计算机系统应用 ISSN 1003-3254, CODEN CSAOBN
Computer Systems & Applications,2017,26(11):277−281 [doi: 10.15888/j.cnki.csa.006076]

E-mail: csa@iscas.ac.cn
http://www.c-s-a.org.cn
Tel: +86-10-62661041

基于粗糙集的直觉模糊 TOPSIS 多属性决策方法①

刘文清, 王应明

(福州大学 决策科学研究所, 福州 350108)

摘　要: 针对属性值为直觉模糊信息且属性权重完全未知的多属性决策问题, 提出了一种基于粗糙集的直觉模糊 TOPSIS 多属性决策方法. 首先给出了直觉模糊信息的正、负理想点的求法, 根据属性值与理想点的贴近度和给定的阈值求得判断矩阵, 再根据判断矩阵对属性约简, 确定各属性的权重, 最后依据 TOPSIS 思想计算各方案与理想点的加权贴近度, 得到方案的排序, 并通过算例的分析比较验证了此方法的有效性.

关键词: 直觉模糊集; 粗糙集; TOPSIS; 多属性决策

引用格式: 刘文清,王应明.基于粗糙集的直觉模糊 TOPSIS 多属性决策方法.计算机系统应用,2017,26(11):277–281. http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/6076.html

Multiple Attribute Decision Making Method of Intuitionistic Fuzzy TOPSIS Based on Rough Sets

LIU Wen-Qing, WANG Ying-Ming

(Decision Science Institute, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China)

Abstract: Aiming at the problem of multiple attribute decision making with attribute values as intuitionistic fuzzy information and unknown attribute weights, a multiple attribute decision making method of intuitionistic fuzzy TOPSIS based on rough sets is proposed. Firstly, the positive and negative ideal points of the intuitionistic fuzzy information are given. The discernibility matrix is obtained according to the given threshold and the similarity degree between attribute values and the ideal points. Then, the attribute reduction is operated and the weight of attribute is determined by the discernibility matrix. Finally, according to the TOPSIS idea, the weighted similarity degree between each alternative and the ideal point is calculated. And the order of the alternatives is obtained. The validity of the method is verified with an example.

Key words: intuitionistic fuzzy sets; rough sets; TOPSIS; multiple attribute decision making

多属性决策作为决策理论中最重要的内容之一, 在社会中的经济、管理等问题上有着广泛的应用, 如公司并购的选择、供应链战略伙伴的选择等. 随着多属性决策问题的深入研究, 决策问题由于自身或者其他原因往往存在着很大模糊性和不确定性, 传统的多属性决策方法已经不能很好地解决模糊多属性决策问题. 为了描述和处理这类模糊现象, Zadeh 提出了模糊集理论[1], 模糊多属性决策也成为了决策领域中的热点问题之一. 为了更好地描述带有模糊性的决策问题, 多种拓展的模糊集概念被提出. 直觉模糊集[2](Intuitionistic Fuzzy Sets, IFS) 作为模糊集的重要拓展, 由隶属度、非隶属度和未知度 (犹豫度) 三方面组成, 因此在描述和处理模糊性和不确定性上有着更大的优势和灵活性. 在实际的决策问题中, 模糊和不确定性很大程度是由于决策主体人的存在, 所以有着极大的模糊和不确定性. 而 IFS 在模拟人类的决策过程和反映人的主观信息上更加准确[2]. 于是大量学者对直觉模糊多属性决策展开研究, 并取得了大量研究成果.

① 基金项目: 国家自然科学基金 (71501047)
收稿时间: 2017-03-01; 修改时间: 2017-03-23; 采用时间: 2017-03-27

Xu 针对直觉模糊信息集结的问题提出了直觉模糊加权几何 (IFWG) 算子和直觉模糊加权算术 (IFWA) 算子[3,4]. IFWG 和 IFWA 算子被广泛的应用在直觉模糊环境下的多属性决策问题上[5-7]. He 等[8]提出了直觉模糊加权几何交叉平均 (IFWGIA) 算子, 克服了 IFWG 算子遇到隶属度为 0 时所得结果不合理的不足. Ouyang 和 Pedrycz[9]提出了改进的 IFWA 算子, 可以克服 IFWA 算子在遇到非隶属度为 0 时集结结果不合理的不足, 并提出了词典编纂序的直觉模糊数排序方法. Chen 等[10]提出了利用证据推理算法来集结直觉模糊信息, 并应用于直觉模糊多属性群决策中. 以上关于直觉模糊多属性决策的研究都是假设属性权重已知且都是直接由专家根据经验给出, 然而实际决策时属性权重往往未知.

粗糙集理论[11]由 Pawlak 于 1982 年提出, 是一种能够处理不确定性的数学工具, 其优势是不需要所提供问题的数据集合之外的任何先验信息, 因此对问题的不确定性处理非常客观, 并成功地应用在决策分析、数据挖掘与模式识别等领域. 粗糙集理论在属性约简和属性权重的确定上已经取得了不少成果[12-15]. 本文针对属性值为直觉模糊信息且属性权重完全未知的多属性决策问题, 鉴于粗糙集理论与直觉模糊集理论之间的互补性, 提出了基于粗糙集的直觉模糊 TOPSIS 多属性决策方法. 该方法将粗糙集理论与 TOPSIS 相结合, 提出了新的属性权重确定方法, 先给出了直觉模糊数的理想点, 再通过属性值与理想点之间的贴近度大小进行属性的约简和属性权重的确定, 最后计算各方案的加权贴近度大小对方案进行排序.

1 粗糙集基本理论

粗糙集理论为了对知识进行表达, 采用了一种基于信息系统的表达形式.

定义 1[16]. 设(X,A,V,f)为一个信息系统, 其中 X 为非空的有限对象集, 即:

$$X=\{x_1,x_2,\ldots,x_l\}$$

X 中每个元素 $x_i(i\le l)$ 成为一个对象. A 为非空的有限属性集, 即:

$$A=\{A_1,A_2,\ldots,A_n\}$$

A 中每个元素 $A_j(j\le n)$ 成为一个属性. f 为 X 与 A 之间的关系集, 是信息函数, 即:

$$f:X\times A\to V$$

V 为属性值值域.

设 $[x]_B^R=\{y\in X|(f(x,b),f(y,b))\in R,\forall b\in B\}$, 则 R 是 V 上的一个等价关系. 令$R_B=\left\{[x]_B^R:x\in X\right\}$, 则 R_B 为 X 中所有等价类的集合.

设$B\subseteq A$, 则集合 X 关于 B 的下近似集和上近似集为:

$$\underline{R}(X)=\left\{x\in X:[x]_B^R\subseteq X\right\}$$
$$\overline{R}(X)=\left\{x\in X:[x]_B^R\cap X\ne\emptyset\right\}$$

由下近似集可以定义 X 关于 B 的近似质量为:

$$r_B(X)=\frac{\left|\underline{R}(X)\right|}{|X|}$$

表示应用关系 R 能正确分类的对象的百分比.

设 (X,A,V,f) 为一个信息系统, $A_j\in A$, 若 $R_A=R_{A-\{A_j\}}$, 则称属性 A_j 在属性集 A 中是冗余的, 否则称属性 A_j 在属性集 A 中是必要的. 去除冗余属性的过程被称为属性约简. 属性集 A 的约简有可能多个, A 中所有必要属性组成的集合称为属性集 A 的核, 记为$core(A)$[15].

2 直觉模糊集相关知识

定义 2[17]. 设 C 为论域 E 上的一个直觉模糊集, 则 C 定义为如下形式:

$$C=\{\langle x,\mu_C(x),v_C(x)\rangle|x\in E\}$$

其中, $\mu_C(x)$为元素$x\in E$属于 C 的隶属度, $v_C(x)$为元素$x\in E$属于 C 的非隶属度, 并且满足以下条件:

$$\mu_C:E\to[0,1]$$
$$v_C:E\to[0,1]$$
$$0\le\mu_C(x)+v_C(x)\le 1$$

显然, 直觉模糊集作为模糊集的一般化, 每个传统模糊集都可以写成如下形式:

$$\{\langle x,\mu_C(x),1-\mu_C(x)\rangle|x\in E\}$$

定义 3[17].对任意的元素$x\in E$有$\pi_C(x)=1-\mu_C(x)-v_C(x)$, 称为元素 x 为直觉模糊集 C 的犹豫度或未知度. 显然, 对传统模糊集来说, 对任意的元素$x\in E$都有$\pi_C(x)=0$.

E 中的元素 x 属于 C 的隶属度与非隶属度所构成的有序对$\langle\mu_C(x),v_C(x)\rangle$称为直觉模糊数[18], 其未知度$\pi_C(x)=1-\mu_C(x)-v_C(x)$.

定义 4[19]. 设有$C_1=\left\{\left\langle x_i,\mu_{C_1}(x_i),v_{C_1}(x_i)\right\rangle|x_i\in E\right\}$和$C_2=\left\{\left\langle x_i,\mu_{C_2}(x_i),v_{C_2}(x_i)\right\rangle|x_i\in E\right\}$两个在论域 E 上的直觉模糊集, $E=\{x_1,x_2,\ldots,x_l\}$, 则直觉模糊集 C_1, C_2 之间的距离定义为:

$$d(C_1,C_2)=\sqrt{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{l}\left[\left(\mu_{C_1}(x_i)-\mu_{C_2}(x_i)\right)^2+\left(\nu_{C_1}(x_i)-\nu_{C_2}(x_i)\right)^2+\left(\pi_{C_1}(x_i)-\pi_{C_2}(x_i)\right)^2\right]}$$

其中，未知度 $\pi_{C_1}(x_i)=1-\mu_{C_1}(x_i)-\nu_{C_1}(x_i)$，$\pi_{C_2}(x_i)=1-\mu_{C_2}(x_i)-\nu_{C_2}(x_i)$.

3 基于粗糙集的直觉模糊多属性决策方法

3.1 问题描述

设一个直觉模糊多属性决策问题有 l 个备选方案和 n 个评价属性, $X=\{x_1,\dots,x_i,\dots,x_l\}$表示方案集, 令 $L=\{1,2,\dots,l\}$; $A=\{A_1,\dots,A_j,\dots,A_n\}$表示为属性集, 令 $N=\{1,2,\dots,n\}$; $W=\{\omega_1,\dots,\omega_j,\dots,\omega_n\}$为对应属性权重, 完全未知且满足$0\le\omega_j\le 1$, $\sum_{j=1}^{n}\omega_j=1$. 方案 x_i 在属性 A_j 下的直觉模糊评价值为$\alpha_{ij}=\langle\mu_j(x_i),\nu_j(x_i)\rangle$, 则有直觉模糊决策矩阵 $(\alpha_{ij})_{l\times n}$. 设$f(x_i,A_j)=\alpha_{ij}$, $V=\{\alpha_{ij}:i\in L,j\in N\}$, 从而有信息系统 (X, A, V, f).

3.2 基于粗糙集和 TOPSIS 的决策方法

Step1. 确定属性 A_j 下的正负理想点α_j^+和α_j^-, 有:

$$\alpha_j^+=\langle\mu_j^+,\nu_j^+\rangle=\langle\max(\mu_j(x_i)),\min(\nu_j(x_i))\rangle, i\in L \quad (1)$$

$$\alpha_j^-=\langle\mu_j^-,\nu_j^-\rangle=\langle\min(\mu_j(x_i)),\max(\nu_j(x_i))\rangle, i\in L \quad (2)$$

Step2. 求出方案 x_i 在属性 A_j 下的属性值 α_{ij} 分别到正负理想点的距离, 即:

$$d_{ij}^+=d(\alpha_{ij},\alpha_j^+)=\sqrt{\frac{1}{2}\left[\left(\mu_j(x_i)-\mu_j^+\right)^2+\left(\nu_j(x_i)-\nu_j^+\right)^2+\left(\pi_j(x_i)-\pi_j^+\right)^2\right]} \quad (3)$$

$$d_{ij}^-=d(\alpha_{ij},\alpha_j^-)=\sqrt{\frac{1}{2}\left[\left(\mu_j(x_i)-\mu_j^-\right)^2+\left(\nu_j(x_i)-\nu_j^-\right)^2+\left(\pi_j(x_i)-\pi_j^-\right)^2\right]} \quad (4)$$

其中 $\pi_j(x_i)=1-\mu_j(x_i)-\nu_j(x_i)$, $\pi_j^+=1-\mu_j^+-\nu_j^+$, $\pi_j^-=1-\mu_j^--\nu_j^-$.

Step3. 计算方案 x_i 在属性 A_j 下的属性值 α_{ij} 对理想点的贴近度, 有:

$$t_{ij}=\frac{d_{ij}^-}{d_{ij}^-+d_{ij}^+} \quad (5)$$

Step4. 确定属性 A_j 的权重 ω_j.

根据实际情况, 设定阈值 λ, 构造判断矩阵 $M=(m_{ij})_{l\times n}$, 其中,

$$m_{ij}=\begin{cases}1, & t_{ij}\ge\lambda\\ 0 & t_{ij}<\lambda\end{cases} \quad (6)$$

在信息系统(X,A,V,f)中建立关于属性集$B\subseteq A$的等价关系 R_B, 使任意$x_i\in X$有关于集合 B 的等价类$[x_i]_B^R=\{x_k:m_{kj}=m_{ij},\forall A_j\in B\}$. 所有等价类的集合仍记为$R_B=\{[x_i]_B^R:i\in L\}$.

X 关于 B 的下近似集定义为:

$$\underline{X}=\{x_i:[x_i]_B^R\subseteq[x_i]_A^R,i\in L\},$$

则近似质量为:

$$r_B(X)=\frac{|\underline{X}|}{|X|}.$$

属性约简是在保证分类不变的情况下去除冗余属性. 因为$r_A(X)=1$, 若存在$k\in N$, 使$r_{A-\{A_k\}}(X)=1$, 则说明 A_k 是冗余属性. 属性的核由所有非冗余属性组成, 记为$core(A)$. 对任意的非冗余属性$A_j\in core(A)$, 其权重有:

$$\omega_j=\frac{1-r_{core(A)-\{A_j\}}(X)}{\sum_{A_j\in core(A)}\left[1-r_{core(A)-\{A_j\}}(X)\right]} \quad (7)$$

因此有:

(1) $\omega_k=0, A_k\in A-core(A)$;

(2) $0\le\omega_j\le 1$,且 $\sum_{A_j\in core(A)}\omega_j=1$.

Step5. 计算各方案的加权贴近度 T_i:

$$T_i=\frac{\sum_{A_j\in core(A)}\omega_j d_{ij}^-}{\sum_{A_j\in core(A)}\omega_j d_{ij}^-+\sum_{A_j\in core(A)}\omega_j d_{ij}^+} \quad (8)$$

根据加权贴近度 T_i 的大小对方案进行排序, T_i 越大, 则对应的方案越优.

4 算例分析

为了方便比较, 本文采用文献[20]的算例. 某高校某学院的老师准备竞选教授, 但只有一个名额, 共有 8 名候选人$X=\{x_1,x_2,\dots,x_8\}$符合晋升条件. 为了确定最佳候选人, 该学院评审组对 8 名候选人分别从 6 个方面$A=\{A_1,A_2,\dots,A_6\}$进行评价, 假设这 6 个方面都是效益型指标, 并将评价结果以直觉模糊信息的形式给出, 详见表 1.

表 1 8 名候选人的评价结果

候选人	评估指标					
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
x_1	$\langle 0.7,0.2\rangle$	$\langle 0.5,0.3\rangle$	$\langle 0.3,0.4\rangle$	$\langle 0.8,0.2\rangle$	$\langle 0.6,0.2\rangle$	$\langle 0.2,0.3\rangle$
x_2	$\langle 0.6,0.3\rangle$	$\langle 0.4,0.4\rangle$	$\langle 0.6,0.2\rangle$	$\langle 0.4,0.2\rangle$	$\langle 0.2,0.2\rangle$	$\langle 0.4,0.4\rangle$
x_3	$\langle 0.5,0.1\rangle$	$\langle 0.2,0.5\rangle$	$\langle 0.4,0.6\rangle$	$\langle 0.6,0.2\rangle$	$\langle 0.6,0.2\rangle$	$\langle 0.3,0.4\rangle$
x_4	$\langle 0.8,0.2\rangle$	$\langle 0.7,0.2\rangle$	$\langle 0.5,0.3\rangle$	$\langle 0.5,0.3\rangle$	$\langle 0.3,0.5\rangle$	$\langle 0.4,0.2\rangle$
x_5	$\langle 0.8,0.2\rangle$	$\langle 0.6,0.2\rangle$	$\langle 0.4,0.3\rangle$	$\langle 0.7,0.1\rangle$	$\langle 0.6,0.3\rangle$	$\langle 0.4,0.3\rangle$
x_6	$\langle 0.7,0.1\rangle$	$\langle 0.4,0.5\rangle$	$\langle 0.6,0.2\rangle$	$\langle 0.4,0.2\rangle$	$\langle 0.4,0.4\rangle$	$\langle 0.3,0.2\rangle$
x_7	$\langle 0.5,0.1\rangle$	$\langle 0.4,0.6\rangle$	$\langle 0.6,0.4\rangle$	$\langle 0.5,0.1\rangle$	$\langle 0.6,0.2\rangle$	$\langle 0.5,0.3\rangle$
x_8	$\langle 0.5,0.3\rangle$	$\langle 0.2,0.3\rangle$	$\langle 0.4,0.3\rangle$	$\langle 0.5,0.2\rangle$	$\langle 0.5,0.4\rangle$	$\langle 0.3,0.4\rangle$

首先确定正、负理想点, 用式 (1)-(2) 求得各属性下的正负理想点如下:

$$\begin{aligned}
&\alpha_1^+ = \langle 0.8,0.1\rangle,\ \alpha_1^- = \langle 0.5,0.3\rangle;\\
&\alpha_2^+ = \langle 0.7,0.2\rangle,\ \alpha_2^- = \langle 0.2,0.6\rangle;\\
&\alpha_3^+ = \langle 0.6,0.2\rangle,\ \alpha_3^- = \langle 0.3,0.6\rangle;\\
&\alpha_4^+ = \langle 0.8,0.1\rangle,\ \alpha_4^- = \langle 0.4,0.3\rangle;\\
&\alpha_5^+ = \langle 0.6,0.2\rangle,\ \alpha_5^- = \langle 0.2,0.5\rangle;\\
&\alpha_6^+ = \langle 0.5,0.2\rangle,\ \alpha_6^- = \langle 0.2,0.4\rangle.
\end{aligned}$$

分别用式 (3)-(4) 计算各候选人的每个属性值到对应属性正、负理想点的距离 d_{ij}^+、d_{ij}^-. 记 $D^+ = \left(d_{ij}^+\right)_{l\times n}$, $D^- = \left(d_{ij}^-\right)_{l\times n}$, 有:

$$D^+ = \begin{bmatrix}
0.1 & 0.1732 & 0.2646 & 0.1 & 0 & 0.2646\\
0.2 & 0.2646 & 0 & 0.3606 & 0.4 & 0.1732\\
0.3 & 0.4359 & 0.3464 & 0.1732 & 0 & 0.2\\
0.1 & 0 & 0.1 & 0.2646 & 0.3 & 0.1\\
0.1 & 0.1 & 0.1732 & 0.1 & 0.1 & 0.1\\
0.1 & 0.3 & 0 & 0.3606 & 0.2 & 0.2\\
0.3 & 0.3606 & 0.2 & 0.3 & 0 & 0.1\\
0.2646 & 0.4583 & 0.1732 & 0.2646 & 0.1732 & 0.2
\end{bmatrix}$$

$$D^- = \begin{bmatrix}
0.1732 & 0.3 & 0.2 & 0.3606 & 0.3606 & 0.1\\
0.1 & 0.2 & 0.3606 & 0.1 & 0.3 & 0.2\\
0.2 & 0.1 & 0.1 & 0.1732 & 0.3606 & 0.1\\
0.2646 & 0.4583 & 0.2646 & 0.1 & 0.1 & 0.2\\
0.2646 & 0.4 & 0.2646 & 0.2646 & 0.3464 & 0.1732\\
0.2 & 0.1732 & 0.3606 & 0.1 & 0.1732 & 0.1732\\
0.2 & 0.2 & 0.2646 & 0.1732 & 0.3606 & 0.2646\\
0 & 0.3 & 0.2646 & 0.1 & 0.2646 & 0.1
\end{bmatrix}$$

用式 (5) 求得各候选人的各属性值对理想点的贴近度 t_{ij}, 获得贴近度矩阵 $T = \left(t_{ij}\right)_{l\times n}$, 即:

$$T = \begin{bmatrix}
0.6340 & 0.6340 & 0.4305 & 0.7829 & 1 & 0.2743\\
0.3333 & 0.4305 & 1 & 0.2171 & 0.4286 & 0.5359\\
0.4 & 0.1866 & 0.2240 & 0.5 & 1 & 0.3333\\
0.7257 & 1 & 0.7257 & 0.2743 & 0.25 & 0.6667\\
0.7257 & 0.8 & 0.6044 & 0.7257 & 0.7760 & 0.6340\\
0.6667 & 0.3660 & 1 & 0.2171 & 0.4641 & 0.4641\\
0.4 & 0.3568 & 0.5695 & 0.3660 & 1 & 0.7257\\
0 & 0.3956 & 0.6044 & 0.2743 & 0.6044 & 0.3333
\end{bmatrix}$$

设定阈值 λ=0.6044, 根据式 (6) 构造判断矩阵 $M = \left(m_{ij}\right)_{l\times n}$, 如下:

$$M = \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0\\
1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0\\
0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0\\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\
1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0\\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0
\end{bmatrix}^T$$

因此有:

$$\begin{aligned}
&R_A = \{\{x_1\},\{x_2\},\{x_3\},\{x_4\},\{x_5\},\{x_6\},\{x_7\},\{x_8\}\}\\
&R_{A-\{A_1\}} = \{\{x_1\},\{x_2,x_6\},\{x_3\},\{x_4\},\{x_5\},\{x_7\},\{x_8\}\}\\
&R_{A-\{A_2\}} = \{\{x_1\},\{x_2\},\{x_3\},\{x_4\},\{x_5\},\{x_6\},\{x_7\},\{x_8\}\}\\
&R_{A-\{A_3\}} = \{\{x_1\},\{x_2,x_8\},\{x_3\},\{x_4\},\{x_5\},\{x_6\},\{x_7\}\}\\
&R_{A-\{A_4\}} = \{\{x_1\},\{x_2\},\{x_3\},\{x_4\},\{x_5\},\{x_6\},\{x_7\},\{x_8\}\}\\
&R_{A-\{A_5\}} = \{\{x_1\},\{x_2\},\{x_3,x_8\},\{x_4\},\{x_5\},\{x_6\},\{x_7\}\}\\
&R_{A-\{A_6\}} = \{\{x_1,x_5\},\{x_2\},\{x_3,x_7\},\{x_4\},\{x_6\},\{x_8\}\}\\
&R_{A-\{A_2,A_4,A_1\}} = \{\{x_1,x_3\},\{x_2,x_6\},\{x_4\},\{x_5,x_7\},\{x_8\}\}\\
&R_{A-\{A_2,A_4,A_3\}} = \{\{x_1\},\{x_2,x_8\},\{x_3\},\{x_4\},\{x_5\},\{x_6\},\{x_7\}\}\\
&R_{A-\{A_2,A_4,A_5\}} = \{\{x_1\},\{x_2\},\{x_3,x_8\},\{x_4\},\{x_5\},\{x_6\},\{x_7\}\}\\
&R_{A-\{A_2,A_4,A_6\}} = \{\{x_1,x_5\},\{x_2\},\{x_3,x_7\},\{x_4,x_6\},\{x_8\}\}
\end{aligned}$$

因为 $r_{A-\{A_2\}}(X) = 1$ 和 $r_{A-\{A_4\}}(X) = 1$, 所以 A_1, A_2 是冗余属性. 则属性权重 ω_2=0, ω_4=0, 属性集 A 的核为 $core(A) = \{A_1,A_3,A_5,A_6\}$, 并且有:

$$r_{core(A)-\{A_1\}}(X) = \frac{2}{8},\ r_{core(A)-\{A_3\}}(X) = \frac{6}{8},$$
$$r_{core(A)-\{A_5\}}(X) = \frac{6}{8},\ r_{core(A)-\{A_6\}}(X) = \frac{2}{8}.$$

由式 (7) 可得:

$$\omega_1 = \frac{1-2/8}{(1-2/8)+(1-6/8)+(1-6/8)+(1-2/8)} = \frac{3}{8}$$

同理可得$\omega_3 = \frac{1}{8}, \omega_5 = \frac{1}{8}, \omega_6 = \frac{3}{8}$.

最后由式 (8) 计算各候选人的加权贴近度 T_i, 有 T_1=0.5040, T_2=0.5067, T_3=0.4243, T_4=0.6375, T_5=0.6879, T_6=0.6005, T_7=0.5905, T_8=0.3227.

可得$T_5 > T_4 > T_6 > T_7 > T_2 > T_1 > T_3 > T_8$, 则候选人的排序结果为$x_5 > x_4 > x_6 > x_7 > x_2 > x_1 > x_3 > x_8$, 因此最佳候选人为 x_5. 文献[20]中的排序结果为 $x_5 > x_1 > x_4 > x_7 > x_6 > x_2 > x_8 > x_3$, 可以看出本文的排序结果与文献[20]中的排序结果并不完全相同. 一是由于权重确定的角度不同, 文献[20]中是以属性的总不确定信息最小建立优化模型从而分配权重大小, 而本文方法是从属性重要性的角度进行分析, 其权重确定准则是属性的重要性越大则属性权重越大, 这更符合决策的实际情况. 二是本文方法综合考虑了正、负理想点, 更加全面, 而文献[20]只考虑了正理想点. 但两种方法的最优候选人都是 x_5, 表明本文方法可以有效解决权重未知的直觉模糊多属性决策问题.

5 结论

针对属性值为直觉模糊信息且属性权重完全未知的多属性决策问题, 利用粗糙集可以处理模糊性和不确定性问题, 提出了基于粗糙集的直觉模糊 TOPSIS 多属性决策方法. 该方法用粗糙集理论的近似集理论和属性约简方法, 去除冗余的属性并确定非冗余属性的属性权重, 再依据 TOPSIS 的思想求得方案到理想点的加权贴近度来实现方案的排序. 算例结果验证了本文方法的有效性和可行性, 此方法亦适用于属性值为区间直觉模糊信息的多属性决策的权重确定.

参考文献

1 Zadeh LA. Fuzzy sets. Information and Control, 1965, 8(3): 338–353. [doi: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X]

2 Atanassov KT. Intuitionistic fuzzy sets. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87–96. [doi: 10.1016/S0165-0114(86)80034-3]

3 Xu ZS, Yager RR. Some geometric aggregation operators based on intuitionistic fuzzy sets. International Journal of General Systems, 2006, 35(4): 417–433. [doi: 10.1080/03081070600574353]

4 Xu ZS. Intuitionistic fuzzy aggregation operators. IEEE Trans. on Fuzzy Systems, 2007, 15(6): 1179–1187. [doi: 10.1109/TFUZZ.2006.890678]

5 Li DF. The GOWA operator based approach to multiattribute decision making using intuitionistic fuzzy sets. Mathematical and Computer Modelling, 2011, 53(5-6): 1182–1196. [doi: 10.1016/j.mcm.2010.11.088]

6 Yang W, Chen ZP. The quasi-arithmetic intuitionistic fuzzy OWA operators. Knowledge-Based Systems, 2012, (27): 219–233. [doi: 10.1016/j.knosys.2011.10.009]

7 Wang WZ, Liu XW. Intuitionistic fuzzy geometric aggregation operators based on einstein operations. International Journal of Intelligent Systems, 2011, 26(11): 1049–1075. [doi: 10.1002/int.v26.11]

8 He YD, Chen HY, Zhou LG, *et al*. Intuitionistic fuzzy geometric interaction averaging operators and their application to multi-criteria decision making. Information Sciences, 2014, 259: 142–159. [doi: 10.1016/j.ins.2013.08.018]

9 Ouyang Y, Pedrycz W. A new model for intuitionistic fuzzy multi-attributes decision making. European Journal of Operational Research, 2016, 249(2): 677–682. [doi: 10.1016/j.ejor.2015.08.043]

10 Chen SM, Cheng SH, Chiou CH. Fuzzy multiattribute group decision making based on intuitionistic fuzzy sets and evidential reasoning methodology. Information Fusion, 2016, 27: 215–227. [doi: 10.1016/j.inffus.2015.03.002]

11 Pawlak Z. Rough sets. International Journal of Parallel Programming, 1982, 11(5): 341–356.

12 孙斌, 王立杰. 基于粗糙集理论的权重确定方法研究. 计算机工程与应用, 2006, 42(29): 216–217. [doi: 10.3321/j.issn:1002-8331.2006.29.066]

13 鲍新中, 刘澄. 一种基于粗糙集的权重确定方法. 管理学报, 2009, 6(6): 729–732.

14 郑桂玲, 孙亮, 戚啸艳, 等. 基于粗糙集分类的群决策专家个体可信度权重确定方法. 模糊系统与数学, 2015, 29(1): 153–157.

15 蒋瑜. 基于集合枚举树的最小属性约简算法. 计算机工程与应用, 2013, 49(11): 101–104. [doi: 10.3778/j.issn.1002-8331.1111-0416]

16 Greco S, Matarazzo B, Slowinski R. Rough sets theory for multicriteria decision analysis. European Journal of Operational Research, 2001, 129(1): 1–47. [doi: 10.1016/S0377-2217(00)00167-3]

17 Atanassov KT. Intuitionistic Fuzzy Sets. Heidelberg: Physica-Verlag, 1999.

18 李鹏, 刘思峰, 方志耕. 基于灰色关联分析和 MYCIN 不确定因子的直觉模糊决策方法. 控制与决策, 2011, 26(11): 1680–1684.

19 Szmidt E, Kacprzyk J. Intuitionistic fuzzy sets in group decision making. Control and Cybernetics, 2002, 31(4): 1037–1053.

20 汪峰, 毛军军, 黄超. 基于熵和协相关度的直觉模糊多属性决策方法. 计算机应用, 2015, 35(12): 3456–3460, 3471. [doi: 10.11772/j.issn.1001-9081.2015.12.3456]