

# LTE 系统基于格基约减辅助 V-BLAST 算法<sup>①</sup>

高明, 刘金铸

(南京信息工程大学 电子与信息工程学院, 南京 210044)

**摘要:** LTE 作为以 OFDM-MIMO 为主要技术特征的第四代移动通信, 它的终端信号检测实现比较困难, 这就需要一种性能好、复杂度低的检测算法来实现。格基约减是一种在接收端对信道矩阵进行预处理, 可以消除子信道间干扰和抑制噪声的增强。本文在已有的格基约减 ELLL 算法的基础上, 提出一种限制条件更为宽松的对角格约减算法(DR)。该算法的计算复杂度要低于 ELLL 算法。在该算法的基础上, 结合传统 V-BLAST 和 K-best 算法思想, 给出了一种基于格基约减辅助的 V-BLAST 算法。仿真结果表明, 在 LTE 系统中该算法能够在复杂度较低的情况下, 性能更接近 ML 算法。

**关键词:** 多输入多输出; 最大似然检测; 格基约减; 串行干扰消除

## Lattice Reduction Aided V-BLAST Algorithm in LTE System

GAO Ming, LIU Jin-Zhu

(College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China)

**Abstract:** LTE is the fourth generation mobile communication dominated by OFDM-MIMO technical features. Signal detection in the terminal of it needs a kind of detection algorithm with lower complexity and better performance to achieve. A lattice reduction aided algorithm is a preprocessing technique that it enables the columns of channels matrix to be approximately orthogonal. It can eliminate the interference among these Sub-channels and reduce the effect of the enhancement of noise. On the basis of ELLL, a weaker reduction criterion, called diagonal reduction with potentially lower computational cost than the ELLL, is proposed, and we further put forward a new lattice reduction aided detection algorithm which associated K-best with V-BLAST on the basis of DR. As depicted in our simulation, the performance of the algorithm which is proposed is close to that of ML with a lower computational complexity.

**Key words:** MIMO; ML; lattice reduction; OSIC

2004 年, 3GPP 组织迫于 WiMAX 方面的压力, 于多伦多会议上确定启开长期演进计划(long Term Evolution)即 LTE<sup>[1]</sup>, 它拥有系统容量大、频谱效率利用率高, 降低时延和分组优化的无线接入等优点, 能够达到很高的峰值数据速率与可扩展的系统带宽。

在散射体丰富的传输环境下, 多输入多输出(MIMO)系统能够提供非常高的数据传输速率, 在贝尔实验室提出的 V-BLAST 结构<sup>[2]</sup>中, 将数据流串并转换并调制到不同的天线  $n_t$  发送, 接收端天线  $n_r$  接收

来自不同发射天线数据的混叠, 因此在接收端能够尽可能无误地检测出发送端放的数据是 MIMO 检测算法设计的关键所在。MIMO 系统检测算法一般分为最优检测 ML 算法, 它是误码率最低性能最好的, 但是其计算复杂度随着星座点的大小和发送天线的数量呈指数级增加, 实际中难以应用。除此以外还有复杂度较低, 结构简单易于实现的迫零(ZF)和最小均方差(MMSE)线性检测算法以及 V-BLAST 非线性检测<sup>[3]</sup>, 虽然具有非常低的复杂度, 但其性能较 ML 算法相去甚远。为了

<sup>①</sup> 收稿时间:2014-08-23;收到修改稿时间:2014-10-13

在计算复杂度和性能之间寻找一个平衡点,研究人员提出了格约减这一检测思路,LLL 是一种典型的格基约减算法,它能在多项式时间内计算一个长度不超过格中最短向量长度  $2^{(n-1)/2}$  倍<sup>[4]</sup>的格向量,使得信道矩阵各列近似正交,进而在消除子信道间干扰的同时抑制噪声的增强,在一定程度上降低 MIMO 系统的误比特率.由于 SIC 的判决域主要是由格拉姆斯密特正交向量决定,在此基础上对 LLL 进行改进,给出了一种对角格基约减算法(DR),减少了长度约减的次数,从而能够在更短的时间里获得与 LLL 性能一样的约减基,进而在 V-BLAST 检测算法和邻域搜索纠错的基础上,结合 DR,给出了一种格基约减辅助 V-BLAST 纠错算法,性能更接近 ML 算法.

### 1 LTE系统模型

在以 MIMO-OFDM 为主要技术特征的第四代移动通信系统 LTE 中,对于发送天线数为  $n_t$ ,接受天线数为  $n_r$ ,子载波为 N 的基带 MIMO-OFDM 通信系统,假定传输信道的总带宽为 B 赫兹,将其分成 N 个相互重叠的子频带,使每一子频带与每一子载波对应.系统检测原理如图 2

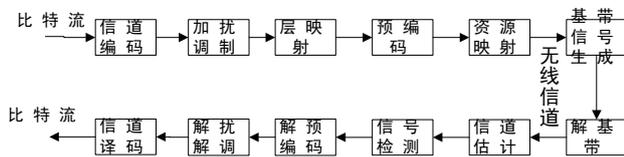


图 1 LTE 系统模型

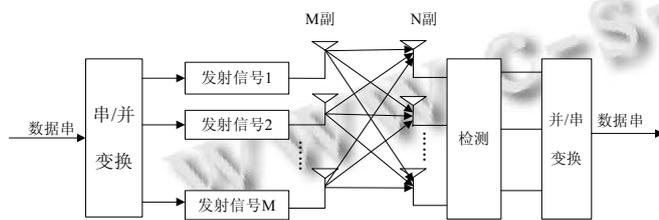


图 2 MIMO 检测系统

对于如图 2  $M \times N$  平坦衰落的 V-BLAST MIMO 系统发射模型

$$y = Hs + w \tag{1}$$

式中,  $s = [s_1, s_2, \dots, s_M]^T$ , ( $s_j \in S$ )表示 QAM 映射的信号符号集,  $H$  是  $N \times M$  平坦衰弱信道增益矩阵,它的元素是独立同分布,均值为 0 方差为 1 的复高斯分布; $y = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$  是接收信号向量,  $w = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T$  表

示均值为 0、方差为  $\sigma^2$  的加性高斯白噪声.

为了能够尽可能准确地检测出发送端发送的信息符号,对式(1)采用最大似然 ML 检测这种最优检测算法.

$$\hat{s} = \arg \max_{\tilde{s} \in S^M} \|y - H\tilde{s}\|^2 \tag{2}$$

式(2)中 S 和 M 分别表示星座集和发射天线数,其中

$\|y - H\tilde{s}\|^2$  是 ML 的度量,当所有的发射向量等可能

时,ML 方法达到最大后验概率(MAP)检测的最佳性能,然而它的复杂度随调制阶数和发射天线数量增加而成指数上升.因为这一方法具有最佳性能,所以尽管复杂度很高,仍将其作为其他检测方法的参考.

### 2 格基的基本理论和算法

#### 2.1 基本理论

设  $b_1, b_2, \dots, b_n \in C^N$  是 B 的列向量,那么一个复数域内的格<sup>[5]</sup>可以表示为:

$$L(B) = L(b_1, b_2, \dots, b_n) = \sum_{i=1}^M b_i \lambda = \{c_1 b_1, \dots, c_M b_M | c_i = \lambda\} \tag{3}$$

式中  $\lambda = \{a + bi | a, b \in Z\}$  是高斯复整数权值构成的系数矢量.

#### 2.2 格基约减算法

结合式(3),可以把无噪声的接收信号  $Hs$  看成是由实值信道矩阵 H 的生成的格点,信道矩阵的各个列向量  $h_l (1 \leq l \leq M)$  了格的基矢量,假设发送符号在整数域范围内取值,因此所有可能的无噪接收信号点构成的格  $L(H)$  表示为:

$$L(H) = L(h_1, \dots, h_M) = \sum_{i=1}^M h_i Z \tag{4}$$

格点  $L(H)$ 的基向量 H 并不唯一,若定义格点  $L(H)$  的行列式  $\det(L) = \sqrt{\det(HH^T)}$ ,只要满足以上条件的向量都可以称为格点 L 的基, H 经过初等列变换之后的矩阵仍然可以作为 L 的格基即

$$L(\bar{H}) = L(H) \Leftrightarrow \bar{H} = \bar{H}T \tag{5}$$

格基约减就是对格生成矩阵 H 的各列进行一系列迭代的模值比较和约减处理,然后得到一组基,而这组基中会包含近似的最短向量<sup>[6]</sup>.格基的另一个性质是:若一组基向量长度较短,则这组基向量之间将接近正交.因此格基约减在缩小格基模值的同时,也提高了基向

量之间的正交性.

2.2.1 ELLL 算法

由 A. K. Lenstra, H. W. Lenstra 和 L. Lovasz 在文献 [7] 中提出了一种性能优异的格基约减算法, 也就是现在被广泛应用的 LLL 算法. 它能够极大地提高 MMSE 和 SIC 的检测性能, 但经过观察得知 SIC 的判决域仅由格基的格拉姆斯密特正交向量决定, 而与格的基向量本身没有关系, 并且长度约减不影响格拉姆斯密特正交向量, 所以文献 [8] 提出了一种高效的格约减算法, 该算法只对一对相邻的格基矢量进行长度约减, 减少了长度约减的迭代次数, 降低了计算量, 并且在应用于 SIC 时与传统的 LLL 并无明显的性能差异, 这是因为在辅助 SIC 检测时, ELLL 和传统的 LLL 能够寻找到相同的格点 [9].

假设存在一个矩阵  $B$ , 对  $B$  做 QR 分解得到  $B = QR$ , 如果三角矩阵  $R$  满足下列条件:

$$|r_{k-1,k}| \leq \frac{1}{2} |r_{k-1,k-1}|, 1 < k \leq n \quad (6)$$

$$|r_{k,k}|^2 + |r_{k-1,k}|^2 \leq \delta |r_{k-1,k-1}|^2 \quad 1 < k \leq n \quad (7)$$

如果  $B$  同时满足式(6)和(7), 那么  $B$  就是 ELLL 约减

2.3 改进的格约减算法

ELLL 通过移除对非对角元素的长度约减的要求, 降低了 LLL 的约束条件. 然而在 SIC 中对子对角元素  $r_{k-1,k}$  进行长度约减也没有意义, 在此基础上提出一种限制条件更为宽松的对角格约减算法(DR), 它仅仅需要对主对角元素进行长度约减, 从而进一步提高算法的效率.

$$|r_{k-1,k} - u_k r_{k-1,k-1}|^2 + |r_{k,k}|^2 \geq \delta |r_{k-1,k-1}|^2 \quad 1 < k \leq n \quad (8)$$

式 (8) 中  $1 < k \leq n$ ,  $u_k = \lfloor r_{k-1,k} / r_{k-1,k-1} \rfloor$ ,  $1/2 < \delta < 1$ . 很容易证明如果  $B$  是 ELLL 约减, 那它肯定是 DR 约减, 反之不然.

对  $1 < k \leq n$ , 由式(8)推导可得

$$r_{j,j}^2 \leq \beta^{i-j} r_{i,i}^2 \quad 1 \leq j < i \leq n \quad (9)$$

式中  $\beta = 1/(\delta - 1/2)$ , 式(9)同样适用于 ELLL 且表明 ELLL 与 LLL 在 SIC 检测中具有相同的性能 [9,10]. 从而 DR 与 LLL 在 SIC 检测中也具有相同的性能.

通过 DR 算法得到的新格基  $\tilde{B}$  与原始格基  $B$  相比具有许多优秀的性能. 经过 DR 算法约减之后能得到

近似于格中最短向量的短向量(不超过格中最短向量长度的  $2^{\frac{n-1}{2}}$  倍). 此外, 经过 DR 算法约减之后得到的新基的正交偏离度得到了极大的改善, 即正交性更强.

经过 DR 算法, 信道矩阵变换成  $\bar{H} = HT$ , 因此 MIMO 系统模型可改写成

$$y = \bar{H}s + n = HTT^{-1}s + n = \bar{H}s + n \quad (10)$$

式(10)中  $\bar{s} = T^{-1}s$ , 在变换的格域里对  $\bar{s}$  进行检测判决.

DR 算法的流程:

输入: 矩阵  $B$ , 约减参数  $\delta$  (本文取 0.75)

输出: DR 约减基

- 1) 初始化 :  $\tilde{B} \leftarrow B \quad Z \leftarrow I_n$   
 $[\tilde{Q}, \tilde{R}] \leftarrow qr(\tilde{B})$
- 2)  $k \leftarrow 2$
- 3) While  $k \leq n$  do
- 4)  $u_k = \text{round} \left[ \frac{\tilde{R}_{k-1,k}}{\tilde{R}_{k-1,k-1}} \right]$
- 5) If 8) 不满足 Then
- 6) If  $u_k \neq 0$  then
- 7)  $\tilde{R}(1:k-1, k) \leftarrow \tilde{R}(1:k-1, k) - u_k \tilde{R}(1:k-1, k-1)$
- 8)  $Z(:, k) \leftarrow Z(:, k) - u_k Z(:, k-1)$
- 9) end if
- 10) 交换矩阵  $\tilde{R}$  和  $Z$  中的列  $k-1$  与  $k$
- 11) 计算 Givens 矩阵  $G$ , 重构  $\tilde{R}$  的上三角矩阵结构.
- 12) 使得  
 $\tilde{R}(k-1:k, k-1:n) \leftarrow G\tilde{R}(k-1:k, k-1:n)$   
 $\tilde{Q}(:, k-1:k) = \tilde{Q}(:, k-1:k) * G^H$
- 13)  $k = \max(k-1, 2)$
- 14) else
- 15)  $k = k+1$
- 16) end
- 17) end

在每次 while 循环迭代时, 该算法首先检测条件 8) 是否满足, 然后执行长度约减步骤(6-9), 再进行列交换(10-12), 为了能够使条件 8) 成立. 列交换后, 算法

后退一步( $k \leftarrow k - 1$ ), 直到  $\tilde{R}$  满足 DR 格约减算法条件才结束迭代循环. 与 ELLL 相比较, DR 减少了长度约减的次数. 特别是在每次迭代循环时, 不管条件 6) 是否满足, ELLL 都将执行长度约减步骤(6-9), 然而在 DR 中, 只有条件 6) 和 8) 同时不满足时, 才执行长度约减. 表 1 是 ELLL 和 DR 算法浮点运算数目.

表 1 ELLL, DR 格约减算法的平均复杂度

n	ELLL	DR
2	128.46	117.40
3	517.90	477.62
4	1280.21	1189.82
6	4301.27	4013.27
8	9726.91	9097.26
10	16915.37	15823.74

对比表 1 可以发现, ELLL 与 DR 格约减算法的平均复杂度随着格向量维数的增加, 差距变得更加明显. 所以 DR 格约减算法应用于 SIC 检测, 能够明显地减少计算复杂度.

### 3 改进的格基约减辅助V-BLAST算法

传统的 V-BLAST 算法是按照信号层的信噪比从大到小的顺序逐次检测出各层信号, 它先检测出信噪比最大的一层信号, 然后再将它从接收信号中删除, 消除对其它层信号的干扰, 在此基础上检测下一层信号, 如此循环直到检测出所有信号为止. 因此在利用 V-BLAST 算法检测信号时, 如果最先检测层出现错误, 则将会导致符号错误传播现象. 所以最先检测层信号正确与否直接影响整个系统的性能. 为了尽可能正确地检测出最先检测层信号, 所以对其进行大概估计, 并以此为依据对其取候选集, 因为最先检测信号层信噪比最大, 错误发生概率较低, 就算判决错误, 也只能被误判成该层信号的邻域点, 所以在笔者在改进的格约减算法基础上, 结合传统 V-BLAST 和 K-best 算法思想, 提出一种基于格基约减辅助的 V-BLAST 算法.

该算法的具体步骤如下:

1) 首先对  $\tilde{H}$  进行 QR 分解, 在 QR 分解的过程中, 对 R 中元素的排列顺序 即按 R 的对角元素  $R_{k,k}$  从 1~Nt 逐渐变大. 每层信号的信噪比与 R 中对角元素的绝对值  $R_{k,k}$  成正比. 可将式(10)改写成:

$$y' = Q^H y = R\tilde{s} + Q^H n \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} y_1' \\ y_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & R_3 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{s}_1 \\ \tilde{s}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

式(12)中将系统划分成检测  $s_1$  和  $s_2$  的两个低维 MIMO 子系统检测, 降低了信号检测的难度.

2) 对第一层进行基于格基约减的检测计算, 采用

$LR\_MMSE$  算法, 可以得到在约减域中估计值  $\hat{s}_2$ .

$$\hat{s}_2 = LR\_Detect(y_2')$$

3) 根据估计值  $\hat{s}_2$ , 选取  $s_2$  在约减域中邻域点集

合构成候选集合  $S_2 = list(\hat{s}_2) = (s_2^{(1)}, s_2^{(2)}, \dots, s_2^{(Q)})$ , Q 表示邻域点集合元素的个数.

4) 从候选集合中取出一个元素  $s_2^{(q)}$ , 将其代入

式(14)可得第二层信号在约减域中的估计值  $\hat{s}_1^{(q)}$ .

$$\hat{s}_1^{(q)} = LR\_Detect(y_1' - R_3 s_2^{(q)}) \quad (14)$$

根据式(14)可得到 q 组检测结果

$$\hat{s}^{(q)} = [(\hat{s}_1^{(q)})^T \quad (\hat{s}_2^{(q)})^T]^T, \quad q = 1, 2, \dots, Q \quad (15)$$

通过式(16)来确定哪一种取值是正确的检测信号值, 计算式为

$$\hat{s} = \arg \min_{q=1, 2, \dots, Q} \|y' - R\hat{s}^{(q)}\|^2 \quad (16)$$

5) 根据公式  $\hat{s} = T\hat{s}$  得到原发送信号的估计值

### 4 仿真结果和复杂度分析

使用 Matlab 仿真平台, 在配置 4 发 4 收天线的 MIMO 系统中, 采用 16QAM 同调制方式, 发送端为 [0,1] 序列, 信道为瑞利快衰落信道, 仿真没有加入信道编码, 帧长 L=100 000, 信噪比范围为 0~20, 每隔 4dB 检测一次.

图 3 比较了 DR 和 ELLL 的长度约减以及列交换运算次数, 可以看出 DR 与 ELLL 的列交换运算次数基本一致, 然而在长度约减运算次数方面, DR 明显少于 ELLL, 并且随着格基向量的维数不断增加, 差距越来越明显, 从而可以判定 DR 计算量明显低于 ELLL.

图 4 是 16QAM 4\*4 MIMO 系统信号检测误比特率性能的比较, 在改进的 OSIC 基础上, 比较了

LLL-OSIC、ELLL-OSIC、DR-OSIC 和 ML 的误比特性能,可以看出 LLL-OSIC、ELLL-OSIC 和 DR-OSIC 具有相同的误比特性能,同时进一步缩小了和 ML 的性能差异. 在比较低的复杂度情况下,取得了良好的性能.

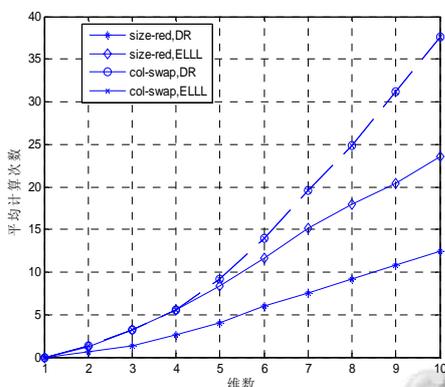


图3 DR 和 ELLL 的长度约减以及列交换运算次数

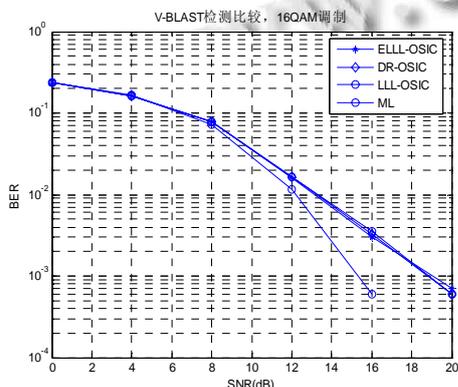


图4 16QAM 4\*4 MIMO 系统信号检测误比特率性能

在计算复杂度方面,传统 V-BALST 算法的计算开销主要集中在信道矩阵求伪逆和确定信号检测顺序上<sup>[11]</sup>,该改进算法只是将第一层检测的信号估计值及其邻域点集构成候选集合,在此基础上对剩余的信号层仍采用传统的 V-BALST 检测算法,还是利用了同一伪逆矩阵和相同的检测顺序,只不过在此基础上增加了对信道矩阵预处理的格基约减辅助算法,通常情况下,LLL 算法的计算复杂度约为空间维数的多项式量级,而与 LLL 算法相比较,本文提出的 DR 算法,是对 LLL 算法一种精简,所以计算复杂度比 LLL 更低.因此改进算法和传统 V-BALST 算法在运算量方面只是略有增加.然而 ML 检测的复杂度随调制阶数和发射天线数量增加而成指数上升,计算复杂度非常大,在实际中难以应用.

## 5 结语

MIMO 技术会在未来移动通信宽带无线移动和无线接入融合的系统中得到广泛研究和应用,本文针对当今流行的格约减辅助算法,提出了一种复杂度更低的格约减算法,并且在应用于 SIC 检测时能够取得与 LLL 格约减辅助 SIC 一样的性能.满足了现代通信系统在在保证良好信号质量的同时降低信号检测复杂度的要求改进的格约减辅助 V-BLAST 算法能够满足了这一要求,具有很大的现实意义.

## 参考文献

- 1 沈嘉,索士强.3GPP 长期演进(LTE)技术原理与系统设计.北京:人民邮电出版社,2008.
- 2 Fochini GJ. Layer space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multiple antennas. Bell Labs Tech.J, 1996: 41-59.
- 3 Babai L. On Lovasz's lattice reduction and the nearest lattice point problem. Combinatorica, 1986, 1(6): 1-13.
- 4 Li P, Lamare RC, Fa R. Multiple feedback successive interference cancellation detection for multiuser MIMO Systems. IEEE Trans. on Wireless Communication, 2011, 10(8): 2434-2439.
- 5 Gan YH, Ling C, Mow MH. Complex lattice reduction algorithm for low-complexity full-diversity MIMO detection. IEEE Trans. on Signal Proces, 2009, 57: 1634-1637.
- 6 Wubben LRD, Seethaler D, Jalden J. Lattice reduction: A survey with applications in wireless communication. Signal Processing Magazine, IEEE, 2011, 28(3): 70-91.
- 7 Lenstra AL, lenstr HW, Lovasz L. Factoring polynomials with rational coefficients. Mathematics Annalen. 1982, 261: 515-534.
- 8 Ling C, Graham N. Effective LLL reduction for lattice decoding. Proc. IEEE Int. Symp. Inf. Theory (ISIT). Nice, France. Jun. 2007.
- 9 Ling C. On the proximity factors of lattice reduction-aided decoding. IEEE Trans. on Signal Process, 2011, 59(6): 2795-2808.
- 10 Ling C. Towards characterizing the performance of approximate lattice decoding. Proc. Int. Symp. Turbo Codes/Int. Conf. Source Channel Coding'06. Munich, Germany. Apr. 2006
- 11 Choi WJ, Negi R, Cioffi JM. Combined ML and DEF decoding for the V-BLAST system. IEEE Internal Conference on Communication, 2000, (3): 1243-1248.