

基于 Petri 网的呼叫损失建模与分析^①

Modeling and Analysis of Call Blacking Problem Based on Petri Nets

胡晓辉 张雅晖 李敬文 (兰州交通大学 电子与信息工程学院 甘肃 兰州 730070)

摘要: 本文主要针对电信呼叫损失问题,提出了 Petri 网优化模型,并采用连续时间马尔可夫链和 Petri 网相结合的方法对模型进行了模拟、分析和验证,其结果能够帮助和指导设计人员深入了解系统所面临的问题,从而制定出有效的解决方案。

关键字: 连续时间马尔可夫链 Petri 网 呼叫损失 呼叫损失率 可靠性

1 引言

随着现代通信网在规模上的不断膨胀和服务功能日渐复杂,给分析、评价网络性能带来了很大难度。通信网的运行是人机交互作用的过程,网络的运行环境和失效过程具有动态性,传统的可靠性分析方法缺乏对系统的动态描述能力,分析过程运算量大,不能很好地表达网络运行中的各种动态行为,而基于 Petri 网的分析方法可以有效地弥补这些不足。

虽然用 Petri 网进行协议验证也可能像有限状态自动机一样会出现状态爆炸,但较其他分析方法,却有其独有的优越性^[1]。

2 排队呼叫过程的 petri 网模型

在电信理论中,业务量的到达过程和服务时间分布在网络排队模型中^[3],呼叫按到达率通常具有马氏性。当通话请求过多时,将导致呼叫损失^[5]。本文采用 petri 网模拟、分析和验证这个过程。

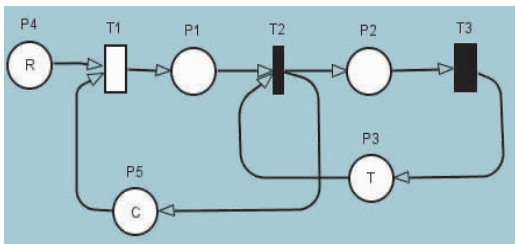


图 1 排队呼叫过程的 petri 网模型

图 1 是排队呼叫过程的 petri 网模型。首先 P4 有标记表示有呼叫到达,此时若 P5 有标记表示缓存中有空闲位置,则能够触发 T1 变迁,使此呼叫进入缓存区,这时如果 P3 不为空,则触发 T2 变迁,同时返回一个缓存空闲位置, P2 中增加一个标记表示一个信道被占用, T3 模拟信道的工作过程,其占用时间表示模拟信道的服务时间,这个变迁触发后表示服务完毕,归还一个空闲信道。当 P3 和 P5 的 token 数为 0 且 P1 和 P2 的 token 数分别为 C 和 T 时系统发生呼叫损失。

3 降低呼叫损失策略的 petri 网模型

为提高网络接通率,最直接的办法是增加信道数量,间接的办法是增加缓存容量,但是这两种办法成本高,代价大^[6]。本文采用重发机制来优化系统^[7],即在信道和缓存均满时直接重新发送请求并加入计数控制机制来控制重发请求的次数,其模型如图 2 所示。

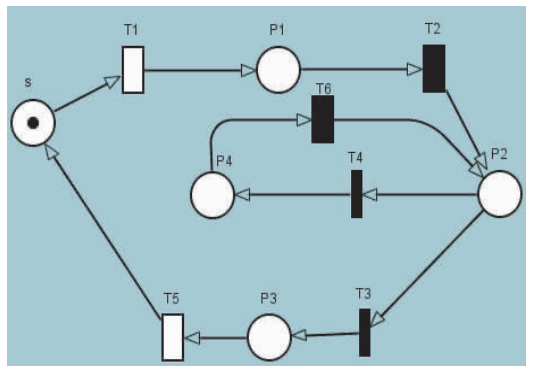


图 2 呼损的故障恢复策略模型

① 基金项目:国家自然科学基金(10661007);兰州交通大学青蓝工程资助项目

库所和变迁说明:

S: 初始状态	T1: 呼损 (指数时间变迁)
P1: 呼叫连接丢失	T2: 监测通信丢失连接 (确定时间变迁)
P2: 监测呼叫请求连接丢失后重建过渡状态	T3: 重建成功变迁 (瞬时变迁)
P3: 表示呼叫连接丢失重新建立成功的状态	T4: 重建失败变迁 (瞬时变迁)
P4: 表示通信连接丢失重新建立又失败的状态	T5: 重建成功后连接花费时间 (指数变迁)

观察此模型不难看出 $P2 \rightarrow T4 \rightarrow P4 \rightarrow T6 \rightarrow P2$ 是一个死锁环, 如果重新发送呼叫连接请求一直不成功, 则无法跳出这个死循环。为了解决上述问题, 需要加入计数机制, 即加入计数器控制重传的次数, 模型如图 3 所示。

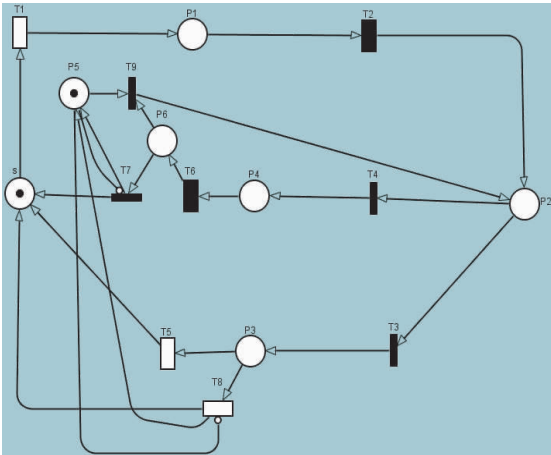


图 3 解决死锁的呼损故障恢复策略模型

当 s 和 P5 有标记表示系统处于初始状态, P5 中标记数量为计数器的初识值, 其大小可以按照系统要求设置, 本模型中设为 1。当 T1 表示发生呼叫损失, 则 P1 标记数为 1, T2 触发使得 P2 得到一个标记, 表示准备重新发送呼叫请求。t3 和 t4 是一对冲突变迁, 并且两者发生概率之和为 1, 当 T3 发生时, 代表重新发送成功, T5 发生返回初值。当 T4 发生时表示重新发送失败, T6 的执行时间表示重发的最长时间, P6 有标记表示超时, 这时 P5 同时有标记, T9 触发, 给 P2 一个标记表示重新准备发送, 当发送成功则此时只有 P3 有标记, 并且由于 T8 的优先级大于 T5, 此时 P5 标记为空, T8 具备触发条件, 返回计数器初始值并返回初态。当发送不成功时只有 P6 有标记, 由于计数器的值已经为 0, 则 T7 触发呼叫完全损失, 并返回初始状态。根据某

客服系统的数据和规范, 有 $\lambda_1 = 0.15, \lambda_2 = 1/0.997 = 1.003, \lambda_5 = \lambda_8 = 0.599, \lambda_6 = 1/10\text{sec} = 0.1$ 。

设 CTMC 中 n 个状态的稳定状态概率是一个行向量 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, 则根据连续时间马尔可夫过程有如下线性方程组:

$$\begin{cases} XQ = 0 \\ \sum_i x_i = 1, 1 \leq i \leq n \end{cases} \quad (1)$$

解此线性方程组, 即可得每个可达标识的稳定概率 $P[M_i] = x_i (1 \leq i \leq n)$ 。

通过分析可知, M8 或者 M9 是呼叫完全损失状态。图 4 是该系统模型的可达图^[8]。

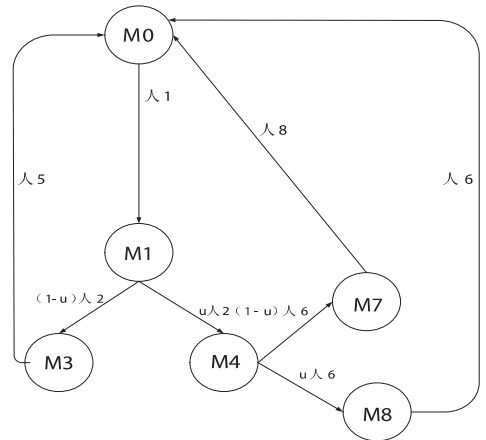


图 4 消除瞬时变迁后的可达图

根据图 4 和 Petri 网与 CTMC 的同构关系可得状态转换矩阵 Q:

$$Q = \begin{bmatrix} -\lambda_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda_2 & (1-u)\lambda_2 & u\lambda_2 & 0 & 0 \\ \lambda_5 & 0 & -\lambda_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\lambda_6 & (1-u)\lambda_6 & u\lambda_6 \\ \lambda_8 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_8 & 0 \\ \lambda_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_6 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{把 (2) 代入 (1) 得 (3):} \\ [x^0 \ x^1 \ x^3 \ x^4 \ x^7 \ x^8] \begin{bmatrix} -\lambda_1 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda_2 & (1-u)\lambda_2 & u\lambda_2 & 0 & 0 \\ \lambda_5 & 0 & -\lambda_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\lambda_6 & (1-u)\lambda_6 & u\lambda_6 \\ \lambda_8 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_8 & 0 \\ \lambda_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_6 \end{bmatrix} \\ = 0 \\ x^0 + x^1 + x^3 + x^4 + x^7 + x^8 = 1 \end{array} \right. \quad (3)$$

根据某客服系统的数据和规范 $\lambda_1 = 0.15$, $\lambda_2 = 1.003$, $\lambda_5 = \lambda_8 = 0.599$, $\lambda_6 = 1/10\text{sec} = 0.1$,
解得:

$$x_8 = \frac{u^2 \lambda_2}{\lambda_6 \left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} + \frac{u(1-u)\lambda_2}{\lambda_5} + \frac{u\lambda_2}{\lambda_6} + \frac{u^2 \lambda_2}{\lambda_7} + \frac{(1-u)\lambda_2}{\lambda_6} \right)}$$

现在把除 λ_1 以外的参数带入公式,可以计算出初始 CBP1 和加入重发机制以后的系统的 CBP2 之间的关系:

$$CBP_2 = \frac{CBP_1^3}{0.8331CBP_1^3 + CBP_1^2 + 0.2669CBP_1 + 0.1}$$

4 结论

Petri 网是一种进行系统描述与分析的数学工具,能够很好地描述系统的结构与行为,它在描述并发、冲突、同步等重要行为时具有优势,拥有形式化的特性以及图论所支持的理论。本文针对呼叫损失率建立了其 Petri 网优化模型,并利用 CTMC 理论进行数值分析,得到引入优化策略前后呼损率的对应关系。可为系统设计提供参考。

参考文献

- 1 李艳,彭熙,肖德宝. 计算机网络通信协议验证技术的研究. 计算机工程, 2002(11):251.
- 2 袁崇义. Petri 网原理. 北京: 电子工业出版社, 1998.
- 3 林闯. 计算机网络和计算机系统的性能分析. 北京: 清华大学出版社, 2001.
- 4 毛用才,胡奇英. 随机过程. 西安: 西电科技大学出版社, 2002.
- 5 符涛,林峰,黄生叶,叶梧,冯穗力. M/P/C/K 排队系统呼损性能研究. 计算机工程与应用, 2007, 15: 125 - 127.
- 6 沙静,蒋昌俊. 虚拟接口体系结构的 Petri 网模型及分析. 系统仿真学报, 2003, 15.
- 7 Zimmermann A, Hommel G. A train control system case study in model - based real time system design// International parallel and distributed processing symposium, IEEE, 2003:1186.
- 8 唐培和. Petri 网可达树的构造与实现. 广西工学院学报, 2003.

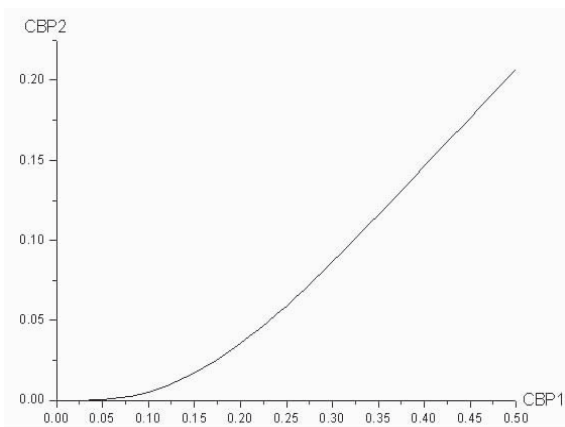


图 5 系统优化前后的 CBP 比较

图 5 是引入优化策略前后呼损率的对应关系,由于此客服系统的平均接通率为 0.85 即 $\lambda_1 = 0.15$,计算可以得到 $x_8 \approx 2.04\%$,即此系统中的呼叫完全丢失的 CBP 为 2.04% ,与未加入优化策略的 15% 相比小得多,有效的降低了 CBP。此系统的可靠度为

$$x = 1 - 2.04\% = 97.6\%$$