

# 基于变差函数和方向小波的噪声图像边缘检测方法<sup>①</sup>

李文杰<sup>1</sup>, 孙昌平<sup>2</sup>, 李惠光<sup>3</sup>

<sup>1</sup>(河南省信息工程学校, 郑州 450011)

<sup>2</sup>(北京科技大学 自动化学院, 北京 100083)

<sup>3</sup>(燕山大学 电气工程学院, 秦皇岛 066004)

**摘要:** 为了检测受噪声污染图像的边缘, 提出了一种基于变差函数和方向小波的多尺度边缘检测新方法. 首先, 在我们前期研究成果的基础上, 基于变差函数理论, 提出了图像中45度和135度方向边缘的判别准则. 然后根据图像中边缘的方向性, 选择合适的方向小波旋转参数, 再利用方向小波对各个子区域进行不同尺度小波变换. 仿真实验表明, 对于受高斯白噪声污染的图像, 所提出的边缘检测方法无论在边缘定位的准确性还是在去除伪边缘点方面, 均优于传统的小波边缘检测方法.

**关键词:** 变差函数; 边缘检测; 方向小波; 多尺度分析; 图像噪声

## Method of Edge Detection of Noise Image Based on Variogram Function and Directional Wavelet

LI Wen-Jie<sup>1</sup>, SUN Chang-Ping<sup>2</sup>, LI Hui-Guang<sup>3</sup>

<sup>1</sup>(Henan Information Engineering School, Zhengzhou 450011, China)

<sup>2</sup>(School of Automation & Electrical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

<sup>3</sup>(School of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

**Abstract:** For detecting the edge of noise image, a new multiscale edge detection algorithm based on variogram function and directional wavelet is proposed. First, the criteria for the 45 degree and 135 degree directional edge in a image are proposed based on our previous research results and variogram function theory, respectively. Then, based on the direction of edges, an appropriate rotating parameter of directional wavelet is determined. The directional wavelet transform with different scales at different direction is implemented for different subregion. Thus, not only the accurate edge location is obtained, but also false edge points produced by noise and uneven gray scale in image are removed as much as possible. The results of simulation on the image contaminated badly by Gaussian noise indicate the performance of the proposed algorithm outperform the ones of the exist edge detection approaches with respect to maintaining edge and denoising.

**Key words:** variogram function; edge detection; direction wavelet; multiscale analysis; image noise

## 1 引言

边缘检测是图像处理中的基本问题. 经典的边缘检测方法, 例如: Robert、LOG 以及 Canny 算子等都有其不足之处. 基于小波变换的多尺度边缘检测方法可为原图像提供一个由粗到细的多分辨率表示, 而成为研究热点<sup>[1]</sup>.

一般来说, 传统的小波变换刻画图像中水平和垂直方向上的信息的能力很强, 而对图像中其他方向上

的信息刻画则较弱一些. 因此, 为了更好的描述图像中的边缘信息, 人们提出了基于方向小波边缘检测算法<sup>[2-4]</sup>. 在适用方向小波进行边缘检测时, 旋转参数的选取至关重要. 在现有的方向小波边缘检测中, 一般对整幅图像选取相同的旋转参数进行方向小波变换, 而没有考虑图像中不同区域边缘方向性的不同, 这势必会影响到方向小波变换的边缘检测效果, 这是因为方形小波只对旋转参数指定的方向的边缘较敏感.

<sup>①</sup> 收稿时间:2012-02-20;收到修改稿时间:2012-03-12

变差函数理论是由法国数学家 G. Matheron 在 1962 年提出的<sup>[5,6]</sup>, 目前, 变差函数理论在图像处理和分析中已经有了大量应用<sup>[7-9]</sup>. 作者在文献[1]中提出了一种基于变差函数的多尺度边缘检测噪声图像方法, 在一定程度上解决了前面提到的边缘定位与噪声去除之间的矛盾, 但在文献[1]中只考虑了水平和垂直两个方向的平均变差函数值, 因此对于包含多个边缘方向的复杂图像, 其检测效果受到了限制.

鉴于以上不足, 本文根据区域化变量理论中, 变差函数能有效反映图像结构性和随机性的特点, 通过求出  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $45^\circ$  和  $135^\circ$  方向的平均变差函数, 将图像中的边缘大致分为四种, 水平边缘, 垂直边缘,  $45^\circ$  方向边缘,  $135^\circ$  方向边缘. 然后根据区域边缘的方向性, 选择合适的方向小波旋转参数; 再利用方向小波对各个子区域进行不同尺度小波变换.

## 2 基于变差函数和方向小波的图像边缘检测

### 2.1 变差函数在图像边缘中的性质

在实际应用中, 变差函数无法直接获得, 可用实验变差  $r^*(h)$  函数代替<sup>[11]</sup>:

$$r^*(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 \quad (1)$$

其中:  $h$  为向量, 它的模  $|h|$  表示两点间的距离;  $N(h)$  为所有相距为  $|h|$  的两点的点对数目,  $Z(x)$  为区域化变量. 在图像中,  $Z(x)$  为在位置  $x$  处得灰度值. 对于图像数据来说,  $r(h)$  越大, 表明在  $h$  方向上图像的灰度值存在较大的变化, 而对于图像来说, 灰度值较大的变化主要是由边缘引起的(含较多纹理的图像除外), 因此  $r(h)$  的大小可以反映在  $h$  方向上是否存在明显边缘. 为了判断图像某一区域内是否存在边缘以及边缘的方向, 需要分别计算  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $45^\circ$  或  $135^\circ$  四个方向上的  $r^*(h)$ , 通过分析四个  $r^*(h)$  值, 可以进一步判断出该区域的性质(平滑区域,  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $45^\circ$  或  $135^\circ$  四个方向边缘区域或者是复合区域). 由于对于一个固定的  $h$ ,  $r^*(h)$  只能反映该区域在  $h$  方向上任意相距为  $|h|$  的两点的不相关程度, 不能更全面的反映区域内图像数据不相关程度的大小, 为此通过引入平均变差函数  $R(\theta)$  来定义两个反映图像  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $45^\circ$  和  $135^\circ$  四个方向上平均变差函数值相对大小的新变量  $\eta_1, \eta_2$ .

定义 1<sup>[6]</sup>: 平均变差函数  $R(\theta)$  如下式所示:

$$R(\theta) = \frac{1}{H} \sum_{|h|} r^*(h) \quad (2)$$

其中:  $\theta$  为向量  $h$  的辐角,  $R$  仅是方向  $\theta$  的函数,  $H$  为常数, 一般可取为小区域窗口宽度的一半.

在文献 [1] 中, 我们定义了一个变量  $\eta_1 = \frac{|R(0^\circ)| - |R(90^\circ)|}{\min(R(0^\circ), R(90^\circ))}$  来判断图像中某一区域是否存在水平或垂直方向上的边缘. 同理, 本文定义了另一个变量来判断图像中某一区域是否存在  $45^\circ$  或  $135^\circ$  方向的边缘.

定义 2: 图像中某一区域对角方向上的平均变差函数值的相对大小可由变量  $\eta_2$  表示, 若该区域含有明显的  $45^\circ$  或  $135^\circ$  方向的边缘变量, 则的值较大, 即  $\eta_2 > P$  ( $P$  为大于 0 的常数). 可由下式计算得到:

$$\eta_2 = \frac{|R(45^\circ)| - |R(135^\circ)|}{\min(R(45^\circ), R(135^\circ))} \quad (3)$$

从  $R(\theta)$  和  $\eta_2$  的函数定义可知, 若图像某一区域存在  $45^\circ$  方向边缘, 则值大于某一常数  $P$  且  $R(45^\circ) < R(135^\circ)$ ; 若图像某一区域存在  $135^\circ$  方向边缘, 则  $\eta_2$  值大于某一常数  $P$  且  $R(45^\circ) > R(135^\circ)$ . 以上分析只是图像某一区域存在边缘的必要条件而非充分条件, 这是因为当  $R(45^\circ)$ 、 $R(135^\circ)$  的值都很小时,  $\eta_2$  的值仍有可能很大(图像灰度不均匀引起), 所以如果仅考虑  $\eta_2$  值的大小就可能把不存在边缘的平滑区域误判为存在水平, 垂直或对角方向边缘的边缘区域. 由此, 得到图像中某一区域存在  $45^\circ$  方向边缘、 $135^\circ$  方向边缘、不存在明显边缘以及复合边缘的 4 个推论.

推论 1: 图像中某一子区域为  $45^\circ$  方向区域(即该区域存在  $45^\circ$  方向边缘)的充分必要条件是:  $\eta_2 > T_1$  ( $T_1$  为大于 0 的常数) 且  $R(45^\circ) < R(135^\circ)$ ,  $\max(R(45^\circ), R(135^\circ)) > T_2$  ( $T_2$  为大于 0 的常数).

推论 2: 图像中某一子区域为  $135^\circ$  方向区域(即该区域存在  $135^\circ$  方向边缘)的充分必要条件是:  $\eta_2 > T_1$  ( $T_1$  为大于 0 的常数) 且  $R(45^\circ) > R(135^\circ)$ ,  $\max(R(45^\circ), R(135^\circ)) > T_2$ , ( $T_2$  为大于 0 的常数).

推论 3: 图像中某一子区域为平滑区域(即该区域不存在明显边缘)的充分必要条件是:  $\max(R(0^\circ), R(90^\circ), R(45^\circ), R(135^\circ)) \leq T_2$  ( $T_2$  为大于 0 的常数).

有关图像中某个区域含有水平方向边缘或垂直方

向边缘的推论请参见作者的前期研究<sup>[6]</sup>.

如果图像中某一子区域既不是水平区域又不是垂直区域,平滑区域,45°方向区域,135°方向区域,则我们把该区域称为复合区域.

推论 4: 图像中某一子区域为复合区域的充分必要条件是:  $\eta_1 < T_1$ , 且  $\eta_2 < T_1$  ( $T_1$  为大于 0 的常数)且  $\max(R(0^\circ), R(90^\circ)) > T_2$ ,  $\max(R(45^\circ), R(135^\circ)) > T_2$ , ( $T_2$  为大于 0 的常数).

### 2.2 基于变差函数的方向小波边缘检测

小波变换是检测突变信号强有力工具,能够刻画各种不同频率的分量信号,基于小波变换的边缘检测就是对原始图像进行小波变换,将其分解在不同频段,找出高频部分的模极大值后再对模极大值进行筛选即得到边缘.

设  $\psi(x) \in L^1(R)$  且  $\hat{\psi}(0) = 0$ , 令  $\psi_s = \psi_s(x \cos \theta + y \sin \theta)$ . 函数  $f(x, y) \in L^2(R^2)$  的方向小波变换为:

$$W_{\psi_s} f(x, y, \theta) = (f * \psi_s)(x, y, \theta) = \frac{1}{s} \int_R \int_R f(u, v) \psi\left(\frac{1}{s}(x-u)\cos\theta + \frac{1}{s}(y-v)\sin\theta\right) dudv \quad (4)$$

方向小波体现了函数  $f(x, y)$  在点  $(x, y)$  附近沿直线  $(x-u)\cos\theta + (y-v)\sin\theta = 0$  随不同尺度  $s$  的变化情况,当  $\theta$  变化时,  $W_{\psi_s} f(x, y, \theta)$  能描述不同角度的变化情况,因此根据变差函数在图像边缘中的性质,求出各个子区域内边缘的方向,通过选则合适的旋转参数  $\theta$ , 就能很好地刻画出该区域内灰度的变化情况,从而很好地检测边缘.

## 3 仿真实验和分析

### 3.1 算法步骤

本文首先将图像分为若干小区域,然后根据区域内边缘的方向,选择合适的方向小波参数,进行不同尺度的方向小波变换.

具体算法步骤如下:

(1) 将含噪声图像分成  $n \times n$  的若干子块.

(2) 计算每一子块的  $R(0^\circ)$ ,  $R(90^\circ)$ ,  $R(45^\circ)$ ,  $R(135^\circ)$ , 再跟据  $R(0^\circ)$ ,  $R(90^\circ)$ ,  $R(45^\circ)$ ,  $R(135^\circ)$  来计算该子块的  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  值,并根据  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  值来判断该子区域的性质,即该区域是平滑区还是边缘区以及边缘的方向.

(3) 根据  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $45^\circ$  和  $135^\circ$  子区域的性质,选择方向小波的旋转参数分别为  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $45^\circ$  和  $135^\circ$ .

a) 若该区域为平滑区域,则在水平和垂直方向分别进行尺度三的小波变换,并找出水平方向小波变换  $|W_{2^j}^1 f(x, y, 0^\circ)|$  的极大值点  $I_1(i, j)$  和垂直方向小波变换  $|W_{2^j}^1 f(x, y, 90^\circ)|$  的极大值点  $I_2(i, j)$ .

b) 若该区域为垂直( $90^\circ$ )区域,则在水平方向进行尺度二的小波变换,垂直方向进行尺度三的小波变换,并找出水平方向小波变换  $|W_{2^j}^1 f(x, y, 0^\circ)|$  的极大值点  $I_1(i, j)$  和垂直方向小波变换  $|W_{2^j}^1 f(x, y, 90^\circ)|$  的极大值点  $I_2(i, j)$ .

c) 若该区域为水平( $0^\circ$ )区域,则在水平方向进行尺度三的小波变换,垂直方向进行尺度二的小波变换,并找出水平方向小波变换  $|W_{2^j}^1 f(x, y, 0^\circ)|$  的极大值点  $I_1(i, j)$  和垂直方向小波变换  $|W_{2^j}^1 f(x, y, 90^\circ)|$  的极大值点  $I_2(i, j)$ .

d) 若该区域为  $45^\circ$  方向区域,则计算出尺度三的小波变换  $|W_{2^j}^1 f(x, y, 45^\circ)|$  和尺度二  $|W_{2^j}^1 f(x, y, 135^\circ)|$  的小波变换,并找出小波变换  $|W_{2^j}^1 f(x, y, 45^\circ)|$  的极大值点  $I_1(i, j)$  和小波变换  $|W_{2^j}^1 f(x, y, 135^\circ)|$  的极大值点  $I_2(i, j)$ .

e) 若该区域为  $135^\circ$  方向区域,则计算出尺度二的小波变换  $|W_{2^j}^1 f(x, y, 45^\circ)|$  和尺度三  $|W_{2^j}^1 f(x, y, 135^\circ)|$  的小波变换,并找出小波变换  $|W_{2^j}^1 f(x, y, 45^\circ)|$  的极大值点  $I_1(i, j)$  和小波变换  $|W_{2^j}^1 f(x, y, 135^\circ)|$  的极大值点  $I_2(i, j)$ .

(4) 设定阈值  $T_x$  和  $T_y$

(5) 对于  $(i, j)$  点,若该点  $I_1(i, j)$  值大于  $T_x$  或  $I_2(i, j)$  值大于  $T_y$ ,则认为该点是边缘点.

### 3.2 实验结果及分析



图1 Lena 原图

图2 加噪声后的Lena图

为了验证本文所提算法,选用  $256 \times 256$  Lena 图像

在 Matlab7.0 中进行仿真. 图 1 是 Lena 原始图像, 图 2 是原始图像中加入均值为 0, 归一化方差为 0.01 的高斯白噪声后的图像, 将原图像分为 64 个 32×32 的子块, 如图 1 所示.

表 1 对加入噪声后图像的分区

2	0	0	1	0	2	4	3
2	0	2	2	4	2	3	3
2	2	2	1	4	3	3	3
2	0	3	3	3	2	2	0
2	5	5	5	5	2	2	5
2	2	3	2	5	2	0	2
2	5	5	2	0	4	5	5
2	0	5	3	0	2	5	0

表 1 是对加入噪声后 Lena 图像各子区域的划分结果, “0”代表该区域为平滑区域, “1”代表该子块为水平区域, “2”代表该子块为垂直区域, “3”代表该区域为 45° 方向区域, “4”代表该区域为 135° 方向区域. “5”代表复合区域.

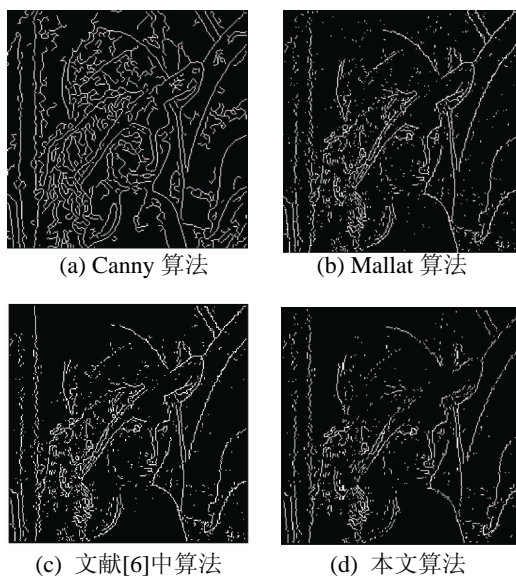


图 3 由不同的边缘检测算子获得的边缘图

针对加入噪声后的 Lena 图像, 图 3 给出了本文所提算法与 Canny 算法, Mallat 算法, 文献[1]所提算法的比较. 从检测结果可以看出, 本文算法明显优于 Canny 算法, Mallat 算法. 将采用文献[1]中的算法得到的边缘图与采用本文所提算法所得边缘进行对比可以发现, 本文所提算法对图像中的斜向边缘定位更加准确.

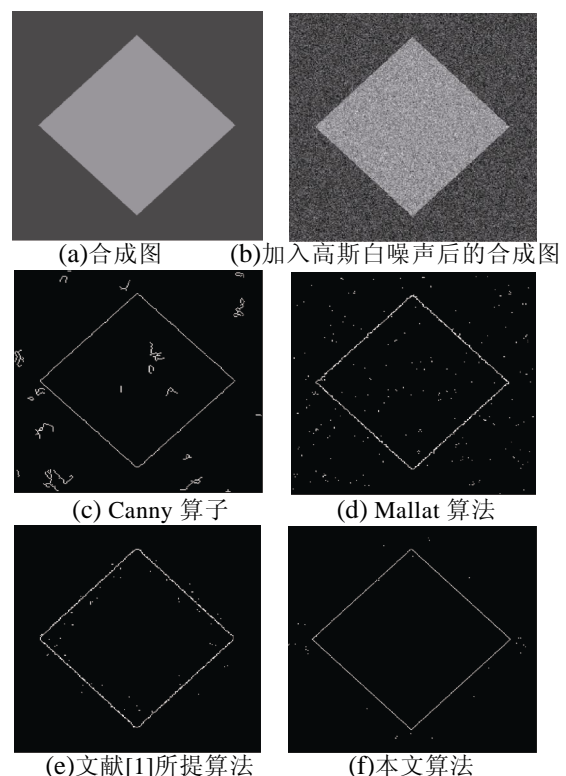


图 4 针对合成图本文算法与 Canny 算法, Mallat 算法的比较, 文献[1]所提算法的比较

为了定量的分析本文所提出的算法的优越性, 本文采用文[10]和[11]中所用的评价标准. 图 4(a)是我们合成的一幅图像, 图 4(b)是加入高斯白噪声后的图像. 式(5)中,  $n_0$ 表示原图像中的理想边缘点个数,  $n_e$ 表示实际检测到的边缘图中的非边缘点个数,  $P_e$ 值越小, 表明误检率越低, 说明检测算法越好.

$$P_e = \frac{n_e}{n_0} \tag{5}$$

表 2 列出了 Canny 算法, Mallat 算法, 文献[1]中所提算法以及本文算法的  $P_e$ , 本文算法的  $P_e$  值明显小于 Canny 算法, Mallat 算法的  $P_e$  值, 比文献[1]所提算法的  $P_e$  值也要小一些, 这说明本文算法在对含噪图像进行边缘检测时, 误检率比 Canny 算法, Mallat 算法, 文献[1]所提算法更低.

表 2 Canny 算法, Mallat 算法, 文献[1]中算法与本文算法的  $P_e$  定量比较

Canny	Mallat	文献 [1] 算法	本文算法
0.5590	0.4809	0.0712	0.0521

## 4 结论

本文提出了一种基于变差函数和方向小波的多尺度边缘检测新方法. 该方法通过计算各个子区域内的平均变差函数来判断图像各个子区域内边缘的方向性, 然后根据该区域边缘的方向性, 选择合适的方向小波旋转参数, 应用方向小波对各个子区域进行不同尺度的小波变换, 进而达到在确保边缘准确定位并尽可能去除由于噪声以及图像灰度不均匀产生的伪边缘点. 仿真实验表明, 对于受高斯白噪声污染的图像, 本文所提出的边缘检测方法无论在边缘定位的准确性还是在去除伪边缘点方面, 均优于传统的小波边缘检测方法.

### 参考文献

- 1 李惠光, 孙昌平. 基于变差函数的噪声图像的多尺度边缘检测. 光电工程, 2007, 34(9): 108–114.
- 2 周杰, 彭嘉雄, 丁明跃. 方向小波变换及其在运动弱目标检测中的应用. 信息与控制, 1996, 25(1): 21–27.
- 3 杨正远, 郑建宏. 方向小波在图像边缘提取中的应用. 重庆邮电学院学报, 1997, 9(3): 16–20.
- 4 付丽华, 陈涛, 李落清. 基于方向小波变换的边缘检测. 湖北大学学报, 2003, 25(2): 95–99.
- 5 Journal A, Huijbregts C. Mining Geostatistics. London: Academic Press, 1978. 21–26.
- 6 李钟山. 地质统计学中的区域化变量理论. 世界地质, 1997, 16(2): 85–93.
- 7 吴刚, 杨敬安, 王洪燕. 一种基于变差函数的纹理图像分割方法. 电子学报, 2001, 29(1): 44–46.
- 8 Jupp DLB, Strahler AH, Woodcock CE. Auto-correlation and regularization in digital images I Basic theory. IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, 1988, 26(4): 463–473.
- 9 Jupp DLB, Strahler AH, Woodcock CE. Auto-correlation and regularization in digital images. II. Simple image models. IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, 1989, 27(3): 247–258.
- 10 Lei Z, Paul B. Edge detection by scale multiplication in wavelet domain. Pattern Recognition Letters, 2002, 23(14): 1771–1784.
- 11 Shih M, Tseng D. A wavelet-based multiresolution edge detection and tracking. Image and Vision Computing, 2005, 23(4): 441–451.

(上接第 197 页)

### 参考文献

- 1 冯玉才, 蒋涛, 李国徽, 朱虹. 高效时序相似搜索技术. 计算机学报, 2009, 3: 2107–2122.
- 2 潘定, 沈钧毅. 时态数据挖掘的相似性发现技术. 软件学报, 2007, 18(2): 246–258.
- 3 Agrawal R, Faloutsos C, Swami A. Efficient Similarity Search In Sequence Database. Proc. of the 4th International Conference on Foundations of Data Organization and Algorithms. 1993. 69–84.
- 4 Chan KP, Fu AWC. Efficient time series matching by wavelets. Proc. of 15th IEEE Int. Conf. on Data Engineering. 1999. 126–133.
- 5 Korn F, Jagadish H, Faloutsos C. Efficiently supporting and hoc queries in large datasets of time sequences. Proc. of the ACM SIGMOD International Conferences. 1997. 289–300.
- 6 Keogh EJ, Chakrabarti K, Pazzani M, Mehrotra S. Dimensionality reduction for fast similarity search in large time series databases. Knowledge and Information Systems, 2001, 263–286.
- 7 Ahmed N, Natarajan T, Rao KR. Discrete cosine transform. IEEE Trans. on Computers, 1974. 90–93.