

基于扩展知识空间理论的技能自适应测试过程^①

刘艳花 杨贯中 (湖南大学 软件学院 湖南 长沙 410082)

摘要: 当前扩展知识空间理论只提出了技能测试, 没有给出技能测试的详细过程。定义了问题函数、技能函数以及技能状态函数, 完成了知识结构到技能结构的映射, 给出了技能自适应测试的详细过程, 实现了对受测者技能水平的测试。此外, 引入了知识状态的邻居和边界, 并对自适应测试过程中选题策略这一关键过程做了进一步优化, 使测试更适合受测者的知识特点。

关键词: 知识空间理论; 知识状态; 技能状态; 自适应测试;

Adaptive Test Process Based on Extension of Knowledge Space Theory

LIU Yan-Hua, YANG Guan-Zhong (Department of Software, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Skill test was proposed in the extension of Knowledge Space Theory, but it gave nothing about the process of skill test. This paper defines question function, skill function, skill state function, and completes the mapping of knowledge structure onto skill structure. It also proposes a concrete process of skill adaptive test and gets the skill level of the testees. Furthermore, it introduces neighbor and boundary of knowledge state and optimizes a key process about selecting strategy in adaptive test, which helps tests to adapt to testees in knowledge.

Keywords: knowledge space theory; knowledge state; skill state; adaptive test

1 引言

自适应测试是随着测试理论的不断发现而发现的, 随着计算机的普及, 计算机化自适应测试(CAT)的应用也越来越广泛, 自适应测试是知识空间理论最重要的应用之一^[1]。自从 Doignon 和 Falmagne 于 1985 年第一次发表关于“知识空间理论”^[2]的文章以来, 经过几十年的发展, 其理论框架已经成熟并在自适应测试中发挥着越来越大的作用。但是, 随着知识空间理论的不断运用, 其实用性也面临着巨大的挑战。测试的最终目的是为了得到受测者某些方面的能力及认知缺陷, 而基于知识空间理论的测试最后确定的是以某些确定的试题为参考的知识状态, 没有普遍意义。相对于传统题目的测试, 人们越来越重视受测者的技能水平^[3]。

针对上述问题, 文献[4]对知识空间理论做了技能上的扩展, 将其称为“扩展知识空间理论”。但是, 文献[4]只是提出了技能测试的概念, 指出了知识结构和

技能结构的联系, 并没有对知识结构和技能结构的关系做深入的研究, 也没有给出技能测试的具体测试过程。本文定义了问题函数、技能函数以及技能状态函数, 完成了知识结构到技能结构的映射, 给出了技能自适应测试的详细过程, 实现了对受测者技能水平的测试。此外, 针对原来知识空间理论下“二分法”选题策略的机械性及区分度不大的缺点, 我们将知识状态的边界应用到测试中, 提出了一种新的自适应测试选题策略。该方法能够以更少的题目, 更快的速度测试出受测者的技能水平和认知缺陷。

2 知识空间理论

扩展知识空间理论是原有的知识空间理论的扩展, 而不是全新的理论, 因此, 原来理论中的一些基本概念依然有效, 本节将介绍这些相关概念以及本文中对这些概念表示方法。

知识空间理论提供了一种描述给定知识域知识结

^① 收稿时间:2009-09-01;收到修改稿时间:2010-04-02

构的方法，它是一种测试受测者知识水平、知识结构的心理学理论。在该理论中，知识域由一个有限试题集合表示，即受测者能或不能解决的试题。每个受测者可由一个知识状态描述，即受测者所能解决试题的集合。由于试题间存在必要的关系约束，并不是所有的试题子集都是知识状态^[6]。

定义 1. 令知识域 Q 是试题的有限集， Q 的子集的集合 K 被称为知识空间，当且仅当：

(1) K 包含空集 Φ 和试题的全集 Q ；

(2) 对于任何试题的子集 $k_1, k_2 \in K$ ，它们的并 $k_1 \cup k_2$ 也属于 K 。

定义 2. 对于知识空间 K ，集合 $k \in K$ 被称为知识状态，当且仅当 $k = \{q_1 | q_1, q_2 \in Q, q_1 \leq q_2 \text{ 且 } q_2 \in k\}$ ，其中“ \leq ”关系为前提关系或称猜测关系，即 q_1 为 q_2 的前提。也就是说不与试题间前提关系发生冲突的试题集合即为知识状态。

定义 3. 知识结构表示为 (Q, K) ，其中 Q, K 为定义 1 和定义 2 中的 Q 和 K 。

定义 4. (Q, K) 是一个知识结构， \leq 是定义在 Q 上的关系，其中 $r, q \in Q, K_r, K_q \in K$ ，表示包含试题 r, q 的知识状态的集合。当 r, q 满足上述关系时，称 r 是 q 的前提，对应的关系“ \leq ”称为前提关系，有的文献中也称这种关系为猜测关系。在应用上可以理解为：解决试题 r 是解决试题 q 的前提，或者说从试题 q 的解决猜测出受测者也可以解决试题 r 。为了不引起混淆，本文中统一使用前提关系这个概念。

试题之间的前提关系可分为两种：

与关系： $q_0(q_1, q_2, \dots, q_n)$ ，如果会做试题 q_0 ，则一定会 q_1, q_2, \dots, q_n 中所有试题。

或关系： $q_0(q_1, q_2, \dots, q_n)$ ，如果会做试题 q_0 ，则至少会 q_1, q_2, \dots, q_n 中的一道试题。

试题间前提关系可以减少测试的步骤，我们不用测试所有试题就可以得到受测者的知识状态，提高了测试效率。

例 1：某知识领域 $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$ 包含 5 道试题，它们形成了以下 3 组前提关系：

$q_3(q_1, q_2)$ ：会 q_3 则一定会 q_1 和 q_2

$q_5(q_3, q_4)$ ：会 q_5 则至少会 q_3 或者 q_4

$q_4(q_2)$ ：会 q_4 则一定会 q_2

由此建立的试题间前提关系与或图如图 1 所示：

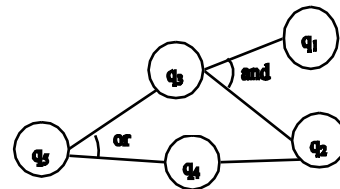


图 1 试题间前提关系与或图

定义 5. 知识结构 (Q, K) ， P 是从 $2Q$ 到 Q 上的关系：称为蕴含关系。

在应用上可以理解为：解决了 A 集合中试题的受测者必然能解决试题 q 。显然有：我们定义 N 是 $2Q \setminus \{\Phi\}$ 上的关系，可以理解为能解决 A 集合中试题的受测者必然能解决 B 中的所有试题。

知识结构中蕴含关系能够大大方便知识结构的建立，它的作用主要体现在领域专家知识结构的建立上

定义 6. 令知识域 Q 是试题的有限集， K 是知识域 Q 上的知识空间。对任意知识状态 $k \in K$ ，知识状态的集合 $N(k) = \{k' | k' \in K, d(k, k') \leq 1\}$ 被称为知识状态 k 的邻居；其中，知识状态 k 与 k' 之间的距离等于它们集合对称差的大小。集合被称为知识状态 k 的边界，即知识状态 k 与它的邻居不同的题目的集合。

例 1 中知识状态 $\{q_2, q_4\}$ 的邻居为集合 $N(\{q_2, q_4\}) = \{q_2, q_4, q_5, q_1, q_3, q_4\}$ ，所以，知识状态 $\{q_2, q_4\}$ 的边界为集合 $F(\{q_2, q_4\}) = \{q_1, q_3, q_5\}$ 。

3 扩展知识空间理论

随着知识空间理论不断发展，人们开始关注知识空间理论和技能集合之间的关系，提出了技能映射关系，这里的技能是受测者某方面的能力。

3.1 基本概念

本节主要介绍扩展知识空间理论的一些基本概念。

技能映射，是一个三元组 (Q, S, τ) ，其中 Q 是非空的试题集合， S 是非空的技能集合，而 τ 是从 Q 到 $2S \setminus \{\Phi\}$ 的映射，对于任何 $q \in Q$ ， S 的子集 $\tau(q)$ 代表解决试题 q 所需的技能集合。

技能结构， (S, T) 表示技能结构，其中 S 是由一系列的技能项组成的一个非空集合，称之为技能结构的域，它是根据测评需要来定义范围的。 T 是由 S 的

子集组成的集合, 其中的元素称为技能状态, 与知识状态类似, 并不是 S 所有的子集都是技能状态。如果 T 在并运算下封闭, 即任取 $F \in T, \cup F \in T$ 总能成立, 则称 T 为技能空间。其现实意义可以理解为技能空间中某个技能可以通过其他技能状态学习而来。

由以上定义可知, 技能结构 (S, T) 和技能状态的定义与知识空间理论下知识结构 (Q, K) 和知识状态的定义完全类似, 可以参照后者进行理解。

3.2 知识结构和技能结构的映射

在扩展知识空间理论中, 原来知识空间理论的各种理论得以保留, 知识结构和技能结构之间通过技能函数和问题函数两类映射相互联系。

技能函数 $\gamma: Q \rightarrow 2S$, $\gamma(q)$ 表示解决试题 q 所需的最小技能集合的集合, 从该定义可知, 若 $X \subseteq \gamma(q)$ 是能够解决试题 q 的技能集合, 那么不存在能够解决试题 q 。如果 $|\gamma(q)| = 1$ 那么解决试题 q 的方法只有一个; 若 $|\gamma(q)| > 1$, 则表示主体可以采用不同的策略来解决试题 q 。

问题函数 δ , 并且要求满足以下条件: $\delta(\Phi) = \Phi$; $\delta(S) = Q$; δ 在意义上是单调函数, $\delta(t)$ 表示技能集合 t 能够解决的试题的集合。

在实际应用的过程中, 测试用的知识结构是已知的, 所以技能函数和问题函数的构建可以根据它们之间内在的联系由教师或领域专家完成。

为了方便知识结构和技能结构之间的相互转换, 对于给定的知识结构 (Q, K) 和技能结构 (S, T) , 并且在满足的条件下 (γ 为技能函数), 我们定义技能状态函数 $\eta: T \rightarrow 2Q$, $\eta(t)$ 表示受测者用技能 t 可能解决的知识状态集合, 并定义 $\eta(\Phi) = \Phi$ 。它的计算过程如下:

- (1) 由教师或领域专家建立问题函数 $\delta(t)$;
- (2) 从知识结构中找出所有 $\delta(t)$ 的超集;
- (3) 这些超集的集合就是函数 $\eta(t)$ 的值。

接着, 我们可以根据这些技能状态函数的值来求解技能函数, 可以用以下方法计算 $\gamma(q)$ 的值 V :

- (1) $V = \Phi$;
- (2) 获取所有技能的技能状态函数值;
- (3) 遍历这些技能状态函数的值域, 若 $q \in \eta(t)$, 那么 $V = V \cup \{t\}$;
- (4) $\gamma(q) = V$ 。

对知识结构中的每一个知识状态都得用上面的方

法进行计算, 这些计算结果的集合就是用于测评的技能结构。显然, 这样构建的知识状态与技能状态是一一对应的。

4 技能自适应测试过程

一个完整的技能自适应测试过程, 首先是根据试题间前提关系建立测试用的知识结构。然后是根据知识结构, 通过问题函数、技能函数以及技能状态函数建立技能结构。接下来就是初始试题的选择, 最重要的是测试过程中的选题策略, 即哪道试题将要被提出, 最后是根据终止条件结束测试。

本文中我们根据受测者的初始信息来选择测试的初始试题, 测试的终止条件则是受测者当前知识状态的边界中已经没有可供选择的试题。本节将详细介绍技能结构的建立以及选题策略的改进这两个关键步骤。

4.1 知识结构和技能结构的建立

方便起见, 本文一直使用例 1 中的试题集合 $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$ 。根据试题间前提关系可以得到知识结构: $(Q, K) = \{\{\Phi\}, \{q_1\}, \{q_2\}, \{q_2, q_4\}, \{q_1, q_2\}, \{q_2, q_4, q_5\}, \{q_1, q_2, q_4\}, \{q_1, q_2, q_3\}, \{q_1, q_2, q_4, q_5\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{q_1, q_2, q_3, q_5\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}\}$ 。

根据测试要求, 我们选择技能集合 $S = \{1, 2, 3, 4\}$, 在专家指导下建立问题函数: $\delta(\Phi) = \Phi$, $\delta(1) = \{q_1\}$, $\delta(2) = \{q_2, q_4\}$, $\delta(3) = \{q_1, q_3\}$, $\delta(4) = \{q_4, q_5\}$ 。

可以求得相应的技能状态函数为:

$$\begin{aligned} \eta(1) &= \{\{q_1\}, \{q_1, q_2\}, \{q_1, q_2, q_3\}, \{q_1, q_2, q_4\}, \{q_1, q_2, q_4, q_5\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{q_1, q_2, q_3, q_5\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}\}; \\ \eta(2) &= \{\{q_2\}, \{q_2, q_4\}, \{q_1, q_2\}, \{q_2, q_4, q_5\}, \{q_1, q_2, q_4\}, \{q_1, q_2, q_3\}, \{q_1, q_2, q_4, q_5\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}\}; \\ \eta(3) &= \{\{q_1, q_3\}, \{q_1, q_2, q_3\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{q_1, q_2, q_3, q_5\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}\}; \\ \eta(4) &= \{\{q_2, q_4, q_5\}, \{q_1, q_2, q_4, q_5\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}\}. \end{aligned}$$

同理也可以得到技能函数:

$$\begin{aligned} \gamma(\Phi) &= \Phi; \\ \gamma(\{q_1\}) &= \{1\}; \\ \gamma(\{q_2\}) &= \{2\}; \\ \gamma(\{q_2, q_4\}) &= \{2\}; \\ \gamma(\{q_1, q_2\}) &= \{1, 2\}; \\ \gamma(\{q_2, q_4, q_5\}) &= \{2, 4\}; \end{aligned}$$

- $\gamma(\{q_1, q_2, q_4\}) = \{1, 2\};$
- $\gamma(\{q_1, q_2, q_3\}) = \{1, 2, 3\};$
- $\gamma(\{q_1, q_2, q_4, q_5\}) = \{1, 2, 4\};$
- $\gamma(\{q_1, q_2, q_3, q_4\}) = \{1, 2, 3\};$
- $\gamma(\{q_1, q_2, q_3, q_5\}) = \{1, 2, 3\};$
- $\gamma(\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}) = \{1, 2, 3, 4\}。$

于是测试用技能结构 $(S, T) = \{\Phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}\}。$

4.2 “二分法” 选题策略

知识结构和技能结构建立以后，我们就可以利用知识空间理论中原有的“二分法”进行测试，该过程是一个马尔可夫过程^[8]。其基本原理是：假设 $M_n = M$ 是第 n 次可能的知识状态集合，又假设该次呈现的试题为 q ，如果受测者完成该试题，则 M_{n+1} 中应该包含 M_n 中所有包含试题 q 的知识状态，记作 M_q ；如果失败，则 M_{n+1} 中应该包含 M_n 中所有不包含试题 q 的知识状态，记作 $M_{q'}$ 。在知识空间理论下，选择试题 q 的原则是使 $||M_q| - |M_{q'}||$ 最小，至于为何要使 $||M_q| - |M_{q'}||$ 最小，所有关于知识空间理论的论著中都没有进行说明，我们经过研究发现，该过程其实是一个次优查找树的构建过程。

继续使用例 1 中知识结构： $(Q, K) = \{\{\Phi\}, \{q_1\}, \{q_2\}, \{q_2, q_4\}, \{q_1, q_2\}, \{q_2, q_4, q_5\}, \{q_1, q_2, q_4\}, \{q_1, q_2, q_3\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{q_1, q_2, q_3, q_5\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}\}。$

按照上面给出的基本原理 $M_1 = K$ ，分别计算 $||M_q| - |M_{q'}||$ 的值：

- $||M_{q_1}| - |M_{q_1'}|| = |8 - 4| = 4$
- $||M_{q_2}| - |M_{q_2'}|| = |10 - 2| = 8$
- $||M_{q_3}| - |M_{q_3'}|| = |4 - 8| = 4$
- $||M_{q_4}| - |M_{q_4'}|| = |6 - 6| = 0$
- $||M_{q_5}| - |M_{q_5'}|| = |4 - 8| = 4$

我们选择试题 q_4 第一个被提出，如果受测者回答正确，那么受测者此时可能的知识状态 $M_2 = \{\{q_2, q_4\}, \{q_2, q_4, q_5\}, \{q_1, q_2, q_4\}, \{q_1, q_2, q_4, q_5\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}\}$ 即包含 q_4 的所有知识状态集合。

继续计算 $||M_q| - |M_{q'}||$ 的值：

- $||M_{q_1}| - |M_{q_1'}|| = |4 - 2| = 2$
- $||M_{q_2}| - |M_{q_2'}|| = |6 - 0| = 6$
- $||M_{q_3}| - |M_{q_3'}|| = |2 - 4| = 2$

$$||M_{q_5}| - |M_{q_5'}|| = |3 - 3| = 0$$

试题 q_5 将被第二个提出，如果回答正确，那么受测者可能的知识状态 $M_3 = \{\{q_2, q_4, q_5\}, \{q_1, q_2, q_4, q_5\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}\}$ ，即包含 q_5 的所有知识状态。继续计算 $||M_q| - |M_{q'}||$ 的值：

- $||M_{q_1}| - |M_{q_1'}|| = |2 - 1| = 1$
- $||M_{q_2}| - |M_{q_2'}|| = |3 - 0| = 3$
- $||M_{q_3}| - |M_{q_3'}|| = |1 - 2| = 1$

此时，我们可以选择 q_1 或 q_3 。不妨选择 q_1 ，且受测者答错了 q_1 ，那么我们得到了惟一的知识状态 $M_4 = \{\{q_2, q_4, q_5\}\}$ ，即为受测者的知识状态。

由 4.1 中技能函数的求解方法可以得到受测者的技能状态为 $\{2, 4\}$ 。

4.3 改进的自适应测试过程

到现阶段为止，所有基于知识空间理论的自适应测试都是采用上面的选题规则，本节我们对选题规则做了进一步的改进，加入了知识状态的边界这一概念，更好的体现了“因人而异”的自适应测试过程。

在此，我们仍然使用例 1 中的知识结构： $(Q, K) = \{\{\Phi\}, \{q_1\}, \{q_2\}, \{q_2, q_4\}, \{q_1, q_2\}, \{q_2, q_4, q_5\}, \{q_1, q_2, q_4\}, \{q_1, q_2, q_3\}, \{q_1, q_2, q_4, q_5\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}\}。$

具体测试过程如下：

首先是初始试题的选择。我们根据受测者的初始信息选择试题 q_2 ，假定受测者答对 q_2 ，根据试题间前提关系可知当前知识状态为 $\{q_2\}$ ，由定义 6 计算 $\{q_2\}$ 的邻居 $N(\{q_2\})$ 。

- $d(\{q_2\}, \Phi) = 1;$
- $d(\{q_2\}, \{q_1\}) = 2;$
- $d(\{q_2\}, \{q_2\}) = 0;$
- $d(\{q_2\}, \{q_2, q_4\}) = 1;$
- $d(\{q_2\}, \{q_1, q_2\}) = 1;$
- $d(\{q_2\}, \{q_2, q_4, q_5\}) = 2;$
- $d(\{q_2\}, \{q_1, q_2, q_4\}) = 2;$
- $d(\{q_2\}, \{q_1, q_2, q_3\}) = 2;$
- $d(\{q_2\}, \{q_1, q_2, q_4, q_5\}) = 3;$
- $d(\{q_2\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4\}) = 3;$
- $d(\{q_2\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}) = 3;$
- $d(\{q_2\}, Q) = 4;$

所以， $N(\{q_2\}) = \{\Phi, \{q_2\}, \{q_2, q_4\}, \{q_1, q_2\}\};$

$$F(\{q_2\}) = [\cup N(q_2) \setminus \cap N(q_2)] = \{q_1, q_2, q_4\} \setminus \{\Phi\}$$

$=\{q_1, q_2, q_4\}$ 。

接下来,从 $F(\{q_2\})$ 中我们选择试题 q_1 或 q_4 , 因为试题 q_2 已经在受测者当前的知识状态中, 不用再参与测试了。不妨选择 q_1 , 假定受测者答对了 q_1 , 根据试题间前提关系可知当前知识状态为 $\{q_1, q_2, q_3\}$, 由定义 6 计算 $\{q_1, q_2, q_3\}$ 的邻居 $N(\{q_1, q_2, q_3\})$ 。

$$\begin{aligned} d(\{q_1, q_2, q_3\}, \Phi) &= 3; \\ d(\{q_1, q_2, q_3\}, \{q_1\}) &= 2; \\ d(\{q_1, q_2, q_3\}, \{q_2\}) &= 2; \\ d(\{q_1, q_2, q_3\}, \{q_2, q_4\}) &= 3; \\ d(\{q_1, q_2, q_3\}, \{q_1, q_2\}) &= 1; \\ d(\{q_1, q_2, q_3\}, \{q_2, q_4, q_5\}) &= 4; \\ d(\{q_1, q_2, q_3\}, \{q_1, q_2, q_4\}) &= 2; \\ d(\{q_1, q_2, q_3\}, \{q_1, q_2, q_4\}) &= 0; \\ d(\{q_1, q_2, q_3\}, \{q_1, q_2, q_4, q_5\}) &= 3; \\ d(\{q_1, q_2, q_3\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4\}) &= 1; \\ d(\{q_1, q_2, q_3\}, \{q_1, q_2, q_3, q_5\}) &= 1; \\ d(\{q_1, q_2, q_3\}, Q) &= 2; \end{aligned}$$

所以, $N(\{q_1, q_2, q_3\}) = \{\{q_1, q_2\}, \{q_1, q_2, q_3\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{q_1, q_2, q_3, q_5\}\}$;

$$F(\{q_1, q_2, q_3\}) = [\cup N(q_1, q_2, q_3) \setminus \cap N(q_1, q_2, q_3)] = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\} \setminus \{q_1, q_2\} = \{q_3, q_4, q_5\}。$$

同样的, q_3 已经在受测者当前的知识状态中, 不必再参与测试。我们可以选择 q_4 或 q_5 , 由于 q_4 是第二次出现, 说明它的区分度高, 我们选择试题 q_4 , 假定受测者答错了试题 q_4 , 则当前知识状态依然为 $\{q_1, q_2, q_3\}$ 。

继续在 $F(\{q_1, q_2, q_3\}) = \{q_3, q_4, q_5\}$ 中选择试题, 我们可以选择 q_5 , 假定受测者答对了试题 q_5 , 则当前知识状态为 $\{q_1, q_2, q_3, q_5\}$, 由定义 6 计算 $\{q_1, q_2, q_3, q_5\}$ 的邻居 $N(\{q_1, q_2, q_3, q_5\})$ 。

$$\begin{aligned} d(\{q_1, q_2, q_3, q_5\}, \Phi) &= 4; \\ d(\{q_1, q_2, q_3, q_5\}, \{q_1\}) &= 3; \\ d(\{q_1, q_2, q_3, q_5\}, \{q_2\}) &= 3; \\ d(\{q_1, q_2, q_3, q_5\}, \{q_2, q_4\}) &= 4; \\ d(\{q_1, q_2, q_3, q_5\}, \{q_1, q_2\}) &= 2; \\ d(\{q_1, q_2, q_3, q_5\}, \{q_2, q_4, q_5\}) &= 3; \\ d(\{q_1, q_2, q_3, q_5\}, \{q_1, q_2, q_4\}) &= 3; \\ d(\{q_1, q_2, q_3, q_5\}, \{q_1, q_2, q_3\}) &= 1; \end{aligned}$$

$$d(\{q_1, q_2, q_3, q_5\}, \{q_1, q_2, q_4, q_5\}) = 2;$$

$$d(\{q_1, q_2, q_3, q_5\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4\}) = 2;$$

$$d(\{q_1, q_2, q_3, q_5\}, \{q_1, q_2, q_3, q_5\}) = 0;$$

$$d(\{q_1, q_2, q_3, q_5\}, Q) = 1;$$

相应的 $N(\{q_1, q_2, q_3, q_5\}) = \{\{q_1, q_2, q_3\}, \{q_1, q_2, q_3, q_5\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}\}$;

$$F(\{q_1, q_2, q_3, q_5\}) = [\cup N(q_1, q_2, q_3, q_5) \setminus \cap N(q_1, q_2, q_3, q_5)] = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\} \setminus \{q_1, q_2, q_3\} = \{q_4, q_5\}。$$

此时, $F(\{q_1, q_2, q_3, q_5\}) = \{q_4, q_5\}$ 中已经没有可选的试题了, 因为 q_5 被已经掌握, 而 q_4 已经测试过了。根据测试终止条件, 自适应测试结束, 受测者最终的知识状态为 $\{q_1, q_2, q_3, q_5\}$ 。根据 4.1 中技能函数的求解方法, 我们可以得到知识状态 $\{q_1, q_2, q_3, q_5\}$ 映射为技能状态 $\{1, 2, 3\}$, 即为受测者的技能水平。

我们使用知识状态的边界这个概念来进行自适应测试。根据受测者当前的知识状态, 我们从该知识状态的边界中选择下一个进行测试的题目。从上面的测试过程可知, 相对于“二分法”选题规则的机械与固定, 该方法比较灵活, 能够使自适应测试更适合受测者的知识特点, 每个受测者当前的知识状态不同, 相应的边界也不相同, 也就是每个受测者的选题范围不同, 从而达到真正意义上的“因人而异”的自适应测试。

5 结论

本文基于知识空间理论在技能上的扩展, 提出了技能自适应测试的详细过程。并在扩展的知识空间理论中引入了知识状态的边界这一概念进行选题规则的改进。该方法在受测者当前知识状态的边界中选择适合受测者知识特点的试题进行测试, 并通过计算受测者最终的技能状态与技能集合之间的集合对称差来确定受测者的能力水平和认知缺陷, 与传统的知识空间理论下“二分法”选题规则相比可以更好的体现自适应测试的特点。

扩展知识空间理论当前发展还不成熟, 未来还有很多内容值得研究。比如知识结构和技能结构的生成是一个极其复杂的过程, 如何让计算机在领域专家提供少量规则的前提下自动生成良好的测试用知识结构和技能结构具有重要的意义^[9]。我们相信, 随着扩展知识空间理论的不完善, 它将在越来越多的领域中

(下接第 59 页)

发挥积极的作用。

参考文献

- 1 杨志明,张雪.测评的概化理论及其应用.北京:教育科学出版社,2003.
- 2 Doignon JP, Falmagne JC. Knowledge Spaces. Berlin: Springer, 1999.
- 3 龚伟,曾晓红.基于知识空间理论的计算机应用技能测评策略研究.四川理工学院学报(自然科学版),2007,20(6):63-66.
- 4 孙波,傅骞.扩展知识空间理论研究.中国电化教育,2004,25(4):74-77.
- 5 Jonsson A, Mattheos N, Svingby G, Attstrom R. Dynamic Assessment and the “Interactive Examin-
ation. Journal of Educational Technology & Society, 2007,10(4):17-27.
- 6 谈成群,谢深泉,陆捷.知识组件及其在知识空间构造中的应用研究.计算机工程与科学,2007,29(8):123-126.
- 7 郭成栋,杨贯中,唐金鹏,蒋沛航. E-learning 中基于对象本体的测试与评估.计算机工程,2006,32(24):72-74.
- 8 Tao YH, Wu YL. A Practical Computer Adaptive Testing Model for Small-Scale Scenarios. Journal of Educational Technology & Society, 2008,11 (3):259-274.
- 9 Mansoor Al-A’ali. Implementation of an improved adaptive testing theory. Journal of Educational Technology & Society, 2007,10(4):80-94.