

# 基于细分曲面的鞋楦三维建模和二维展平

Three – Dimension Modeling and Two – Dimension Rolling of Shoe  
– Lasts Based on Surface Fractionization

刘咏亭 (中国科学院研究生院 北京 100049)

谭建龙 (中国科学院计算机技术研究所 北京 100086)

**摘要:**本文提出一种针对三维鞋楦的特定三维曲面表示模式和自动展平算法,在鞋楦的三维设计过程中,存在一些特点,我们依据这些特点,设计的三维鞋楦的三维模型是基于 B – Spline 样条曲线放样生成三维曲面,然后采用四边形方式细分三维曲面,同时建立三维曲面的二维展平。通过 OpenGL 的实现表明,这是一种快速,适合鞋楦曲面表示的方法。

**关键词:**鞋楦 三维建模 B – Spline

## 1 引言

鞋楦是鞋子的母体,鞋楦设计是依据脚型,加以美化和艺术化处理得到三维模型。在各类鞋子特别是皮鞋生产过程中,一般直接从鞋楦上设计,设计完成后三维模型,通过人工手段把设计展平为一套鞋样,这些鞋样可以直接投入批量生产。三维鞋楦和二维鞋样是整个设计的基础,把三维鞋楦人工处理为二维鞋样的这个过程即展平;同时在鞋业设计领域,鞋样设计师能从他们设计的二维鞋样看到相应的三维鞋楦的立体效果,这个设计师把二维鞋样组合成三维鞋楦的过程即伏楦。传统的二维鞋样的来源主要有两种:一种是通过鞋样设计师手工打板,再通过扫描,使用矢量化软件,导入计算机进行处理;另一种则是利用传统二维 CAD 软件制作完成。由于通过这两种渠道得到的鞋样,都是利用平面设计方法来完成,所以设计的鞋样往往与实际不符,需依赖设计师经验反复修改才能投入生产,工作量大。基于细分曲面的三维曲面造型技术,可以实现鞋楦二、三维相互转换设计与展平,使得鞋样二、三维之间相互转换得到自动实现,使得设计师有充分自由进行三维设计,集中精力在鞋子款式和功能上考虑。三维鞋楦模型和自动展平将为鞋业 CAD/CAM 带来新的设计手段,同时为制鞋厂带来很高的经济利益。

保持面积参数不变。细分方法是一种非常有效的表示曲线、曲面和三维体甚至高维数据的手段。细分

方法是一个从离散到离散的过程,从初始多面体(或多边形)网格出发,递归地调用细分规则加密控制网格,最终在极限意义下,网格序列收敛到连续甚至光滑曲线、曲面[3,4],适合计算机的离散处理。细分法主要分为曲面细分法[1,2]和体细分[4]。

一般曲面采用三角网格表示,文献[3]对三角网格的参数化进行了综述,使用三角形网格描述曲面是常用的一种方式。[3]分别从平面参数域和球面参数域对各种参数化方法的保面积性、保角性和等距性进行深入的讨论,并从算法的理论基础、运算时间复杂度、适用范围和数值实现方法等方面作了详细的比较。

文献[1]提出一种基于细分曲面的三维服装柔性实体模拟算法。该算法将整个模拟过程分为两个阶段:首先利用四点细分曲面造型方法生成三维服装刚性曲面,算法有效解决了复杂衣片间的缝合问题,较大地提高了模拟的计算效率。同时,文献[1]和本文的方法都是采用四面形对曲面进行建模。文献[1]的方法是采用直接进行四点细分曲面造型。而本文将采用的基于二维 BSPLINE 方式的曲线放样生产曲面的方式。

上述几种方法大都采用了在给定的输入数据是没有明显结构的情况,使用三角网格等方式进行三维曲面或者三维体的细分的方法,他们的方法都是比较通用的,而且在各自的应用领域的效果都不错。但是在鞋楦的三维设计过程,存在一些特需的特点,我们依据

这些特点,设计的三维鞋楦的三维模型是基于 B-Spline 样条曲线放样生成三维曲面,然后采用四边形方式细分三维曲面,同时建立三维曲面的二维展平。因为三维扫描输入可以确保输入数据是一个一个三维环的方式,这为我们使用曲线放样方式建立三维鞋楦曲面提供技术基础和可能性。所以,我们提出了基于细分曲面的鞋楦三维建模方法和二维展平方法,它能够很好的适用于鞋楦的设计和鞋样的生产,能够满足制鞋厂的实际工作需要。

## 2 系统整体结构

整个系统里面,核心的部分是三维曲面建模部分,曲面展平部分,快速排料部分。其中二维样片的排料部分我们已经实现,主要需要解决针对三维鞋楦的特定三维曲面表示模式和自动展平算法。

我们的鞋楦设计分为两个主要的过程,样片曲线放样构造鞋楦曲面的数据输入过程,和细分曲面后的二维展开过程。如图 1 所示。

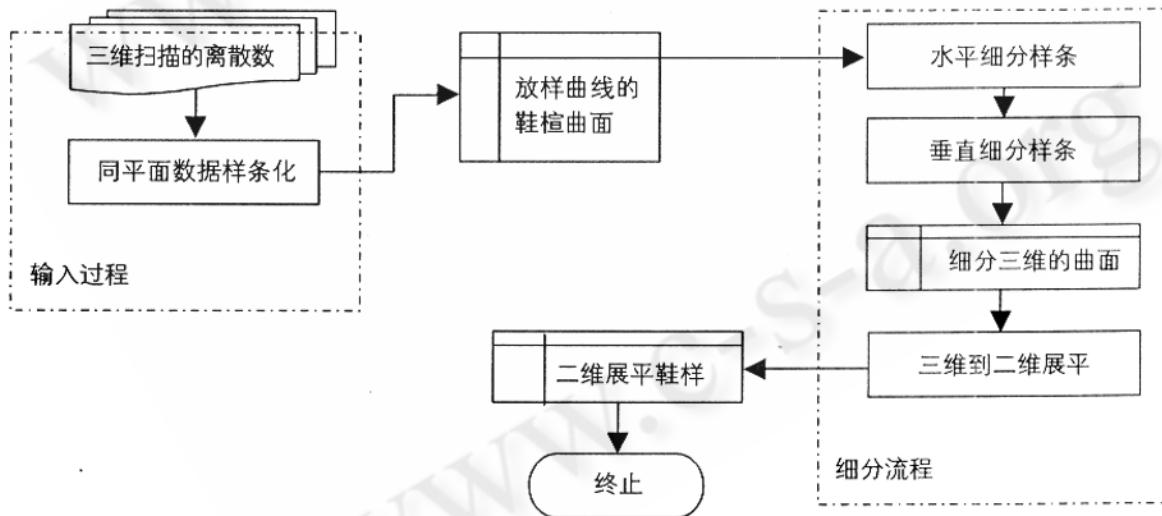


图 1 三维建模与展平流程

## 3 鞋楦三维建模

我们提出的三维建模方法能够很好的实现数据输入简单方便,三维鞋楦编辑与二维鞋样编辑方便,可以直观的从二维鞋样看到三维立体效果。如上图所示,该方法的主要思路是:采用基于放样曲线的曲面三维造型技术,即使用一组 B-Spline 曲线表示三维的鞋楦

曲面。然后,对每个 B-Spline 曲线进行等数目的水平细分。把水平细分后的曲线,组成垂直的一组 B-Spline 曲线,再对垂直的曲线进行等数目的垂直细分。垂直细分结束后,就可以形成细分的三维曲面。由于这个细分曲面是很多三维四边形组合成的曲面,很容易就可以进行三维到二维的展平。最后当展平结束后,我们可以建立起来三维到二维的对应关系。因为三维扫描输入可以确保输入数据是一个三维环的方式,这为我们使用曲线放样方式建立三维鞋楦曲面提供技术基础和可能性。

### 3.1 放样曲线的鞋楦曲面表示

B-Spline 样条曲线的三维控制点由集合  $P = \{P_k | k = [1..n]\}$  确定。则在  $P_k$  处的方程为公式 1:

$$S^k(x, y, z) = A_k * t^3 + B_k * t^2 + C_k * t + D, 0 \leq t(x, y, z) < P_{k+1} - P_k$$

为了将来三维和二维展平使用同样的方程,在这个表示中,和一般的 B-Spline 只考虑二维  $\langle x, y \rangle$  不同,同时考虑三维的点  $\langle x, y, z \rangle$ 。

所以  $S^k$  是有  $x, y, z$  三个不同的方式。因为这三个方式是类似的,以下的讨论中,只给出  $x$  方向的公式。

由于三维手动数字化仪可以很好的控制同一个平面上

的点进行三维输入。用户先确定一个特定的高度后,使用数字化仪沿着物理的三维鞋楦的在同一高度轮廓选择一些特征点进行描绘,这样把这个相同高度的数据点集合输入到系统中了。

对输入的离散的点进行 B-Spline 插值,变化为光滑的曲线。图 2 是导入的四个平面点的进行样条化后的图形。需要注意的是在输入数据中,每一个高度的

第一个点,可以组成一条曲线,称为脊曲线。其他在一个平面内的曲线,称为面-曲线。

### 3.2 细分曲面

在细分曲面的时候,假定细分度为  $m$ ,表示把一个面曲线分为  $m$  段小的直线;和前面相同,  $n$  表示控制点的个数;  $q$  表示总共面曲线的个数。

#### 3.2.1 面曲线的水平细分

特定面曲线,所有点的高度都是相同的。采用如下的细分公式。

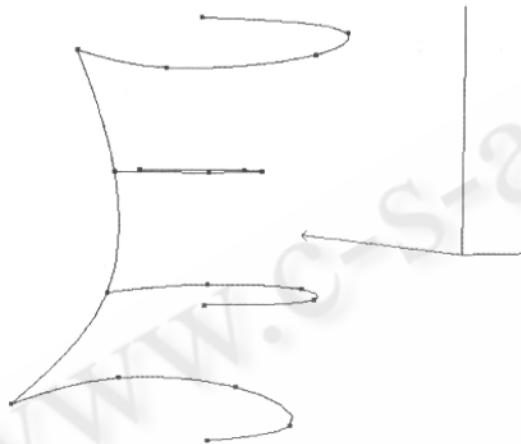


图 2 输入三维离散的点

首先定义  $F_k$  表示  $S^k$  段样条曲线应当分为小段数,让

$$F_k = \begin{cases} m/n & (k < n-1) \\ m/n + m \% n & (k = n-1) \end{cases} \quad (\text{公式 } 2)$$

则公式 1 采用离散的方法表示为公式 3:

$S^k = \{ S_i^k = A^k * (L * i)^3 + B^k * (L * i)^2 + C^k * (L * i) + D^k, L = (P_{k+1} - P_k) / F^k, i = [1..F^k] \}$  在这种表示下,每个平面的 B-Spline 曲线上都有  $m$  个离散点,则这  $m$  个离散的点中包括了所有原来样条曲线的断点(控制点)。这样表示的优点是用户控制比较方便和直观。

#### 3.2.2 脊曲线的垂直细分

对脊曲线也同样使用公式 3 进行细分,让脊曲线也离散化为  $m$  个段的直线段。

#### 3.2.3 曲面的网格细分化

当把所有  $g$  个的面曲线都进行细分后,可以得到  $g$  个都由  $m$  个短线段表示的曲线。现在定义  $m$  个垂直 B-Spline 曲线,其中每个曲线有  $g$  个控制点。称  $m$  个样条曲线组成网格  $G$  的控制曲线组。如公式 4 说明

的一样, $G$  中第  $k$  条曲线是从细分后的  $g$  个输入样条线中取第  $k$  个段线段的开始点构成的。

$$G^k = \{ G_i^k = S_i^k, k = [1..m], i = [1..g] \} \quad (\text{公式 } 4)$$

下面,再对网格  $G$  中的每条曲线进行 B-Spline 插值,这个  $G^i$  这只有  $g$  个控制点的曲线,也变成了  $m$  个小线段组成的曲线。图 3 是图 2 进行网格细分后的图形。

当把输入的点进行网格化后,形成了  $m$  条,每条由  $m$  段小直线组合的网格。可以形成  $(m-1) * (m-1)$  个面  $F$  组合三维鞋楦曲面。其中每个面由四个小线段组成。图 4 是图 3 进行曲面显示。

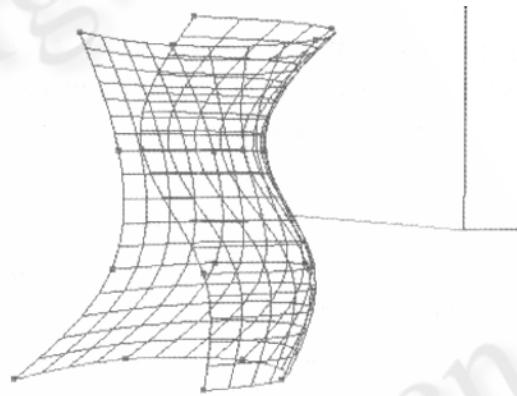


图 3  $m=20$  网格曲线图

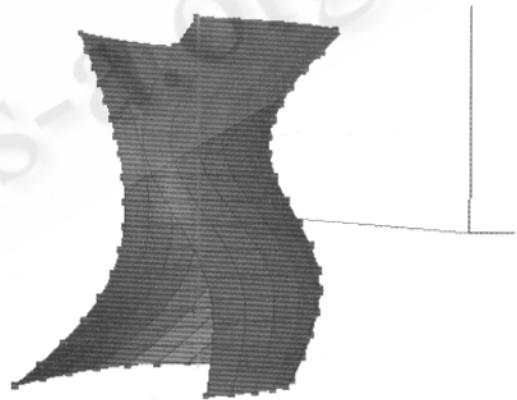


图 4  $m=20$  细分曲面图

$$F = \{ F_i^k = \{ F_{i+1}^k \rightarrow F_{i+1}^{k+1} \rightarrow F_{i+1}^{k+2} \rightarrow F_i^{k+1} \rightarrow F_i^k \}, k = [1..m-1], i = [1..m-1] \} \quad (\text{公式 } 5)$$

## 4 三维鞋楦曲面的展平

在公式 5 中,把整个鞋楦曲面表示为  $F = (m-1) * (m-1)$  个大的四边形面,下面需要把这些小的三维空

间的四边形面，展平到一个二维平面上。由于展平面只需要和原曲面在形状和大小上只是相似而不必要完全相等。但是为了展平的效果好，应当确保展平前和展平后，小线段的长度和关系保持不变。

事实上展平是根据  $g$  条三维面曲线进行。

定义展平三维曲线  $L_3$  曲线为  $L_2$ ,  $L_3$  其中每条线都由  $m$  个小线段组成，则展平公式为：

$$l^2(x, y) = \{ l_i^2 = \sum_{i=1}^m |l_{i+1}^3 - l_i^3|, i = [1..m-1] \} \quad (1)$$

$|l_{i+1}^3 - l_i^3|$  表示线段的长度）（公式 6）

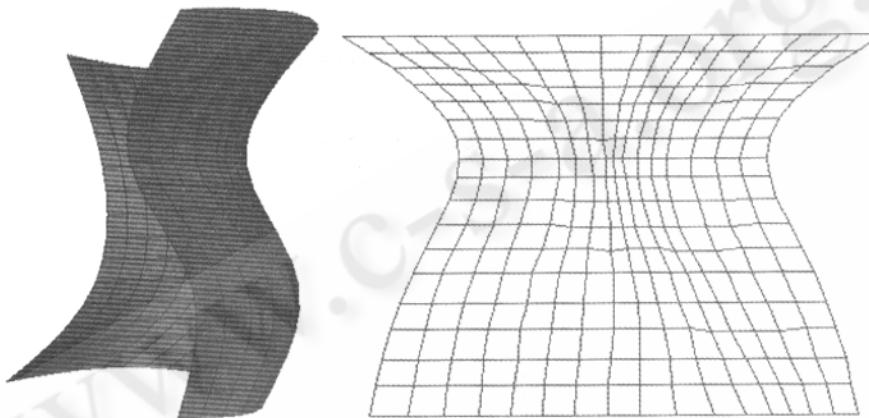


图 5 二维展平后的效果图

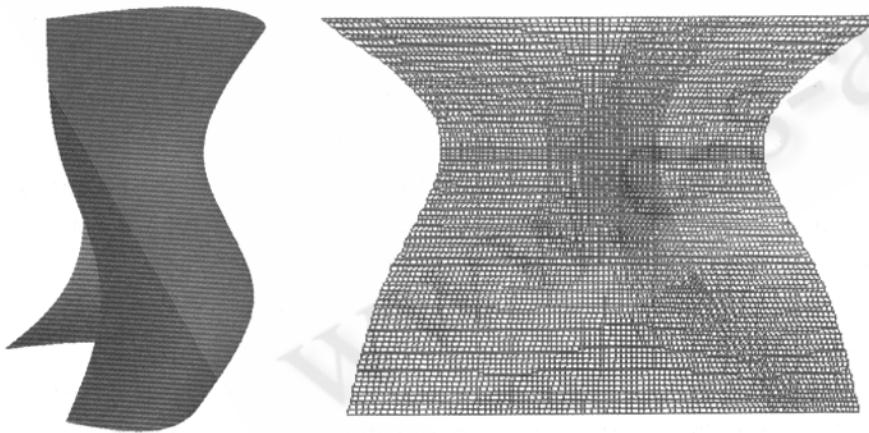


图 6  $m=100$  三维曲面造型和二维展平后的效果图

需要注意的是对于所有  $g$  条面曲线，只进行  $x$  方向的展平，而对脊曲线，只进行  $y$  方向的二维展平。同时展平后，需要把二维曲线的中心点进行调整。

设三维脊线展平的二维曲线是  $J$ 。利用公式 6，把  $g$  条面曲线展平为条二维曲线称为  $q$  集合，那么则有

公式 7：

$$q^k(x) = \{ q_i^k = \sum_{i=1}^m |S_{i+1}^l - S_i^l|, i = [1..m-1] \}$$

$$q^k(y) = J_k$$

通过公式 7，把  $g$  条三维的面曲线，展平转换为  $g$  条二维的面曲线集合  $q$ 。对待  $q$  二维线集合，使用和《2.3 曲面的网格细分化》一样的方法，可以转换为二维的细分曲面。图 5 是图 4 在二维展平后的效果图。图 6 是在  $m=100$  的时候，对图 2 的数据进行三维曲面造型和曲面展开的效果图。

## 5 总结

我们提出了一种基于曲面细分的鞋楦三维设计和二维曲面展平方法。该设计使得鞋楦二维到三维和三维到二维的转换得到统一实现。在 OpenGL 平台上实现并给出了转换的直观效果，验证了该设计的可实施性。

## 参考文献

- 高成英、刘宁、罗笑南，基于细分曲面的三维服装柔性实体模拟，*计算机研究与发展*, 2004, 41(3).
- 郭真祥、陈立功，系列螺浆几何模型表示方法之研究，*国立台湾大学「台大工程」学刊*, 2002, 86.
- 彭群生、胡国飞，三角网格的参数化，*计算机辅助设计与图形学学报*, 2004, 16(6).
- 王建民、由芳、罗笑南，六面体插值体细分方法研究与应用，*计算机研究与发展*, 2004, 41(9).
- 李文燕、步月宾、罗逸苇，鞋的舒适度性评价的个体研究，*浙江工贸职业技术学院学报*, 2005, 5(4).
- 李儒琼、李光布、王宇晗，类螺旋特征测点数据的闭曲面建模方法研究，*机械设计与研究*, 2006, 22(3).