01(2.52E+00)- | 5.15E+01(2.68E+00) |
| F_{12} | 9.31E+03(7.57E+03) + | 2.00E+04(1.53E+04)- | 3.19E+05(4.72E+04)- | 1.97E+04(1.59E+04)- | 2.15E+04(1.86E+04)- | 1.39E+04(1.66E+04) |
| - | 7 | 9 | 10 | 10 | 8 | |
| + | 4 | 0 | 1 | 1 | 2 | |
| ≈ | 1 | 3 | 1 | 1 | 2 | |

4.4.2 50 维实验仿真结果分析

为了验证 DVDE 对于高维函数的优化能力, 本文对 12 个测试函数在维数 $D=50$ 时也进行了仿真实验. 表 5 所展现的独立运行 30 次的仿真结果的误差均值和标准方差. 从表 5 可以知道, 对于函数 F_1 - F_5 , DVDE 的优化结果远远好于其他 5 个算法, 但是对于多峰函数 DVDE 的效果却不是那么明显. 同时, 威尔科克森秩和测试结果也在表 5 中进行了展示.

表 6 所表示的是弗里德曼氏试验结果, DVDE 的秩

平均为 2.08, 是秩平均值中最小的一个, 这也说明了这种基于进化方向的变异策略对于提高算法的优化能力确实起到了较好的作用.

表 6 弗里德曼氏试验结果($D=50$)

| 算法 | 秩平均 |
|-------|------|
| CoDE | 2.63 |
| jDE | 3.75 |
| EPSDE | 5.13 |
| SaDE | 4.88 |
| JADE | 2.54 |
| DVDE | 2.08 |

表 7 $D=50$ 时函数 F_1-F_{12} 的准确率(SR)

| | F_1 | F_2 | F_3 | F_4 | F_5 | F_6 | F_7 | F_8 | F_9 | F_{10} | F_{11} | F_{12} |
|---------|------------|------------|--------------|--------------|-------------|-----------|--------------|------------|------------|--------------|------------|-----------|
| 误差可接受范围 | 1.0E-20 | 1.0E-20 | 1.0E+0 | 1.0E-05 | 1.0E+0 | 1.0E-10 | 1.0E-10 | 2.1E+0 | 1.0E-10 | 5.0E+0 | 4.0E+0 | 1.0E+0 |
| CoDE | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 76.67 | 100 | 76.67 | 0 | 100 | 70 |
| jDE | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 86.67 | 0 | 100 | 0 | 0 | 36.67 |
| EPSDE | 100 | 100 | 0 | 0 | 0 | 63.33 | 56.67 | 0 | 93.33 | 0 | 0 | 0 |
| SaDE | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 20 | 0 | 46.67 | 26.67 |
| JADE | 100 | 100 | 20 | 0 | 0 | 66.67 | 60 | 13.33 | 100 | 66.33 | 0 | 40 |
| DVDE | 100 | 100 | 23.33 | 76.67 | 6.67 | 80 | 86.67 | 0 | 100 | 16.67 | 0 | 53.33 |

另外,表7展现的仿真结果的准确率(SR).根据表7中的数据,我们可以清楚地知道,对于优化 F_1-F_5 这5个单峰函数, DVDE 算法是6个算法中最好的,其优越性远远超过其他四个算法.对于基本多峰函数 F_6-F_{12} , CoDE 和 JADE 在3个函数上表现得比其他算法好. DVDE 只在 F_7 这一个函数上超越其他函数,但是, jDE, SaDE 以及 EPSDE 并没在在任何函数上表现得比 DVDE 好.

基于上述仿真结果,我们可以得到一个结论,对于这12个测试函数,不论是对于30维还是50维, DVDE 的平均性能都比其它5个算法要好,尤其是对于单峰函数,性能更为突出.

5 结论

本文研究了个体在进化选择操作前后产生的差量信息在变异操作上的导向作用,提出了一种新的基于进化方向的变异策略.同时,为了测试我们这种新的方向信息能否提高算法的优化能力,我们在 JADE 的基础上提出了一种新的算法 DVDE,并将其与5个改进的 DE 算法(JADE, CoDE, jDE, EPSDE, SaDE)进行了比较.通过优化 CEC2005 的12个常用的测试函数,并比较实验仿真结果,证明了我们所提出的 DVDE 算法的整体优化性能优于其他5个 DE 算法,特别是对于5个单峰函数,效果更为明显.根据实验结果,我们也可以得出结论,这种新的进化方向的加入对于平衡算法的收敛速度和种群多样性也起到了较好的作用,有效地避免了算法过早陷入局部最优.

参考文献

1 Qin AK, Huang VL, Suganthan PN. Differential evolution algorithm with strategy adaptation for global numerical

optimization. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, 2009, 13(2): 398–417.

2 Fan Q, Yan X. Self-adaptive differential evolution algorithm with discrete mutation control parameters. Expert Systems with Applications, 2015, 42(3): 1551–1572.

3 Mallipeddi R, Suganthan PN, Pan QK, et al. Differential evolution algorithm with ensemble of parameters and mutation strategies. Applied Soft Computing, 2011, 11(2): 1679–1696.

4 Wang Y, Cai Z, Zhang Q. Differential evolution with composite trial vector generation strategies and control parameters. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, 2011, 15(1): 55–66.

5 Fan HY, Lampinen J. A trigonometric mutation operation to differential evolution. Journal of Global Optimization, 2003, 27(1): 105–129.

6 Wang YX, Xiang QL. Exploring new learning strategies in differential evolution algorithm. IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2008. CEC 2008. IEEE. 2008. 204–209.

7 Zhang J, Sanderson AC. JADE: Adaptive differential evolution with optional external archive. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, 2009, 13(5): 945–958.

8 Suganthan PN, Hansen N, Liang JJ, et al. Problem definitions and evaluation criteria for the CEC 2005 special session on real-parameter optimization. KanGAL Report, 2005, 2005005: 2005.

9 Brest J, Greiner S, Bošković B, et al. Self-adapting control parameters in differential evolution: a comparative study on numerical benchmark problems. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, 2006, 10(6): 646–657.