

# 基于云定性仿真的兰彻斯特作战模型<sup>①</sup>

邵晨曦<sup>1,2</sup>, 孙克律<sup>1</sup>, 邵振中<sup>3</sup>

<sup>1</sup>(中国科学技术大学 计算机科学与技术学院, 合肥 230027)

<sup>2</sup>(安徽省计算与通讯软件重点实验室, 合肥 230027)

<sup>3</sup>(安徽江淮汽车股份有限公司, 合肥 230022)

**摘要:** 过去多年来兰彻斯特方程已成为计算机作战仿真领域的标准方法, 然而该类方法不能充分反映建模中相关变量内在的不确定性. 鉴于此, 提出了一种基于云定性仿真方法的定性兰彻斯特作战模型, 该方法引入正态云的数字特征和云测度指标表示定性路标值, 并将云测度指标在约束集合中传播以提高仿真结果的准确性, 不仅可以更准确地表征作战模型中相关变量的不确定性, 而且扩充了作战应用的适用范围, 尤其是在无法或无需对模型相关变量精确量化的情况下, 仿真中涉及到如何表征这些不确定性的定性变量时, 该方法具有一定优势. 最后以经典历史战役为例验证了该方法的正确性与可行性.

**关键词:** 兰彻斯特方程; 作战模型; 定性仿真; 云模型; 云测度

## Lanchester's Combat Models Based on Cloud Qualitative Simulation

SHAO Chen-Xi<sup>1,2</sup>, SUN Ke-Lv<sup>1</sup>, SHAO Zhen-Zhong<sup>3</sup>

<sup>1</sup>(School of Computer Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

<sup>2</sup>(Anhui Key Laboratory of Software in Computing and Communication, Hefei 230027, China)

<sup>3</sup>(Anhui Jianghuai Automobile Co., Ltd., Hefei 230022, China)

**Abstract:** During the past many years, Lanchester's differential equations have been the norm for computer simulations of combat. However, these methods cannot fully reflect the inherent uncertainty of related variables in modeling. In view of this limitation, we propose a Lanchester's combat models based on cloud qualitative simulation. This method introduces numeric characteristics and cloud measurement index of the normal cloud to represent the qualitative landmarks, and propagate the cloud measurement index within constraint sets to improve the accuracy of simulation results. Consequently, this method allows for a more accurately representation and interpretation of the uncertainty within related variables in modeling, and expands the scope of warfare application. Especially when the relevant variables of the model cannot or need not be quantified precisely involving with the case of representation of qualitative variables with uncertainty, this method has certain advantages. Finally, the examples of classic historical battles demonstrate that this method is a correct and feasible method.

**Key words:** Lanchester equations; combat model; qualitative simulation; cloud model; cloud measurement

长久以来, 对战争系统的研究主要有实兵对抗演习、沙盘推演、图上推演和作战模拟等方法. 相较于其他几种方法, 作战模拟方法更加经济便捷, 且在信息化背景下该方法已成为对作战进行研究的重要方法, 其中基于兰彻斯特方程类的模型在作战模拟中占主导地位<sup>[1,2]</sup>. 兰彻斯特方程是由 F. W. Lanchester 于 1916

年提出的用以描述空对空作战的数学模型<sup>[3]</sup>. 从那时起, 兰彻斯特方程就被广泛应用于作战建模与推理作战结果. 由于兰彻斯特方程具有简单直观且易于应用的特点, 目前仍有许多研究者对使用兰彻斯特方程的思想方法解决不同领域的问题, 比如在军事作战建模、行为生态学、病原学、市场营销、经济学等众多

① 基金项目:国家自然科学基金(61174144,60874065)

收稿时间:2013-05-24;收到修改稿时间:2013-06-27

领域. 此外, 就研究方法而言有两个主要的研究方向: 一个是在经典兰彻斯特方程的基础上增加不同的变量项以使方程更接近于战争的真实性<sup>[4,5]</sup>; 另一个是将方程的变量视为不同类型的变量进行研究, 比如确定性或随机性, 连续性或离散性变量类型<sup>[6-9]</sup>. 这两大方向的研究都试图更进一步地提高作战结果的预测性能.

然而现代战争是典型的复杂巨系统<sup>[10]</sup>, 战争空间充满了大量不确定、不精确的因素. 因此现有兰彻斯特作战模型要么将战争过程视为一个确定的过程, 要么仅考虑了随机性, 从而对战争系统内在不确定性的考虑不够全面. 随着对战争复杂性认识的加深及复杂系统理论的发展, 有众多研究者从复杂适应系统理论的角度出发, 提出了基于 Agent 的模型<sup>[11,12]</sup>、基于人工势场的模型<sup>[13]</sup>等. 在这类模型中, 虽然考虑了战争系统的复杂性, 但系统的模型要么比较复杂要么其灵活性有所欠缺. 所以如何在建模与仿真中精确地表征现代战争中各因素的不确定性仍值得进一步研究, 比如交战对方的相关情况. 事实上, 交战对立方的有关情况是难于精确得到的, 即使通过相关侦察也可能只是获得仍具有不确定性的定性数量. 因此使用传统的定量方法很难构建相应的定量模型, 即使可以构建也存在着计算量大, 实时性差等问题<sup>[14]</sup>. 而且在现有研究中, 尚鲜有使用定性仿真方法求解兰彻斯特方程的研究. 同时云定性仿真方法非常适合于预测具有不完备知识系统的定性行为, 尤其适用于推理具有不确定性的问题<sup>[15]</sup>. 鉴于此本文使用云定性仿真方法推导兰彻斯特作战模型.

本文在云定性仿真方法处理不确定性问题的基础上, 提出了一种对兰彻斯特作战模型云定性建模与仿真方法. 该方法表示的作战模型能够充分反映真实的变量所具有的不确定性特征, 从而可以使兰彻斯特模型能够更准确地描摹真实作战中相关变量内在的不确定性; 相比于定量的兰彻斯特模型, 该方法考虑了不确定性的两个最基本方面: 随机性和模糊性, 因而更具有普遍性, 不仅扩充了兰彻斯特方法的适用范围, 而且提高了模型实时预测战争结果的性能, 尤其适用于无法实时获得敌对方相关变量准确数量时.

## 1 云定性建模与仿真方法

该方法的创新之处是使用正态云模型的云测度指标和数字特征表示定性路标值, 并以测度过滤虚假行

为. 本部分对主要的创新之处进行简要介绍, 完整的描述参见作者之前的文献<sup>[15]</sup>. 相比已有的几种主要方法, 以云的数字特征和测度表示的路标值能够完全反映不确定性所具有的随机性和模糊性两种最基本的形式. 因此, 该方法适合处理具有不确定性的问题.

### 1.1 云定性建模方法

云定性建模所构建的模型可以由四元组形式表达, 即  $QM = \langle V, Q, C, T \rangle$ . 其中变量  $V$  是系统变量集, 由一组表示系统变量的符号表示, 即  $V = \{f_1, \dots, f_n\}$ ; 变量  $Q$  是每个变量取值量空间集, 由一组有限、完全有序离散的代表定性值的路标值表示, 即  $Q = \{-l_m, \dots, -l_1, 0, l_1, \dots, l_m\}$ ; 变量  $C$  是系统变量间的约束关系集; 变量  $T$  是定义在各变量适用范围边界处的不同状态间转换的规则集合.

#### 1.1.1 $\alpha$ 截熵及云测度的定义

$\alpha$  截熵是位于正态云的隶属度  $\mu = \alpha$  水平处云滴与期望之间的距离, 记为  $En_\alpha = (En + He) \times \sqrt{-2 \ln \alpha}$ .  $\alpha$  截熵是云测度定义的基础. 云测度 ( $C_m$ ) 是一维正态云的云滴  $X$  及其隶属度  $\mu$  构成的二维随机变量的概率密度函数为  $f_{X,\mu}(x,y)$ , 在任意给定的  $\alpha$  截熵水平, 对  $X$  与  $\mu$  分别位于  $[0, En_\alpha]$ 、 $[\alpha, 1]$  之间的  $f_{X,\mu}(x,y)$  的二重积分. 云测度被用于在约束传播中过滤部分虚假行为.

#### 1.1.2 定性路标值的表示及后继云路标值取值规则

对于任意一个定性路标值  $l_i \in Q$ ,  $l_i$  使用云测度和数字特征表示, 即  $l_i = \langle Ex_i, En_i, He_i, C_{mi} \rangle$ . 这种路标值表示方式可以更好反映变量内在的不确定性.

后继云路标值取值规则是依据云测度的有关性质定性的一组可以用于选取具有相关约束关系的变量的后继路标值. 对于任意三个具有相关约束关系的路标值  $l_i = \langle Ex_i, En_i, He_i, C_{mi} \rangle$ ,  $i=1,2,3$ , 且  $l_1$  与  $l_2$  已知,  $l_3$  未知, 则通过相应运算规则得出的  $l_3$  不一定恰好等于量空间内的某个路标值, 按以下规则选取后继云路标值: 1) 当  $l_3$  的期望值与  $l_1$ 、 $l_2$  的期望值相等时, 取期望相等的路标值; 2) 当  $l_3$  的期望值、熵和超熵均为 0 时, 规定此测度为 0, 取路标值 0; 3) 当  $l_3$  的期望值为其他值时, 取与  $l_3$  相交且测度最接近的为  $l_3$  的值. 按此取值规则可以高效选择后继路标值, 从而实现虚假行为的过滤.

#### 1.1.3 定性状态表示及状态转换规则集

定性状态以一个二元组形式表示系统变量  $f$  在某一

时间点  $t$  上的定性状态, 即  $QS(f, t_i) = \langle A_i, B_i \rangle, A_i, B_i \in Q_f$ . 对于变量  $f$  的当前状态  $\langle A_1, B_1 \rangle$  与后继状态  $\langle A_2, B_2 \rangle$  之间按以下规则转换: 1) 若  $B_1 = 0$ , 则  $A_2 = A_1$ ; 若  $B_1 > 0$ , 则  $A_2 > A_1$ , 且  $A_2$  与  $A_1$  是相邻的; 否则  $A_2 < A_1$  且  $A_2$  与  $A_1$  是相邻的. 2) 若  $A_2 = A_1$ , 则  $B_2 = 0$ ; 若  $A_2 > A_1$ , 则  $B_2 > 0$ ; 否则  $B_2 < 0$ . 按照该规则可以减少不必要的虚假行为分支, 提高仿真效率.

### 1.2 云定性仿真算法流程

该算法首先选定  $\alpha$  截熵水平、构建变量集  $V$ 、量空间集  $Q_f$ 、约束集  $C$ ; 然后初始化活动状态表(AST), 并置入初始状态; 重复执行以下步骤: 从 AST 中取出一个状态作为当前状态, 在状态转换规则指导下产生可能后继状态, 使用变量之间约束关系二元矩阵、约束一致性和配对一致性对其进行过滤, 再使用云测度在相关约束中对其进行过滤, 最后经全局解释和全局过滤决定是否加入到 AST 中; 直到 AST 为空时算法结束, 获得表示系统时间点符号集  $\{t_1, \dots, t_i, \dots, t_n\}$  和每个变量有序路标值集以及每个变量在  $t_i$  上的定性状态  $\{\langle A_i, B_i \rangle, \dots, \langle A_n, B_n \rangle\}$ . 简要算法流程如图 1 所示.

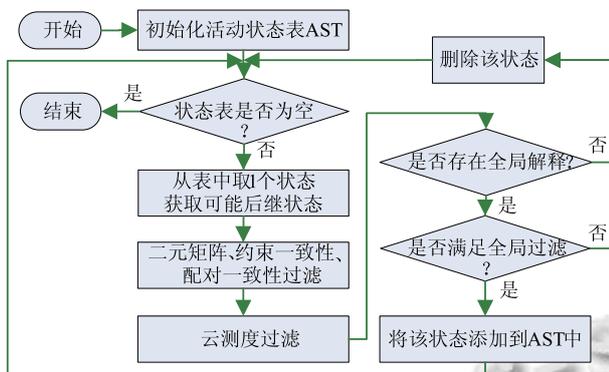


图 1 云定性仿真算法流程

该算法不仅吸收了现有方法的优势过滤方法, 而且增加了云测度过滤, 可以更好地过滤虚假行为, 从而提高算法的执行效率.

## 2 定性兰彻斯特作战模型

在云定性仿真方法处理不确定性问题的基础上, 针对如何在建模中更好地表示真实作战中相关变量内在的不确定性, 本部分提出了一种基于云定性建模方法的兰彻斯特作战模型框架, 并用云定性仿真算法对作战结果进行动态预测.

### 2.1 兰氏作战模型的基本形式

经典的兰氏平方律表示的同种兵力模型如下式(1)所示<sup>[8]</sup>.

$$\begin{cases} \frac{dR}{dt} = -k_B B(t), & R(0) = R_0 \\ \frac{dB}{dt} = -k_R R(t), & B(0) = B_0 \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $R$  (或  $B$ ) 表示红方(蓝方)的兵力数,  $k_R$  (或  $k_B$ ) 表示红方(蓝方)对蓝方(红方)的毁伤系数,  $R(0)$ 、 $B(0)$  分别为交战双方的初始兵力数.

对于不同的作战环境, 兰氏作战模型具有多种不同的形式, 但其基本思想是一致的; 对于较复杂的作战环境, 可以从不同的作战层次角度采用战斗分解及不同类型兵力赋予不同权重构建总战斗力的思想, 将其转化为同种兵力模型<sup>[5,16]</sup>, 所以为了简洁起见, 我们主要从最基本的同种兵力作战模型展开研究, 其他形式的模型在方法上而言是相似的.

### 2.2 作战模型的定性框架

依据云定性建模的方法, 我们可以从方程组(1)得到表示定性作战模型的框架(2).

$$\begin{cases} R' = -A_{v1}, & A_{v1} = k_B B \\ B' = -A_{v2}, & A_{v2} = k_R R \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $A_{v1}$ 、 $A_{v2}$  是根据实际需要引入的辅助变量. 相似地, 我们可以根据适合不同的实际情况的作战模型中得出不同的定性作战模型框架.

从式(3)我们可以得到如下用 QDE 表示的定性作战模型(4).

$$\begin{cases} \text{Deriv}(R, -A_{v1}); \text{Mult}(k_B, B, A_{v1}); M^+(R, B) \\ \text{Deriv}(B, -A_{v2}); \text{Mult}(k_R, R, A_{v2}) \end{cases} \quad (4)$$

变量集  $V = \{R, B, k_R, k_B, A_{v1}, A_{v2}\}$ ; 量空间集  $Q_f = \{-T, -L, -M, -S, 0, S, M, L, T\}$ , 其中:  $S, M, L, T$  分别为定性值 *Small, Medium, Large, Top* 的缩写.

任意选定  $\alpha = 0.6$ , 假定所有定性值可能取值区间归一化为  $[-1, 1]$ , 可得由云定性值表示的取值量空间集.

$$Q_f = \{ \langle -0.9500, 0.0167, 0.0050, 0.6792 \rangle, \langle -0.8000, 0.0333, 0.0050, 0.6476 \rangle, \langle -0.5000, 0.0667, 0.0050, 0.5741 \rangle, \langle -0.1500, 0.0500, 0.0050, 0.5984 \rangle, \langle 0, 0, 0, 0 \rangle, \langle 0.1500, 0.0500, 0.0050, 0.5984 \rangle, \langle 0.5000, 0.0667, 0.0050, 0.5741 \rangle, \langle 0.8000, 0.0333, 0.0050, 0.6476 \rangle, \langle 0.9500, 0.0167, 0.0050, 0.6792 \rangle \}$$

各变量取值范围:  $R, B, k_R, k_B \in \{0 \sim T\}$ ;  $A_1, A_2 \in \{-T \sim T\}$ .

给定初始状态:  $R_0 = \langle T, -S \rangle$ ,  $B_0 = \langle L, -S \rangle$ ,  $k_{R0} = \langle M, 0 \rangle$ ,  $k_{B0} = \langle T, 0 \rangle$ ,  $A_{v10} = \langle T, 0 \rangle$ ,  $A_{v20} = \langle M, 0 \rangle$ . 其中,  $A_{v10}$ 、 $A_{v20}$  的值由与其相关变量依据辅助关系计算得到.

### 2.3 定性作战模型的演化

接下来, 简要描述定性作战模型框架在给定初始条件下, 依据云定性仿真算法演化到下一个定性状态的步骤.

首先从给定初始状态出发, 由状态转换规则可得各变量可能后继状态.

$$\begin{aligned} R_1 &= \{\langle T, -M \sim -S \rangle, \langle L, -M \sim 0 \rangle\} \\ B_1 &= \{\langle L, -M \sim -S \rangle, \langle M, -M \sim 0 \rangle\} \\ k_{R1} &= \{\langle M, 0 \rangle\} \quad A_{v11} = \{\langle T, -S \sim 0 \rangle, \langle L, -S \sim 0 \rangle\} \\ k_{B1} &= \{\langle L, 0 \rangle\} \quad A_{v21} = \{\langle M, -S \sim 0 \rangle, \langle S, -S \sim 0 \rangle\} \end{aligned}$$

(其中  $\langle T, -M \sim -S \rangle$  表示  $\langle T, -M \rangle, \langle T, -S \rangle$ , 其他类似)

然后根据变量间二元约束关系及约束方程进行约束一致性、配对一致性过滤, 可以删除大部分虚假行为分支, 但仍有部分虚假行为存在. 余下部分状态集合如下.

$$\begin{aligned} R_1 &= \{\langle T, -S \rangle, \langle L, -S \rangle\} & B_1 &= \{\langle L, -S \rangle, \langle M, -S \rangle\} \\ k_{R1} &= \{\langle M, 0 \rangle\} & A_{v11} &= \{\langle T, -S \rangle, \langle L, -S \rangle\} \\ k_{B1} &= \{\langle T, 0 \rangle\} & A_{v21} &= \{\langle M, -S \rangle, \langle S, -S \rangle\} \end{aligned}$$

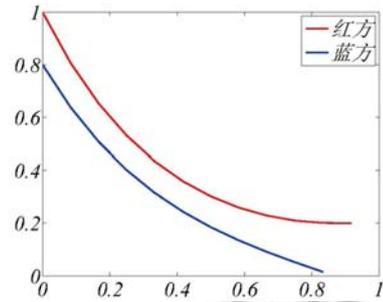
再根据约束关系对余下每个定性状态二元组分别依据云定性值运算规则进行约束传播运算, 并计算其云定性值的测度, 再按取值规则选取最有可能的后继状态. 例如, 变量  $R_1$  和  $B_1$  分别只可能取定性路标值  $T$ 、 $L$ , 且有相应约束关系  $A_{v11} = k_{B1} \cdot B_1$  和  $A_{v21} = k_{R1} \cdot R_1$ , 按此约束关系进行运算后可知.

$$\begin{aligned} A_{v11} &= k_{B1} \cdot B_1 \Rightarrow \\ \left. \begin{aligned} T \times M &= \langle 0.4750, 0.0639, 0.0054, 0.5826 \rangle \\ T \times L &= \langle 0.7600, 0.0343, 0.0062, 0.6749 \rangle \end{aligned} \right\} \xrightarrow{C_m} A_{v11} = T \\ A_{v21} &= k_{R1} \cdot R_1 \Rightarrow \\ \left. \begin{aligned} M \times T &= \langle 0.4750, 0.0639, 0.0054, 0.5826 \rangle \\ M \times L &= \langle 0.4000, 0.0559, 0.0047, 0.5834 \rangle \end{aligned} \right\} \xrightarrow{C_m} A_{v21} = M \end{aligned}$$

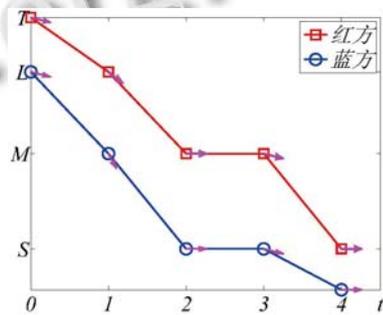
继续按云测度过滤虚假行为方法对不同约束关系进行计算与选择, 再经过全局解释即可得到最终后继状态如下:

$$\begin{aligned} R_1 &= \{\langle L, -S \rangle\}, k_{R1} = \{\langle M, 0 \rangle\}, A_{v11} = \{\langle T, -S \rangle\} \\ B_1 &= \{\langle M, -S \rangle\}, k_{B1} = \{\langle T, 0 \rangle\}, A_{v21} = \{\langle M, -S \rangle\} \end{aligned}$$

重复以上步骤, 直到活动状态表为空为止. 最终所得定性作战模型的演化轨迹如图 2(b)所示.



(a) 定量方法



(b) 云定性方法

图 2 作战模型的定量与定性行为轨迹

### 2.4 定性轨迹的正确性

为了验证该方法在理论上与现有方法相一致的, 假设满足式(1)的作战模型的初始条件分别为:  $R_0 = 100$ ,  $B_0 = 80$ ,  $k_R = 0.6$ ,  $k_B = 0.9$ . 在该条件下, 分别使用数值方法与云定性仿真方法对其交战结果进行预测, 作战过程的演化轨迹如图 2 所示.

从图 2 可以得出如下结论: 图中结果均表明红方将最终取得战斗的胜利, 虽然定性方法对行为的刻画没有数值方法精细, 但对比两种方法的行为轨迹可以看出: 在交战双方的行为轨迹的发展趋势上, 定性方法的结果是与数值方法相一致的. 在一定条件下, 例如由于多种原因而导致的交战对立方的准确数值无法准确量化时, 使用该方法获得的行为轨迹足以说明交战双方的态势, 从而为指挥决策提供依据. 因此, 可以说明我们的方法在理论上与现有方法是一致的, 从而说明该方法是正确的.

### 3 仿真实例

使用云定性仿真方法表示的作战模型的变量能够充分反映真实的变量所具有不确定特征, 其可以定性

地预测双方作战行为. 为了验证该方法的可行性, 本节选用两个目前仍为众多作战研究者所采用的实例, 特拉海加海战和库尔斯克会战, 分别使用传统数值方法和云定性建模仿真方法对其作战结果进行仿真. 通过对比两种方法的结果可知, 该方法与现有方法的结果是一致的, 可以快速实时地反映交战双方演化的定性轨迹. 因此, 该方法是可行的.

### 3.1 特拉法尔加海战

特拉法尔加(Trafalgar)海战是战争史上经典的以少胜多的战例. 一直以来仍然有许多研究者将不同形式的兰彻斯特方程应用于该战役<sup>[17]</sup>. 交战双方分别是英国的舰队和法国-西班牙联合舰队, 分别有 27、33 艘战舰. 英方在假定双方战力均等的条件下, 先将己方舰队分成两支小队(13、14 艘), 并用其将法西联合舰队分割为三支小队(3、17、13 艘). 在该战术背景下, 可以将整个交战过程视为三个阶段, 并且每阶段均符合兰氏平方律模型, 由此可得该海战的模型如式(4).

$$\begin{cases} \frac{dB}{dt} = -k_{FS}FS(t) \\ \frac{dFS}{dt} = -k_B B(t) \end{cases} \quad (4)$$

分别使用数值方法与云定性仿真方法对其交战结果进行预测, 作战过程的演化轨迹如图 3 所示. 图中结果均表明英国将最终取得战斗的胜利, 从而验证了方法的可行性.

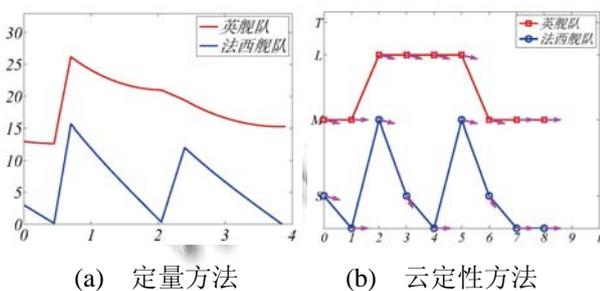


图 3 特拉法尔加海战

### 3.2 库尔斯克会战

库尔斯克会战是二战期间苏德东线战场上的一场决定性战役<sup>[18]</sup>. 双方共投入超过 250 万兵力、6000 多辆坦克及大量火炮等装备. 为简单起见, 仅以战役开始后其中三天的按日统计的交战双方总战斗力数据情况(表 1)<sup>[19]</sup>为例进行说明.

表 1 总战斗力与损失数量

作战时间	苏军总数	苏军损失总数	德军总数	德军损失总数
5 July	586353	11167	373411	11257
6 July	575769	12993	364265	9532
7 July	559345	16266	359085	6249

从表 1 中双方损失数量对比情况, 我们可以假设双方毁伤系数分别为  $k_S = 0.5$ 、 $k_G = 0.8$ , 我们可以建立以下模型(5).

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -k_G G(t) \\ \frac{dG}{dt} = -k_S S(t) \end{cases} \quad (5)$$

分别使用数值方法与云定性仿真方法对其交战结果进行预测, 作战过程的演化轨迹如图 4 所示. 由于原始数据是以交战日为统计单位, 也就是说交战的结果条件并不是前面所假设的一方被完全消灭为止, 故而实际的演化轨迹只是图中每个交战日轨迹的一部分, 但是图中结果仍能反映交战双方的演化趋势, 并表明苏军将最终取得战斗的胜利. 因此, 在真实数据条件下, 该方法仍能定性地反映交战双方的发展趋势.

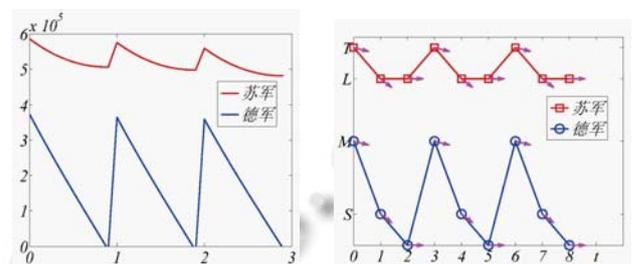


图 4 库尔斯克会战

### 3.3 结果分析

本部分所选用的两个实例是国外权威机构公开发布的数据. 虽然相对简单但是仍有众多研究者以其作为实验对象, 故而该数据具有较高可靠性与可比性. 因此, 通过对上述真实战例的仿真, 对比数值方法与云定性方法的结果仿真可知, 该方法虽然不能像现有方法那样精确的反映双方细节问题, 比如精确的战损数量等, 但是其对交战双方的演化轨迹在趋势上是与现有方法相一致的, 可以快速实时地反映交战双方演化的定性轨迹, 尤其是在各种因素导致的无法或无需精确量化的情况下, 仿真中涉及到如何表征这些不确定性的定性变量时, 该方法具有独到的优势.

## 4 结论

针对如何在建模中更好地表示真实作战中相关变量内在的不确定性,本文提出了一种对兰彻斯特作战模型进行云定性建模与仿真的方法。相比现有方法,本方法具有以下优势:一是就研究方法而言,定义了一种新的定性作战模型框架,该框架不仅在理论上与原始模型相一致,而且可以更好地表征具有不确定性因素的作战模型,并具有较强的适应性;二是使用云测度和数字特征表示的作战模型变量较传统方法能够更好地表示真实作战中相关变量的内在的不确定性,其适用范围更广,尤其适用于无法实时获得敌对方相关变量准确数量时。三是该方法可以帮助军事决策者快速实时地掌握战场发展趋势,从而达成战术决策。仿真实例表明该方法可以更好地表示真实作战中相关变量的内在的不确定性,从而能够以定性的系统轨迹揭示作战过程发展态势,是对作战建模研究的一种有益探索。

### 参考文献

- 1 Washburn A, Kress M. *Combat modeling*. Boston, MA: Springer Publishing Company, 2009.
- 2 王可定. *作战模拟理论与方法*. 长沙:国防科技大学出版社, 1999.
- 3 Lanchester FW. *Aircraft in Warfare*. London: Lanchester Press, 1916.
- 4 González E, Villena M. Spatial Lanchester Models. *European Journal of Operational Research*, 2010, 210(3): 706–715.
- 5 Perry N. *Fractal Effects in Lanchester Models of Combat*. Defence Science and Technology Organisation, AUS, 2009.
- 6 Costa PCG, Herencia-Zapana H, Laskey K. *Engineering Principles of Combat Modeling and Distributed Simulation: Uncertainty Representation and Reasoning for Combat Models*. John Wiley & Sons, Inc., 2012. 715–745.
- 7 Hester P, Tolk A. Using Lanchester Equations for Sequential Battle Prediction enabling better Military Decision Support. *International Journal of Intelligent Defence Support Systems*, 2009, 2(2): 76–90.
- 8 Washburn A. *Lanchester systems*. Naval Postgraduate School, Monterey, CA, 2000.
- 9 Buchholz P, Katoen JP, Kemper P, et al. 2003. Model-checking large structured Markov Chains. *Journal of Logic and Algebraic Programming*, 56(1-2): 69–97.
- 10 胡晓峰,司光亚,罗批,等.战争模拟:复杂性的问题与思考. *系统仿真学报*,2003,15(12):1659–1666.
- 11 Cil I, Mala M. A multi-agent architecture for modelling and simulation of small military unit combat in asymmetric warfare. *Expert Systems with Applications*, 2010, 37(2): 1331–1343.
- 12 孙世岩,刘忠,刘健.复杂适应系统理论与计算机作战模拟. *计算机仿真*,2003,20(12):20–23.
- 13 李志强,胡晓峰,司光亚,董忠林,张斌.一个基于人工势场的战场态势分析模型. *系统仿真学报*,2006,18(12):3603–3607.
- 14 白方周,张雷. *定性仿真导论*.合肥:中国科学技术大学出版社,1998.
- 15 Shao CX, Sun KL, Shao ZZ. A Qualitative Modeling and Simulation Method Based on Cloud Model. 5th International conference on modeling, simulation and applied optimization, Hammamet: IEEE Press, 2013: 27–31.
- 16 Bracken J. Lanchester Models of the Ardennes Campaign. *Naval Research Logistics*, 1995, 42(4): 559–577.
- 17 Fox PW. Discrete Combat Models: Investigating the Solutions to Discrete Forms of Lanchester's Combat Models. *International Journal of Operations Research and Information Systems*, 2010, 1(1): 16–34.
- 18 Center for Army Analysis. *Kursk operation simulation and validation exercise – Phase II (KOSAVE II)*. The U.S. Army's Center for Strategy and Force Evaluation Study Report, CAA-SR-98-7, Fort Belvoir, VA, September 1998.
- 19 Lucas TW, Turkes T. Fitting Lanchester Equations to the Battles of Kursk and Ardennes. *Naval Research Logistics*, 2004, 51(1): 95–116.