

# 基于神经网络的机器人二阶滑模控制<sup>①</sup>

王延玉, 刘国栋

(江南大学 物联网工程学院, 无锡 214122)

**摘要:** 本文提出了一种基于神经网络与二阶滑模控制融合的控制策略用于非线性机器人控制, 设计了一种新颖简易的二阶滑模控制方法, 有效地避免了常规变结构控制的抖震问题, 并采用神经网络辨识未知的机器人的非线性模型, 通过 Lyapunov 直接法设计网络的权值更新率, 确保了系统闭环全局渐近稳定性。最后, 通过仿真验证了算法的有效性。

**关键词:** 神经网络; 二阶滑模控制; 机器人

## Second Order Sliding Mode Trajectory Tracking Control of Robot Based on Neural Network

WANG Yan-Yu, LIU Guo-Dong

(Internet of Things Engineering Institute, Southern Yangtze University, Wuxi 214122, China)

**Abstract:** This paper proposes a synergetic controls algorithm by adaptive neural network and Second order sliding mode control. Design a second order sliding mode control method with novelty and facility, and the chattering problem is avoided effectively, Neural network is used to adaptive learn and compensate the unknown nonlinear model. The learning algorithm for the free neural network parameters are presented by Lyapunov direct method. The global asymptotic stability is guaranteed. Finally, the control performance of the proposed controller is verified with simulation studies.

**Key words:** neural network; second order sliding mode control; robot

### 1 引言

机器人的主要控制目的之一是使实际运动估计能够精确跟踪期望轨迹, 而机器人是一种包含模型不确定性和未建模动态的复杂非线性系统, 常规控制策略对模型的依赖, 使得神经网络控制不失为一种很好的替代方案, 神经网络由于具有强大的非线性逼近能力, 可以补偿各种非线性建模动态的影响, 因而近十年来成为机器人智能控制的主要手段<sup>[1-2]</sup>, Horng 等<sup>[3]</sup>人设计了闭环稳定的 CMAC 自适应控制器, 但逼近目标是系统闭环的整体不确定量, 因此必须假设系统状态始终包含在一个有界集内, 而且神经网络结合自适应控制只能对网络的权值进行在线学习, 对系统中不可避免存在的不确定非线性外部扰动、模型逼近误差等, 显得无能为力。文献[6,10]采用变结构控制项对扰动与模型逼近误差进行补偿, 但不连续控制项的存在, 使

得系统存在“抖振”现象, 最近几年来, 高阶变结构控制的应用<sup>[5]</sup>成为了变结构控制理论研究的热点, 可以解决这一问题并取得了很好的效果。

本文提出一种基于神经网络的机器人控制方法, 自适应逼近机器人系统模型, 并保证其网络输入有界, 针对常规变结构控制所存在的最大问题——抖震, 将二阶滑模控制方法用于机器人控制, 有效地避免了这一问题。控制器结构简单, 且对有界扰动和未建模动态具有强鲁棒性。

### 2 机器人轨迹跟踪控制问题描述

机器人数学模型通常用下面的微分方程描述:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + d(t) = \tau \quad (1)$$

式中,  $q, \dot{q}, \ddot{q} \in R^n$  分别为关节位置向量、速度和加速度向量;  $M(q) \in R^{n \times n}$  为机器人臂的惯量矩阵;  $C(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$

① 收稿时间:2011-09-20;收到修改稿时间:2011-11-09

表示机器人臂的哥氏力/离心力矩阵;  $G(q) \in R^n$  是机器人的重力项;  $d(t)$  为外部随机干扰,  $\tau$  表示控制力矩。

本文要用到的机器人动力学模型结构特性:

性质 1 惯性矩阵  $M(q)$  是对称正定的, 且机器人各模型项对于所有的  $q \in R^n$  一致有界, 即

$$\lambda_m(M(q)) \leq \|M(q)\| \leq \lambda_M(M(q)), \|C(q, \dot{q})\| \leq C_M \|\dot{q}\|$$

$$\|G(q)\| \leq G_M \quad (3)$$

$\|\bullet\|$  代表向量范数,  $\|A\| = \sqrt{\lambda_M(A^T A)}$ ,  $\lambda_m(A)$ 、 $\lambda_M(A)$  分别代表相应矩阵 A 的最小和最大特征值。

性质 2  $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$  为斜对称阵, 即

$$\dot{M}(q) = C(q, \dot{q}) + C^T(q, \dot{q}) \quad \forall q, \dot{q} \in R^n$$

性质 3 机器人动力学模型可以线性参数化为:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta \quad (4)$$

$Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$  称之为回归矩阵,  $\theta$  代表机器人本体参数的未知向量。

假设: 非结构化随机干扰  $d(t)$  的界已知, 有  $d(t) \leq d_M \quad \forall t \in R^+$ 。

基于性质 3 的模型线性参数化特性, 定义一个标称模型:

$$M(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + G(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\theta \quad (5)$$

把(5)式代入(1)式可得:

$$M(q)\dot{S}_r + C(q, \dot{q})S_r + d(t) = \tau - Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\theta \quad (6)$$

其中  $S_r = \dot{q} - \dot{q}_r$  (7)

控制目标: 定义目标轨迹为  $\ddot{q}_d, \dot{q}_d, q_d \in R^n$ , 并且满足  $q_d$  满足二阶导数分段连续, 设计连续的控制率  $\tau$ , 在模型  $Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)$  信息未知的情况下, 使机器人的实际运动轨迹跟踪目标轨迹, 且保证跟踪误差量  $\dot{e}$  和  $e$  在全局内满足渐近或有界稳定性, 其中  $e = q - q_d$ 。

### 3 二阶滑动模型

本文将设计一种基于二阶滑动模型的变结构控制器, 定义参考变量

$$\dot{q}_r = \dot{q}_d - \alpha e - K_i \int_{t_0}^t \text{sign}(S(\tau)) d\tau \quad (8)$$

其中  $S = \dot{e} + \alpha e$ 。

将(8)式代入(7)式可知

$$S_r = S + K_i \int_{t_0}^t \text{sign}(S(\tau)) d\tau \quad (9)$$

由(8)式可知参考变量的二阶形式为  $\ddot{q}_r = \ddot{q}_d - \alpha \dot{e} - K_i \text{sign}(S)$ , 它是不连续的, 由于神经网络不能逼近不连续的信号, 所以将  $\ddot{q}_r$  分成连续部分和不

连续部分:  $\ddot{q}_r = \ddot{q}_{con} + K_i X$  (10)

其中连续部分为:  $\ddot{q}_{con} = \ddot{q}_d - \alpha e - K_i \tanh(\lambda S)$ , 不连续部分为:  $X = \tanh(\lambda S) - \text{sign}(S)$ , 这其中  $\lambda = \lambda^T \in R^{n \times n}$

不连续项具有以下特征:  $-1 \leq X \leq 1$ ,  $X_{S \rightarrow 0^-} = -1$ ,  $X_{S \rightarrow 0^+} = 1$ ,  $X_{S \rightarrow \pm\infty} = 0$ 。

把(10)式代入(5)式可知

$$M(q)\ddot{q}_{con} + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + G(q) = Y_{con}\theta - \tau_d \quad (11)$$

其中连续的回归矩阵为  $Y_{con} = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_{con})$ ,  $\tau_d = M(q)K_i X$  则为有界非连续高频信号, 在控制器的设计过程中, 可以把它作为有界干扰来处理。

将(11)式代入(1)式可得:

$$M(q)\dot{S}_r = -C(q, \dot{q})S_r + \tau - Y_{con}\theta - (\tau_d + d(t)) \quad (12)$$

### 4 神经网络逼近系统模型分析

对于  $f(x) = Y_{con}\theta$ , 类似于文献[5]的思想, 采用线性参数化网络——RBF 局部泛化网络对其进行逼近, 可大大加快学习速度。

$\hat{f}(x) = \hat{\theta}^T \phi(x)$ , 其中  $\hat{\theta}$  为实际的网络权值,  $\phi(x)$  为高斯型函数, 即,  $\phi_j = \exp(-\frac{\|x - c_j\|^2}{\sigma_j^2})$ , 式中,  $c_j$  为奇函数的宽度。

根据 RBF 网络的逼近能力, 假设: 对于任意小的正数  $\epsilon_M$ , 总能找到最优权值矢量  $\theta^*$ , 使得逼近误差  $|\epsilon(t)| = |\theta^{*T} \phi(x) - f(x)| < \epsilon_M$ , 并且最优权值有界, 即存在正常数  $\lambda$  满足  $\|\theta^*\| \leq \lambda$ 。

则 RBF 神经网络对连续的线性参数化模型  $\tau_{con} = Y_{con}\theta$  的逼近可以表示为:  $\hat{\tau}_{con} = \hat{\theta}^T \phi(q, \dot{q}, \ddot{q}_{con})$ ,  $\hat{\tau}_{con}$  是网络的估计输出,  $\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1 \dots \hat{\theta}_n)$  是估计权系数矩阵,  $\phi(q, \dot{q}, \ddot{q}_{con})$  是多变量函数矢量。

$$\text{所以 } \tau_{con} = \theta^{*T} \phi(q, \dot{q}, \ddot{q}_{con}) + \epsilon(t) \quad (13)$$

### 5 控制器的设计

不确定机器人系统的控制率设计为:

$$\tau = \hat{\theta}^T \phi(q, \dot{q}, \ddot{q}_{con}) - K_d S_r \quad (14)$$

其中  $\hat{\theta}$  为  $\theta$  的估计值,  $K_d$  为正增益矩阵。

$$\text{权值自适应率为: } \dot{\hat{\theta}} = -\Gamma \phi(q, \dot{q}, \ddot{q}_{con}) S_r \quad (15)$$

其中  $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$

定理: 对于式(1)所描述的机器人系统, 在满足假设的条件下, 采用(14)、(15)所示控制率和参数自适应率, 则整个机器人系统满足全局渐近稳定。

证明 定义李雅普诺夫函数为

$$V = \frac{1}{2} S_r^T M(q) S_r + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (16)$$

对上式(14)求导, 并代入式(9)得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S_r^T [M(q)\dot{S}_r + C(q, \dot{q})S_r] + \\ &S_r^T [C(q, \dot{q}) + \dot{M}(q)]S_r + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \\ &= S_r^T [\hat{\theta}^T \phi(q, \dot{q}, \ddot{q}_{con}) - K_d S_r \\ &- Y_{con} \theta - (\tau_d + d(t))] + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \\ &= S_r^T [-K_d S_r - (\varepsilon(t) + \tau_d + d(t))], \end{aligned}$$

由此可知  $\dot{V} \leq -S_r^T K_d S_r + (\varepsilon_M + d_M + \xi) \|S_r\|$

其中  $\xi = \|M(q)\| \|K_i\|$ , 由文献[7]可知适当定义  $K_d$ , 使标称误差表达式  $\|S_r\| < \varepsilon_1$ ,  $\|\dot{S}_r\| < \zeta(t)$ 。根据 Lyapunov 稳定性理, 可知系统闭环满足稳定性, 且跟踪误差一致有界收敛。

$S_r$  是滑动模型  $S$  的派生模型, 滑动模态的条件:

$$\begin{aligned} S^T \dot{S} &= S^T (\dot{S}_r - K_i \text{sign}(S)) \\ &\leq |S^T| |\dot{S}_r| - \lambda_m(K_i) |S^T| \\ &\leq \varsigma_{\text{sup}} |S^T| - \lambda_m(K_i) |S^T| \\ &\leq -\sigma |S^T| \end{aligned}$$

通过适当选择  $K_i$  可使上式始终成立, 由此可以保证在时间  $t \leq \frac{|S(t_0)|}{\sigma}$  时  $S = 0$ , 定理得证。

仿真实例

这里给出一个二自由度串联机器人的数学模型用于仿真<sup>[8][9]</sup>, 以验证上文提出的控制算法的有效性。其模型示意图如图 1 所示。

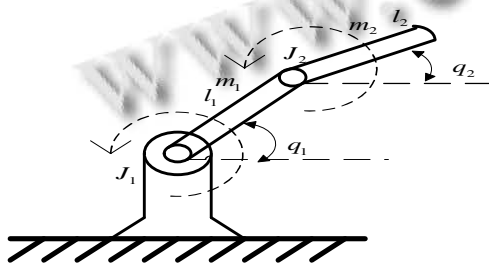


图 1 二自由度机器人模型示意图

$l_1$ 、 $m_1$  和  $q_1$  分别是机器人连 1 的长度, 质量和它对应的转角,  $l_2$ 、 $m_2$  和  $q_2$  分别是连杆 2 的长度, 质量和它相应的转角。在仿真过程中, 设  $q = [q_1 \ q_2]^T$ ,

$\tau = [\tau_1 \ \tau_2]^T$ 。设机器人模型可以用式 (1) 来表示, 则式中  $M(q)$ 、 $C(q, \dot{q})$ 、 $G(q)$  的具体表达式为

$$M(q) = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12} & D_{22} \end{pmatrix} \quad C(q, \dot{q}) = \begin{pmatrix} -C_{12}\dot{q}_2 & C_{12}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ C_{12}\dot{q}_1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$G(q) = \begin{pmatrix} g_1 g \\ g_2 g \end{pmatrix}$$

其中

$$\begin{aligned} D_{11} &= (m_1 + m_2)l_1^2 + m_2 l_2^2 + 2m_2 l_1 l_2 \cos q_2, \\ D_{12} &= m_2 l_2^2 + m_1 l_1 l_2 \cos q_2, \quad D_{22} = m_2 l_2^2, \quad C_{12} = m_2 l_1 l_2 \sin q_2 \\ g_1 &= (m_1 + m_2)l_1 \cos q_2 + m_2 l_2 \cos(q_1 + q_2), \quad g_2 = m_2 l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{aligned}$$

机械臂的动态方程中的系统参数为  $l_1 = l_2 = 0.25m$ ,  $m_1 = m_2 = 1kg$ 。

机器人干扰为:  $d(t) = [\sin t \ \sin t]$ 。

两关节位置指令分别为:  $q_{1d} = 0.5 \sin(\pi t)$ ,  $q_{2d} = 0.5 \sin(\pi t)$ ,

控制参数设置为:  $K_i = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}$ ,  $K_f = \begin{bmatrix} 30 & 0 \\ 0 & 1.8 \end{bmatrix}$ ,

$\alpha = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ 。

可以得到如下图所示仿真结果:

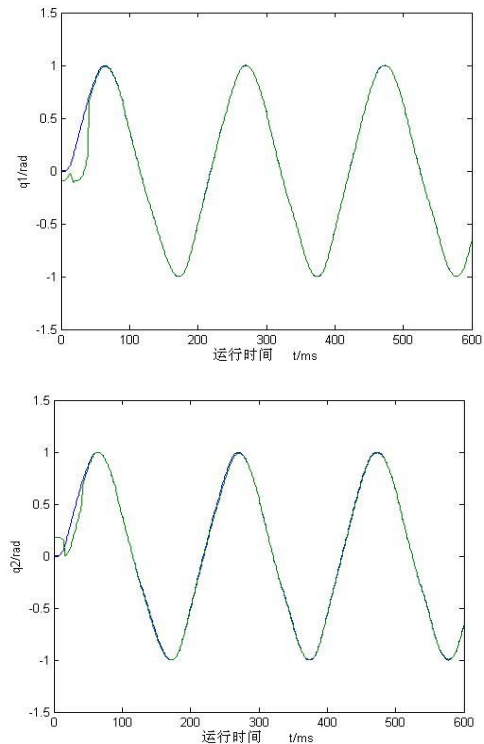


图 2 采用本文控制器时两杆轨迹跟踪曲线

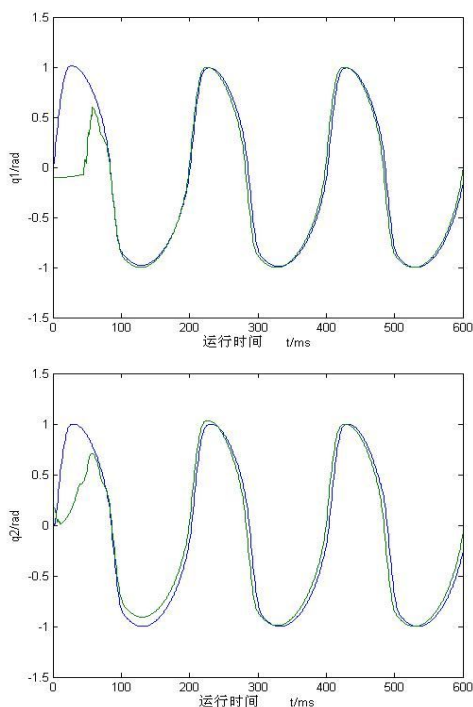


图3 采用自适应控制时两杆轨迹跟踪曲线

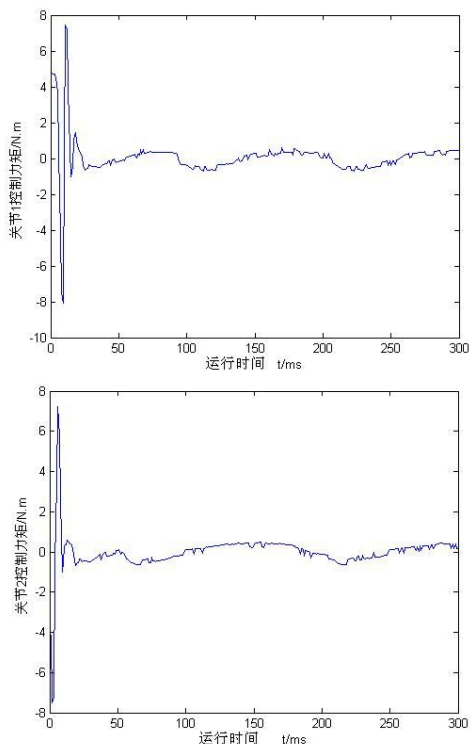


图4 两杆的控制力矩输出曲线

由图2、3比较可知,神经网络二阶滑模控制器在系统存在较大的初始误差和外部扰动时,较自适应一阶变结构控制器<sup>[4]</sup>能保证实际轨迹更快、更有效地跟

踪期望轨迹。图4表明二阶连续控制率的引入,有效的避免了传统变结构控制中的抖振问题。

## 6 总结

本文研究了一种基于神经网络机器人变结构控制方法,采用神经网络逼近机器人的标称模型,采用二阶滑模控制消除逼近误差和结构与非结构不确定部分,控制率结构简单并且连续,有效的确保了系统闭环全局渐近稳定性,并具有良好的暂态性能,消除了抖振,最后,通过仿真验证了算法具有很强的鲁棒性和实用性。

## 参考文献

- 1 Lewis FL, Yesildirek A, Liu K. Neural Net Robot Controller: Structure and Stability Proofs. *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory & Applications*, 1995,12(3):277-299.
- 2 白萍,方廷健,葛运建.基于神经网络补偿的机器人稳定自适应控制. *模式识别与人工智能*,2001,14(2):162-165.
- 3 Horng JH, Hsieh JG. Adaptive Tracking Control of a Class of Nonlinear Systems Using CMAC Neural Network. *Journal of Franklin Institute*, 1996,333B(6):861-878.
- 4 Zeinali M, Notash L, Adaptive sliding mode control with uncertainty estimator for robot manipulators, *J. Mech. Mach. Theory*, 2010,45:80-90.
- 5 Ben Elghali SE, El Hachemi Benbouzid M. High-Order Sliding Mode Control of a Marine Current Turbine Driven Doubly-Fed Induction Generator. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2010,35(2):402-411
- 6 Chen Y, Chang JL. Sliding-mode force control of manipulators. *Proceeding National Science Council*,1999,23:281-289.
- 7 Parra-Vega V, Arimoto S. Nonlinear PID control with sliding modes for tracking of robot manipulators. *IEEE Int. Conf. Control Applications*, 2001:351-356.
- 8 Spong M. On the Robust Control of Robot Manipulators. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1992,37(11):1782-1786.
- 9 Sadegh N, Horowitz R. Stability and robustness analysis of a class of adaptive controller for robotic manipulators. *The International Journal of Robotics Research*, 1990,9(3):74-92.
- 10 张文辉,齐乃明,尹洪亮.自适应神经变结构的机器人轨迹跟踪控制. *控制与决策*,2011,26(4):597-600.