

# 一种改进的 RBF 神经网络学习算法<sup>①</sup>

马 骏, 尉广军

(军械工程学院 导弹工程系, 石家庄 050003)

**摘 要:** 提出一种基于减聚类、K-means 算法及改进的粒子群优化(PSO)算法的径向基函数(RBF)神经网络混合学习算法. 该算法首先使用减聚类确定隐层节点数和 K-means 初始聚类中心; 然后通过 K-means 算法求取 RBF 网络所有参数, 作为 PSO 的初始粒子群; 为了提高 PSO 算法的收敛性和稳定性, 对基本 PSO 算法进行了优化改进, 最后使用改进的 PSO 算法训练 RBF 神经网络中的所有参数. 对 IRIS 数据集分类识别的仿真结果表明, 改进的混合算法具有更高的分类准确率和更好的稳定性.

**关键词:** 径向基函数神经网络; 减聚类; K-means 算法; 粒子群优化算法

## Improved Learning Algorithm for RBF Neural Network

MA Jun, YN Guang-Jun

(Dept of Missile Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

**Abstract :** This paper introduces a hybrid learning algorithm for Radial Basis Function neural network(RBFNN) based on subtractive clustering, K-means clustering and particle swarm optimization algorithm(PSO). The algorithm can be used to determine the number of hidden layer nodes and initial clustering centers of K-means by using subtractive clustering; Then the initial particle swarm of PSO can be formed by K-means clustering algorithm. The basic PSO algorithm are optimized and developed to improving convergence and stability of the algorithm, and finally the improved PSO algorithm is used to train all the parameters of RBFNN. The simulation for IRIS data set classification problem is executed, the experiment results show that the improved hybrid algorithm has higher accuracy and better stability than several other popular methods.

**Key words:** RBF neural network; subtractive clustering; K-means algorithm; PSO algorithm

## 1 引言

径向基函数(Radial Basis Functions, RBF)神经网络具有结构简单、收敛速度快、便于实现、良好的函数逼近能力等优点<sup>[1,2]</sup>, 广泛应用于模式识别、函数逼近及故障诊断等领域. RBF 神经网络属于多层前向神经网络, 由输入层、隐含层及输出层三层网络组成. 其突出特点是隐含神经元的输出函数被定义为具有径向对称特性的基函数, 使得隐层对输入样本有一个聚类的作用, 能将低维空间线性不可分问题映射到高维空间, 使其在高维空间线性可分; 输出层为线性层, 提供了从隐层单元空间到输出空间的线性变换.

在 RBF 神经网络设计中, 需要确定的参数主要包括: 隐层节点数、隐层节点中径向基函数的中心和宽度、隐层到输出层连接权值以及输出层偏移. 常用的 RBF 神经网络学习算法有: 1) HCM 算法(硬 C 均值算法); 2)最近邻聚类算法; 3)正交最小二乘法学习算法; 4)梯度训练方法. (5)K-means 聚类算法.

粒子群优化(PSO)算法、遗传算法(GA)等也可用于 RBF 神经网络参数优化选取中<sup>[2]</sup>. 文献[3]在减聚类算法确定数据中心个数的基础上, 运用 PSO 算法对其中心值和宽度进行优化, 再结合最小二乘法训练连接权值<sup>[3]</sup>. 文献[4]采用 GA 算法和梯度下降的组合训练方

<sup>①</sup> 收稿时间:2012-07-05;收到修改稿时间:2012-09-02

法,先用 GA 算法进行全局搜索求解,再应用梯度下降算法进一步求精<sup>[4]</sup>.文献[5]使用减聚类方法确定隐层节点数,通过多次 K-means 聚类确定 PSO 算法初始粒子群,最后采用基本 PSO 算法训练 RBF 神经网络所有参数<sup>[5]</sup>;但该方法没有充分利用减聚类得出聚类中心,不同 K-means 聚类得到初始粒子群也不同可能存在一些较大偏差,PSO 的参数固定选取时对某些函数优化上的精度不高.

本文在他人研究成果的基础上,综合运用 K-means、减聚类以及 PSO 算法组成混合学习算法,对算法参数进行优化改进,以达到最优分类识别的目的.

## 2 RBF算法改进研究

K-means 聚类方法<sup>[1,2]</sup>是最常用的 RBF 学习算法,其基本思想是从  $n$  个数据样本中随机选取  $h$  个数据作为初始聚类中心,然后计算所有样本与聚类中心的距离,对输入样本进行分类,重新计算新的聚类中心,重复上述步骤,直至聚类中心不再变化;然后根据数据中心之间的距离确定宽度;最后采用最小二乘法(LS)计算出连接权值及输出层偏移.

K-means 聚类算法简单易实现,同时具有良好的性能,但需要事先确定隐层节点的个数,初始聚类中心随机选取,且对初始中心依赖性较强,有时只能获得局部最优解<sup>[6]</sup>.

如何克服人为因素的干扰而自动确定隐节点个数和初始聚类中心;如何使参数全局最优,具有自适应调整的能力,本文引入减聚类和改进的 PSO 算法来解决上述问题.

### 2.1 减聚类

减聚类算法<sup>[7]</sup>是一种简单、有效的聚类算法,与其他方法相比,该方法不需要事先确定聚类数.它把每个样本数据点本看作潜在的类中心,并根据样本数据的密度指标确定聚类中心,能有效反映数据的分布情况.

已知  $m$  维空间内的  $n$  个数据点  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , 则数据点  $x_i=[x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,m}]$  处的密度为:

$$D_i = \sum_{j=1}^n \exp\left(-\frac{\|x_i - x_j\|^2}{(\gamma_a / 2)^2}\right) \quad (1)$$

其中  $\gamma_a$  为常数,表示聚类半径,即密度指标的一个邻域.

选定最大的密度值记为  $D_{c1}$ , 所对应的数据点  $x_{c1}$  作为第一个聚类中心,并更新每个数据点的密度值:

$$D_i = D_i - D_{c_s} \exp\left(-\frac{\|x_i - x_{c_s}\|^2}{(\gamma_b / 2)^2}\right) \quad (2)$$

其中  $x_{c_s}$  为第  $s$  个聚类中心,  $D_{c_s}$  为第  $s$  个数据点最大的密度值,  $\gamma_b$  为聚类半径,为了避免出现相距很近的聚类中心,一般  $\gamma_b=1.5 \gamma_a$ .

不断重复上述过程,直到满足  $D_{c_s} / D_1 < \varepsilon$ , 即当前最高密度指标与初始最高密度指标相比非常小时结束聚类,得到  $s$  个聚类中心  $x_s$ . 减聚类的缺点是聚类中心只能在样本数据中选取.

### 2.2 PSO 算法及其改进

PSO 算法<sup>[8]</sup>是一种基于群体智能的进化算法,采用实数求解,需要调整参数较少,易于实现,全局寻优,广泛用于神经网络训练、函数优化等领域.该算法首先初始化一随机粒子群( $m$  维  $n$  个粒子),将每个粒子看作是空中飞行的微粒,第  $i$  个粒子在  $m$  维空间中的位置记为  $x_i=[x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,m}]$ , 飞行速度为  $v_i=[v_{i,1}, v_{i,2}, \dots, v_{i,m}]$ , 它经过的最好位置记为  $p_i$ ; 群体中所有粒子经过的全局最优位置记为  $p_g$ , 第  $k+1$  代粒子更新自己的速度和新的位置如下:

$$v_i^{k+1} = w * v_i^k + c_1 * rand() * (p_i^k - x_i^k) + c_2 * rand() * (p_g^k - x_i^k) \quad (3)$$

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \quad (4)$$

式中  $rand()$  是介于(0,1)的随机数;  $c_1, c_2$  是学习因子,  $w$  是惯性权重,一般取固定参数;通常,微粒的速度  $v_i$  被一个最大速度  $v_{max}$  所限制,即

$$v_i = \begin{cases} v_{max} & v_{i,d} > v_{max} \\ -v_{max} & v_{i,d} < -v_{max} \end{cases}; \text{以上为基本 PSO(BPSO).}$$

基本 PSO 算法初始粒子群随机产生,可能导致算法收敛速度的不确定性,降低算法的平均收敛速度;参数固定选取时,在对某些函数优化上的精度较差.为了改善算法的稳定性及收敛性能,对上述的基本 PSO 算法作一些优化改进<sup>[9,10]</sup>,称之为改进 PSO 算法(IPSO):

①利用 K-means 方法得出 RBF 的所有参数,然后按设定的粒子数目进行随机扩充作为初始粒子群.这样初始粒子群的范围就比较小,收敛速度比较快,稳定性好.

②惯性权重  $w$  选取有三种:线性增减、线性递增

和非线性变化<sup>[11]</sup>. 本文经过对 IRIS 数据集试验发现线性增减效果最好, 因此选择  $w$  沿直线从 0.9 线性递减到 0.4, 即

$$w(k) = -0.5 * \frac{k}{MaxNumber} + 0.9 \quad (5)$$

式中 MaxNumber 为最大迭代次数. 试验表明这种方法粒子在前期阶段由较好的全局搜索能力, 后期收敛性也较好.

③为了有效地控制粒子的速度, 使算法达到全局性与局部性的有效平衡, 引入收缩因子  $K$ <sup>[12]</sup>, 得到如下新的速度更新方程:

$$v_i^{k+1} = K[w * v_i^k + c_1 * rand() * (p_i^k - x_i^k) + c_2 * rand() * (p_g^k - x_i^k)] \quad (6)$$

$$K = \frac{2}{|2 - c - \sqrt{c^2 - 4c}|}, \quad c = c_1 + c_2 \quad (7)$$

加入收缩因子后, 就可以取消  $v_i$  在  $[-v_{max}, v_{max}]$  的限制, 试验表明收敛率要好于前者.

### 3 基于减聚类和IPSO算法的改进算法实现

在文献[5]中综合利用了上述三种方法求取 RBF 参数, 该方法没有利用减聚类得到的聚类中心, 而是随机选取不同的初始聚类中心在经过 K-means 优化得到 PSO 初始粒子群; 然后采用基本 PSO 算法优化 RBF 参数. 一方面由于存在随机选取, 初始粒子群可能存在一些较大偏差, 可能影响结果的稳定性和收敛速度; 另一方面基本 PSO 算法存在一些缺陷, 有必要进行优化改进.

而本文的改进混合算法首先通过减聚类确定聚类数  $h$  和 K-means 初始聚类中心  $c_1$ , 再通过 K-means 方法得到 RBF 神经网络的所有参数, 对其进行扩充变换作为初始粒子群, 最后用 IPSO 算法对这些参数进行优化, 得出最优解<sup>[13]</sup>. 算法步骤如下:

1)对样本数据进行归一化处理, 使输入的样本数据在  $[0, 1]$  之间, 归一化公式如下:

$$x = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \quad (8)$$

其中,  $x_{min}$  和  $x_{max}$  分别为最小值和最大值.

2)按式(1)和式(2)得出最大的密度值, 直到满足  $D_{cs}/D_1 < \varepsilon$  时, 聚类结束, 得到聚类数  $h=s$ , K-means 初始聚类中心  $c_1=c_s$ .

3)计算所有输入样本到聚类中心的距离, 对所有输入样本按最小邻域原则进行分类, 即当  $i(x_j) = \min \|x_j - c_i(k)\| (i = 1, 2...h)$  时,  $x_j$  被归为第  $i$  类, 其中  $x_j \in \theta_i(k)$ .

$$4)重新计算各类的中, c_i(k + 1) = \frac{1}{n_i} \sum_{x \in \theta_i(k)} x,$$

$i = 1, 2...h, n_i$  为第  $i$  个聚类域  $\theta_i(k)$  中样本数; 如果  $c_i(k + 1) \neq c_i(k)$ , 则转到步骤 3), 否则结束, 得到聚类中心  $c$ .

5)隐节点宽度取  $\delta_i = \lambda * \min \|c_j - c_i(k)\|$ ,  $\lambda$  为重叠系数; 用最小二乘法计算出连接权值  $w$  及输出层偏移  $b$ .

6)设初始粒子数目为  $p$ , 网络输出个数为  $t$  个, 令  $x1=[c_1, c_2 \dots c_h, \delta', w_1, w_2, \dots w_t, b']$ ;  $q=length(x1)$ ; 初始粒子群为  $x=rand(p,q)+ones(p,1)*x1$ ; 这样初始粒子不会过分偏离目标.

7)设定适应度函数为输出的平方均值误差, 即

$$e = \frac{1}{n} (Dn - Yn)^2 \quad (9)$$

其中,  $Dn$  为期望输出,  $Yn$  为 IPSO 的优化输出.

8)用改进的 PSO 算法训练网络参数, 按式(6)和式(4)不断调整粒子的速度和位置, 直到满足均方误差小于设定的值或大于最大迭代次数时, 迭代结束, 得到了参数的全局最优解.

### 4 算法仿真验证

IRIS 数据集<sup>[14]</sup>一个在四维空间分布的含 3 个子类, 每类 50 组数据, 共 150 个样本的数据集, 常用于测试分类算法的质量. 从各子类中各随机选取 30 个样本共 90 个样本用于训练, 剩余 60 个用于测试. 聚类算法参数设置:  $v_a=0.5$ ,  $\varepsilon=0.6$ ,  $\lambda=1$ ; 减聚类得到隐节点  $h=3$ , 减聚类+K-means 结合得到的聚类中心更合理, 如表 1 所示. 设计 RBF 网络结构为 4-3-1, 期望输出值 1, 2, 3 分别表示三个类.

表 1 减聚类与减聚类+K-means 中心输出比较

	减聚类	减聚类+K-means
1	(5.0,3.4,1.5,0.2)	(5.0267,3.4500,1.4733,0.2467)
2	(6.2,2.8,4.8,1.8)	(5.9703,2.7459,4.4405,1.4676)
3	(6.5,3.0,5.5,1.8)	(6.9000,3.0478,5.8174,2.0217)

为了对比算法的效果,将梯度算法、基本 K-means 算法、减聚类+K-means 算法、K-means+PSO 算法与本文算法进行对比,所用到的参数有:梯度法学习率:  $\eta=0.001$ ,训练次数  $N=2000$ ; PSO 算法:粒子群数目  $p=40$ . K-means+PSO 算法采用文献[5]所述方法<sup>[5]</sup>,将其和本文算法的 PSO 迭代次数  $N$  与平均误差  $e$  变化曲线进行对比, PSO 初始粒子群不同结果可能也不同,但它们收敛性一致,结果总体偏差很小,图 1 为其中具有代表性一组,可以看出改进的 PSO 算法收敛性更

好,误差更小.当  $N>200$  时,平均误差基本不变,因此取最大迭代次数  $\text{Max}N=200$ .

仿真试验结果见表 2,表中基本 K-means 算法、K-means+PSO 算法以及本文算法均为测试 10 次的平均值,从表中可以看出,本文的改进算法正确率最高,误差最小,结果与期望值最接近;算法运算时间比已有的 K-means+PSO 算法要短,证明算法改进取得较好的效果.

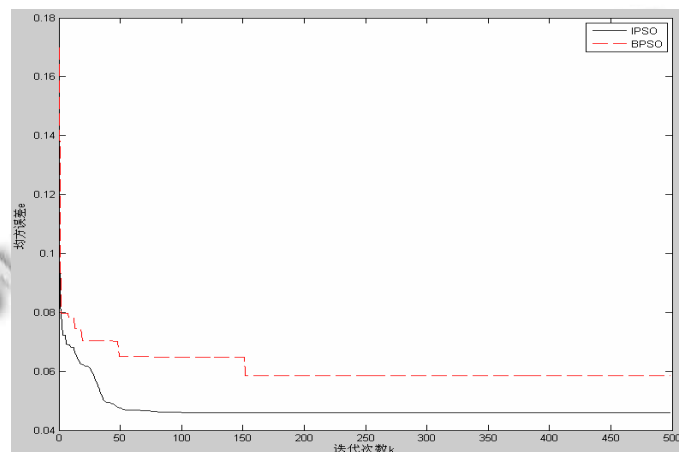


图 1 BPSO 与 IPSO 迭代次数与平均误差变化曲线

表 2 几种 RBF 算法比较

	梯度算法	K-means 算法	减聚类+K-means 算法	K-means+PSO 算法	本文算法
正确率/%	93.3	83.3	96.7	95.8	98.0
平均误差	0.0937	0.1281	0.0691	0.0556	0.0461
运算时间/s	1.41	0.55	0.69	2.89	2.60

## 5 结论

针对常用的基本 K-means 算法的不足,本文在已有的减聚类和 PSO 算法优化 RBF 网络参数的基础上提出一种新的 RBF 学习算法,该算法融合了减聚类、K-means 及 PSO 算法,利用各自的优点,对 PSO 算法的参数进行优化选取,构造了改进的 RBF 网络混合学习算法.在 IRIS 分类识别问题中进行仿真实验,结果表明该算法有很好的实用性和有效性.

该算法在正确率和稳定性方面均高于已有 K-means 及 PSO 算法,但在运算时间上略高.本文算法适用于对实时性不是特别敏感的非线性系统,在其智能识别、故障诊断方面有很好的应用前景.

## 参考文献

- 1 Haykin S. Neural Networks and Learning Machines. New Jersey: Prentice-Hall, 2008.
- 2 田雨波.混合神经网络技术.北京:科学技术出版社,2009.
- 3 张顶学,关治洪,刘新芝.基于 PSO 的 RBF 神经网络学习算法及其应用.计算机工程与应用,2006,20:13-15.
- 4 姜鹏飞,蔡之华.基于遗传算法和梯度下降的 RBF 神经网络组合训练方法.计算机应用,2007,27(2):366-368.
- 5 孙丹,万里明,孙延风,等.一种改进的 RBF 神经网络混合学习算法.吉林大学学报(理学版),2010,48(5):817-822.
- 6 庞振,徐蔚鸿.一种基于改进 K-means 的 RBF 神经网络学习方法.计算机工程与应用,2012,48(11):161-163.

(下转第 47 页)

- 4 李伯虎,柴旭东,朱文海,等.复杂产品协同制造支撑环境技术的研究.计算机集成制造系统,2003,9(8):691-697.
- 5 McDowell DL, Panchal JH, Choi HJ, et al. Distributed Collaborative Design Frameworks. *Integrated Design of Multiscale*, 2010: 313-349.
- 6 于加晴,查建中,陆一平,等.面向复杂产品的分布式协同设计系统.中南大学学报(自然科学版),2010,41(2):539-545.
- 7 吴雄喜,高奇峰.复杂产品的异地协同设计及其柔性流程实现.机械设计,2009,26(10):9-11.
- 8 Shyamsundar N, Gadh R. Internet-based collaborative product design with assembly features and virtual design spaces. *Computer-aided design*, 2001, 33:637-651.
- 9 Xiong HY, Sun SR. A distributed collaborative product customization system based on Web3D. *Proceedings of the 11th International Conference on Computer Supported Cooperative Work in Design*. Melbourne: Swinburne Press, 2007: 926-930.
- 10 Zhang WJ, Li Q. Information modeling for made-to-order virtual enterprise manufacturing systems. *Computer-Aided Design*, 1999, 31:611-619.
- 11 张必强,邢渊,阮雪榆.大型三维几何模型在分布式协同设计中实时传输的关键技术.计算机工程,2003,1:28-30.
- 12 郝云堂,金焯,范秀敏,等.基于全息产品模型的虚拟产品开发方法.计算机集成制造系统,2003,9(5):357-362.
- 13 李峰,徐诚,赵彦峻,等.面向并行工程的轻武器协同设计研究.南京理工大学学报,2007,37(2):214-218.
- 14 Wu SF, Wang ZY. Rapid design platform for mechanical products based on CBR. *Advanced Materials Research*, 2010, 102(104):262-266.
- 15 van der Vegte WF, Pulles Jeroen PW. Towards computer-supported inclusion and integration of life cycle processes in product conceptualization based on the process tree. *Automation in Construction*, 2001, 10(6):731-740.
- 16 高曙明,何发智.分布式协同设计技术综述.计算机辅助设计与图形学学报,2004,2:149-158.
- 17 陈艳.面向中小企业网络化协同设计支持平台关键技术研究.青岛:中国海洋大学,2009.
- 18 陈小安,尹佑盛,郑小光.分布式协同设计技术及其模型实例设计.机械工程学报,2000,(4):2-4.

(上接第 87 页)

- 7 Yang P. Subtractive Clustering Based RBF Neural Network Model for Outlier Detection. *Journal of Computers*, 2009, 4(8):755-762.
- 8 Kennedy J, Eberhart RC. Particle Swarm Optimization. *IEEE International Conference on Neural Networks*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1995: 1942-1948.
- 9 Clerc M, Kennedy J. The Particle Swarm-Explosion, Stability, and Convergence in a Multidimensional Complex Space. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2002, 6(1):58-73.
- 10 段其昌,赵敏,王大兴.一种改进 PSO 优化 RBF 神经网络的新方法.计算机仿真,2009,26(12):126-129.
- 11 夏轩,许伟明.改进的粒子群算法对 RBF 神经网络的优化.计算机工程与应用,2012,48(5):37-40.
- 12 Russell E, Shi YH. Particle swarm optimization: developments, applications and resources. *The 2001 Congress on Evolutionary Computation*. 2001, 1: 81-86.
- 13 van der Merwe DW, Engelbrecht AP. Data clustering using particle swarm optimization. *The 2003 Congress on Evolutionary Computation*, 2003, 1:215-220.
- 14 UCI Machine Learning Repository: Data Sets. <http://archive.ics.uci.edu/ml/datasets.html>.