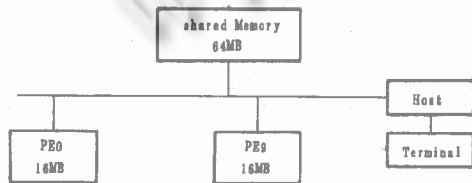


# 江南Ⅲ型并行机上的并程序序设计试验

迟学斌 (中国科学院计算中心)

## 1. 引言

江南Ⅲ型并行机是江南计算所与中科院计算所最近协作推出的一个具有局部内存和共享主存的多机系统, 它的每个处理单元由 Intel 公司的 i860 组成。目前有十个处理单元, 每个处理机上有 16MB 的内存。该机的共享主存有 64MB。从存储量上来看, 是求解大规模问题的理想机器。该系统还在不断完善中。今后将增加的有 FORTRAN 语言的直接并行实现、进程之间的同步控制等一些方便用户的软件工具。江南Ⅲ并行机结构图如下:



由于江南Ⅲ并行机是一个具有局部内存和共享主存的并行计算机, 算法设计要结合这一特点, 设计出适合该机执行的并行算法。我们给出的是并行计算矩阵乘积和并行求解线性方程组的两个方法。从计算结果来看, 其并行效率极高。下面对这两个算法作详细的阐述。

## 2. 并行矩阵乘法

矩阵乘法是科学和工程计算中经常遇到的计算问题, 设其为  $C=A * B$ , 假设处理机的个数为  $P$ , 处理机用  $P[i] (i=0, \dots, p-1)$  来表示。为适合并行计算, 矩阵的分块方式如下:

$$A = \begin{bmatrix} A[0] \\ \dots \\ A[p-1] \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} B[0], \dots, B[p-1] \end{bmatrix}$$

这里矩阵  $A$  按行分块,  $B$  按列分块,  $A[i]$ 、 $B[i]$  存放在处理机  $P[i]$  中。设块矩阵乘的函数为  $MMM()$ , 把  $P[i]$  中的  $B$  送到  $P[(i+1) \bmod p]$  中的函数记为  $COMM()$ , 则用 C 语言描述的算法如下:

算法(1)

```
for (i=0; i<p; i++){
    MMM();
    if (i!=p-1)
        COMM();}
```

算法(1)是每个处理机都执行的部分。它是完全并行的算法。如果算速度为  $4.06MFLOPS$ , 计算结果为:

矩阵乘法的执行时间(秒)

Size	p=1	p=2	p=4	p=8
200	4.945	3.545	3.840	6.531
400	32.689	17.621	11.033	10.315
800	254.182	127.979	66.944	40.019
1000	492.473	247.523	127.223	71.766
1600	N.A.	N.A.	506.677	269.051
2000	N.A.	N.A.	986.581	513.057
3200	N.A.	N.A.	N.A.	2054.890

为了看出算法的效率, 定义加速比  $S$  如下:

$$S = \text{单机运算速度} / \text{多机运算速度}$$

对单机不能求解的问题, 以其单机实测最好速度  $4.06MFLOPS$  为准。

矩阵乘法的加速比

Size	p=1	p=2	p=4	p=8
200	1.000	1.395	1.288	0.757
400	1.000	1.855	2.963	3.169
800	1.000	1.986	3.797	6.352
1000	1.000	1.990	3.872	6.864
1600	N.A.	N.A.	3.982	7.499
2000	N.A.	N.A.	3.994	7.681
3200	N.A.	N.A.	N.A.	7.855

由此可见, 并行效率高达 95% 以上。

### 3. 并行求解线性系统

考虑求解稠密的线性方程组  $Ax=b$ 。矩阵  $A$  在处理机中按行卷帘方式存放, 即,  $A[i]$  存放在  $P[i \bmod p]$  中,

$b$  存放在共享主存中。首先给出并行 LU 分解算法。设计算分解因子函数为  $Factor()$ , 做秩-1 修正函数为  $Modify()$ 。在处理机  $P[myid]$  上的 LU 分解算法用 C 语言描述如下

算法(2)

```
for (i=0; i<n; i++) {
    id=i mod p;
    if (id == myid)
        Factor();
    WaitFactor();
    Modify();}
```

在算法(2)中, 计算分解因子部分是单机完成的, 大量的修正工作是并行执行的。在求解三角系统时, 其工作是修正右端项算法简单(故略)。计算结果如下:

求解线性方程组的执行时间(秒)

Size	p=1	p=2	p=4	p=8
200	2.363	2.246	3.157	5.654
400	12.052	7.144	5.677	7.089
800	87.064	44.916	24.811	17.064
1000	167.579	85.352	45.250	27.602
1600	678.158	341.557	174.320	93.892
2000	N.A.	663.196	335.981	176.160
3200	N.A.	N.A.	1363.161	696.337
4000	N.A.	N.A.	N.A.	1350.490

其单机实测最好速度为  $4.03MFLOPS$ , 加速比如下:

求解线性方程组的加速比

Size	p=1	p=2	p=4	p=8
200	1.000	1.052	0.748	0.418
400	1.000	1.687	2.123	1.700
800	1.000	1.938	3.509	5.102
1000	1.000	1.963	3.703	6.071
1600	1.000	1.985	3.890	7.223
2000	N.A.	1.996	3.939	7.513
3200	N.A.	N.A.	3.977	7.785
4000	N.A.	N.A.	N.A.	7.840

由此可见, 其并行效率极高。因此, 在该机上执行并行算法可取得很好的效果。