

基于高斯混合 PHD 滤波的多目标跟踪^①

董绵绵, 廖小云, 曹 凯, 郭宝亿

(西安工业大学 电子信息工程学院, 西安 710021)

摘 要: 多目标的跟踪的主要目的是通过一个存在关联不确定性、检测不确定性以及噪声和虚警的观测序列集, 联合估计目标数目和目标状态. 传统的多目标跟踪算法中的数据关联算法计算量大不易实现, 而基于随机集的 PHD 滤波算法可避免数据数据关联问题, 直接估计目标状态. 本文针对目前 PHD 递推算法难以获得闭和解的问题, 阐明了在目标运动模型和新生强度都是线性高斯模型的情况下, 每一时刻的后验强度都是高斯混合的. 进而推导出表示后验强度的高斯成分的均值, 方差和权值的递推方程. 由仿真结果可以看出在非线性高斯情况下, 本算法对多目标有良好的跟踪性能.

关键词: 多目标跟踪; 高斯混合 PHD 滤波; PHD 滤波; 衍生目标

Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density Filter for Multi-Target Tracking

DONG Mian-Mian, LIAO Xiao-Yun, CAO Kai, GUO Bao-Yi

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, China)

Abstract: The main purpose of the multiple target tracking is jointly estimating the number of targets and their states from a sequence of observation sets, which has the feature of association uncertainty, detection uncertainty, noise and false alarms. In the view of the data association of traditional multiple target tracking algorithm, the large amount of calculation is hard to achieve, while the PHD filter algorithm based on random sets can avoid the problems mentioned above and can estimate the status directly. At present, there is no closed form of solution for the PHD recursion algorithm. This work shows that when both the target dynamics and birth process are linear Gaussian models, the posterior intensity at any time step is a Gaussian mixture. Therefore, the recursive equation can be derived, which can represent the mean of the posterior intensity in terms of Gaussian components, variances and weights. It is demonstrated by simulation that this algorithm can track multiple targets well under non linear, Gaussian assumption.

Key words: multi-target tracking; Gaussian mixture model-probability hypothesis density filter; probability hypothesis density filter; spawning targets

随着各种先进传感器技术的飞速发展与日益完善, 多目标跟踪技术(Multi-target tracking, MTT)已经成为军事领域和民用领域中的重要技术之一, 在军事方面主要应用于弹道导弹防御、空中预警、空中攻击(多目标攻击)、海洋监视(水面舰只或潜艇)、战场监视(地面坦克或空中飞机), 在民用方面主要应用于空中交通管制等. 多目标跟踪过程中目标状态和目标个数目都是随时间变化, 对目标进行观测时有杂波产生, 观测源

存在不确定性. 因此, 如何实时有效地跟踪多个目标已经成为学术界和工程应用领域的研究热点和难点.

目前主要有两大类多目标跟踪方法: 基于数据关联的多目标跟踪方法和基于随机有限集理论的多目标跟踪方法. 基于数据关联的多目标跟踪方法一直以来被视为处理多目标跟踪问题的标准方法, 其主要包括量测数据的处理、目标模型和观测模型建立、状态估计和数据关联等^[1,2]. 实际工程应用中, 跟踪目标数目

^① 基金项目:陕西省工业科技攻关项目(2016GY-032)

收稿时间:2016-11-20;收到修改稿时间:2017-01-09 [doi:10.15888/j.cnki.csa.005892]

较多且随时间发生变化时,因此数据关联本身很复杂、计算量大.例如文献[3-7]提出的联合概率数据关联算法虽然是理论上的最优算法,但其计算复杂,且存在组合爆炸的问题.文献[8,9,15]提出的概率密度假设(PHD)算法是一种基于随机集理论的多目标跟踪算法,既避免了数据关联过程,又具有较严格的数学理论基础.基于随机有限集的多目标跟踪方法通过用随机有限集描述多目标状态集和传感器观测集,利用多目标 Bayes 滤波算法递推得到后验概率密度,从而估计目标数目和运动状态,成功避免了数据关联问题,将复杂的多目标状态空间的运算转化为单目标状态空间内的运算.

本文主要研究了概率密度假设(Probability Hypothesis Density, PHD)滤波及其实现算法,在高斯混合模型概率密度假设滤波(Gaussian Mixture Model-Probability Hypothesis Density, GMP-PHD)算法的基础上充分考虑了新生目标的两种可能情况:新生目标(自然产生的新目标)、衍生目标(由一个目标产生的一个新目标,如某一时刻飞机投下的物体即为衍生目标),提出了考虑目标衍生情况的 GMP-PHD 多目标跟踪算法.最后建立非线性高斯多目标运动模型,并且在 MATLAB 中对算法进行仿真,验证了算法的可行性.

1 PHD滤波

多目标贝叶斯滤波在当前时刻目标初始先验信息和传感器所获得的观测集合的已知的情况下,根据目标状态的先验信息预测概率密度和传感器的量测信息对预测环节中得到的预测概率密度进行修正更新获取后验概率密度,进而实现对多目标的状态和数目进行估计.由于多目标贝叶斯的递推过程中包含多重积分,一般情况下应用处理,常用多目标后验概率密度的一阶矩即为概率密度假设来代替多目标后验概率密度来进行计算.因此多目标估计问题用如下形式的 PHD 滤波器^[3]来描述,预测方程:

$$D_{k|k-1}(x) = \int p_{s,k}(\zeta) f_{k|k-1}(x|\zeta) D_{k-1}(\zeta) d\zeta + \int \beta_{k|k-1}(x|\zeta) D_{k-1}(\zeta) d\zeta + \gamma_k(x) \quad (1)$$

更新方程:

$$D_k(x) = [1 - p_{D,k}(x)] D_{k|k-1}(x) + \sum_{z \in Z_k} \frac{p_{D,k}(x) g_k(z|x) D_{k|k-1}(x)}{\kappa_k(z) \int p_{D,k}(\zeta) g_k(z|\zeta) D_{k|k-1}(\zeta) d\zeta} \quad (2)$$

上式中 $D_k(\cdot)$ 表示多目标随机集的 PHD, $D_{k|k-1}(\cdot)$ 表示预测 PHD, $\gamma_k(x)$ 表示目标新生强度, $\beta_{k|k-1}(x|\zeta)$ 表示目标衍生强度, $f_{k|k-1}(x_k|x_{k-1})$ 表示单目标状态转移概率密度, $p_{s,k}(\zeta)$ 表示目标存活概率. $\kappa_k(z)$ 表示杂波强度, $g_k(z|\zeta)$ 表示单传感器单目标似然函数, $p_{D,k}(x)$ 表示传感器检测概率.

2 PHD滤波算法的实现方式

由于方程(1)和(2)中仍存在积分与递归运算,所以没有解析形式的解,大多数情况下需要进行数值近似,于是先后有三种主要的实现方式被提出: P-PHD 滤波^[4]、GM-PHD 滤波^[5]和 GMP-PHD 滤波^[6].其中 P-PHD 滤波算法用蒙特卡罗法近似目标假设概率密度,可以解决非线性非高斯多目标跟踪问题,但是这种算法需要通过聚类运算(如 k-means、EM 等聚类方法)获得目标状态,这不仅导致目标状态估计不准确还增大了计算量. GM-PHD 滤波算法通过加权高斯混合来近似目标假设概率密度,不需要聚类运算,但只适用于线性高斯情况.而 GMP-PHD 滤波算法是在 GM-PHD 滤波算法的基础上结合蒙特卡罗法作出的改进算法,这种方法结合了 P-PHD 和 GM-PHD 的优点,避免了聚类算法,适用于高度非线性目标.图 1 给出了 PHD 滤波和三种实现算法之间的关系.

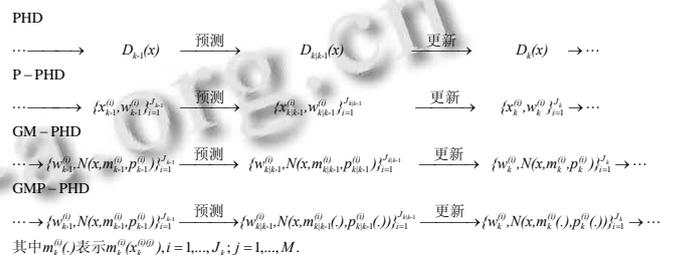


图 1 PHD 滤波和三种实现算法之间的关系

3 高斯混合粒子PHD滤波算法

高斯混合粒子概率假设密度滤波算法也是在高斯混合的框架下,但与 GM-PHD 不同的是目标的动态模型和观测模型可以是非线性的,也因此没有一个解析形式的解,所以需利用蒙特卡罗的方法进行积分的近似计算,不需要通过聚类来提取目标状态,也不再需要重采样,因此复杂性也降低.并且适用于高度非线性性的情况.

该算法结合高斯混合概率假设密度滤波和粒子概率假设密度滤波算法的优点,克服二者的缺点,是多

目标跟踪问题的更好的解决方法。

假定目标的动态模型和量测模型是非线性的，动态方程和量测方程如下^[6]：

$$f_{k|k-1}(x|\zeta) = N(x; \phi_{k-1}(\zeta), Q_{k-1}) \quad (3)$$

$$g_k(z|x) = N(z; h_k(x), R_k) \quad (4)$$

其中， $N(\bullet; m, p)$ 表示均值为 m ，方差为 p 的高斯分布。 ϕ_{k-1} 表示状态转移函数， Q_{k-1} 表示过程噪声协方差， h_k 表示观测函数， R_k 表示观测噪声协方差。

GMP-PHD 滤波预测：假设 $k-1$ 时刻后验密度为：

$$v_{k-1}(x) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \omega_{k-1}^{(i)} N(x; m_{k-1}^{(i)}, P_{k-1}^{(i)}) \quad (5)$$

新生强度为：

$$\gamma_k(x) = \sum_{i=1}^{J_{\gamma,k}} \omega_{\gamma,k}^{(i)} N(x; m_{\gamma,k}^{(i)}, P_{\gamma,k}^{(i)}) \quad (6)$$

则有 PHD 预测方程：

$$\begin{aligned} v_{k|k-1}(x) &= p_{S,k} \int N(x; \phi_{k-1}(\zeta), Q_{k-1}) \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \omega_{k-1}^{(i)} N(\zeta; m_{k-1}^{(i)}, P_{k-1}^{(i)}) d\zeta + \gamma_k(x) \\ &= p_{S,k} \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \omega_{k-1}^{(i)} \int N(x; \phi_{k-1}(\zeta), Q_{k-1}) N(\zeta; m_{k-1}^{(i)}, P_{k-1}^{(i)}) d\zeta \\ &\quad + \sum_{i=1}^{J_{\gamma,k}} \omega_{\gamma,k}^{(i)} N(x; m_{\gamma,k}^{(i)}, P_{\gamma,k}^{(i)}) \end{aligned} \quad (7)$$

因为 $f_{k|k-1}(x|\zeta)$ 是非线性的高斯转移密度，所以式(7)中的积分不再有一个解析的形式解，可以采用蒙特卡罗的方法近似该积分。

从 $N(\zeta; m_{k-1}^{(i)}, P_{k-1}^{(i)})$ ， $i=1, \dots, J_{k-1}$ 中采样 M 个粒子 $x_{k-1}^{(i)(j)}$ ， $j=1, \dots, M$ ，并通过转移密度 $f_{k|k-1}(\bullet|x_{k-1}^{(i)(j)})$ 计算 $x_{S,k}^{(i)(j)}$ ，上述积分可以近似为：

$$\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M f_{k|k-1}(x|x_{k-1}^{(i)(j)}) \quad (8)$$

从而，现存目标预测概率密度可以近似为：

$$v_{S,k|k-1}(x) = p_{S,k} \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \omega_{k-1}^{(i)} N(x; m_{S,k|k-1}^{(i)}, P_{S,k|k-1}^{(i)}) \quad (9)$$

$$\text{其中, } m_{S,k|k-1}^{(i)} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M x_{S,k|k-1}^{(i)(j)},$$

$$P_{S,k|k-1}^{(i)} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (m_{S,k|k-1}^{(i)} - x_{S,k|k-1}^{(i)(j)})(m_{S,k|k-1}^{(i)} - x_{S,k|k-1}^{(i)(j)})^T$$

GMP-PHD 滤波更新：假设 k 时刻的预测强度可以表示为：

$$v_{k|k-1}(x) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \omega_{k|k-1}^{(i)} N(x; m_{k|k-1}^{(i)}, P_{k|k-1}^{(i)}) \quad (10)$$

则有 PHD 更新方程：

$$v_k(x) = (1 - p_{D,k})v_{k|k-1} +$$

$$\sum_{z \in Z_k} \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \frac{p_{D,k} \omega_{k|k-1}^{(i)} N(z; h_k(x), R_k) N(x; m_{k|k-1}^{(i)}, P_{k|k-1}^{(i)})}{\kappa_k(z) + p_{D,k} \sum_{l=1}^{J_{k-1}} \omega_{k|k-1}^{(l)} W_k^{(l)}(z)} \quad (11)$$

其中， $W_k^{(i)}(z) = \int N(z; h_k(\xi), R_k) N(\xi; m_{k|k-1}^{(i)}, P_{k|k-1}^{(i)}) d\xi$ 。

由于状态转移函数是非线性的高斯混合形式无法得到有效的闭和解。对每个观测值和每个高斯分量进行重要性采样。对每一个 $z \in Z_k$ ，从重要性函数 $\pi_k^{(i)}(\bullet|Z_{1:k-1}, z)$ 采样 M 个粒子 $x_k^{(i)(j)}$ ， $j=1, \dots, M$ ，并计算样本粒子的权重：

$$\xi_k^{(i)(j)}(z) = \frac{N(z; h_k(x_k^{(i)(j)}), R_k) N(x_k^{(i)(j)}; m_{k|k-1}^{(i)}, P_{k|k-1}^{(i)})}{\pi_k^{(i)}(x_k^{(i)(j)} | Z_{1:k-1}, z)} \quad (12)$$

通常选 $\pi_k^{(i)}(x_k^{(i)(j)} | Z_{1:k-1}, z) = N(x_k^{(i)(j)}; m_{k|k-1}^{(i)}, P_{k|k-1}^{(i)})$ 为重要性函数，于是式(11)的积分可以表示为：

$$\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \xi_k^{(i)(j)}(z) \quad (13)$$

从而更新后的后验密度可以近似为：

$$v_k(x) = (1 - p_{D,k})v_{k|k-1}(x) + \sum_{z \in Z} \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \omega_k^{(i)}(z) N(x; m_k^{(i)}(z), P_k^{(i)}) \quad (14)$$

其中：

$$m_k^{(i)} = \frac{\sum_{j=1}^M \xi_k^{(i)(j)}(z_k) x_k^{(i)(j)}}{\sum_{j=1}^M \xi_k^{(i)(j)}(z_k)} \quad (15)$$

$$P_k^{(i)} = \frac{\sum_{j=1}^M \xi_k^{(i)(j)}(z_k) (m_k^{(i)} - x_k^{(i)(j)})(m_k^{(i)} - x_k^{(i)(j)})^T}{\sum_{j=1}^M \xi_k^{(i)(j)}(z_k)} \quad (16)$$

$$\omega_k^{(i)}(z) = \frac{p_{D,k} \omega_{k|k-1}^{(i)} \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \xi_k^{(i)(j)}(z)}{\kappa_k(z) + p_{D,k} \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \omega_{k|k-1}^{(i)} \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \xi_k^{(i)(j)}(z)} \quad (17)$$

修剪与合并：

对高斯分量进行如下处理：去除权值较小的合并距离相近的，从而获取目标的状态^[20]。

4 衍生目标预测概率密度

在多目标跟踪过程中，新目标可能自发产生，也

可能由上一时刻的目标衍生(例如,为 $k-1$ 时刻一艘航空母舰的状态,在 k 时刻航空母舰可能衍生出的战斗机即为 k 时刻的衍生目标).在文献[6]中为简化算法,没有考虑衍生目标的情况,这使得算法在跟踪有衍生目标产生的多目标时的跟踪结果不准确.因此,在 GMP-PHD 滤波算法的预测步加入衍生目标预测是有意义的.

设衍生目标强度为:

$$\beta_{k|k-1}(x|\zeta) = \sum_{i=1}^{J_{\beta,k}} \omega_{\beta,k}^i(x; \varphi_{k-1}^i(\zeta), Q_{k-1}^i) \quad (18)$$

衍生目标预测概率密度:

$$\begin{aligned} v_{\beta,k|k-1}(x) &= \int \beta_{k|k-1}(x|\zeta) v_{k-1}(\zeta) d\zeta \\ &= \int \sum_{j=1}^{J_{\beta,k}} \omega_{\beta,k}^j N(x; \varphi_{k-1}^j(\zeta), Q_{\beta,k-1}^j) \sum_{i=1}^{J_{\beta,k-1}} \omega_{k-1}^{(i)} N(\zeta; m_{k-1}^{(i)}, P_{k-1}^{(i)}) d\zeta \\ &= \sum_{j=1}^{J_{\beta,k}} \omega_{\beta,k}^j \sum_{l=1}^{J_{\beta,k-1}} \omega_{k-1}^{(l)} \int N(x; \varphi_{k-1}^j(\zeta), Q_{\beta,k-1}^j) N(\zeta; m_{k-1}^{(l)}, P_{k-1}^{(l)}) d\zeta \end{aligned} \quad (19)$$

因为 $\beta_{k|k-1}(x|\zeta)$ 是非线性,所以式(4.2)中的积分不再有解析的形式解,可以采用蒙特卡罗的方法近似该积分.从 $N(\zeta; m_{k-1}^{(i)}, P_{k-1}^{(i)})$, $i=1, \dots, J_{k-1}$ 中采样 M 个粒子 $x_{k-1}^{(i)(j)}$, $j=1, \dots, M$, 并通过 $\beta_{k|k-1}(\bullet | x_{k-1}^{(i)(j)(l)})$, $l=1, \dots, J_{\beta,k}$, 计算 $x_{\beta,k}^{(i)(j)(l)}$, 上述积分可以近似为:

$$\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \beta_{k|k-1}(x | x_{k-1}^{(i)(j)(l)}) \quad (20)$$

从而,衍生目标预测概率密度可以近似为:

$$v_{\beta,k|k-1}(x) = \sum_{l=1}^{J_{\beta,k}} \omega_{k-1}^{(l)} \sum_{i=1}^{J_{\beta,k-1}} \omega_{k-1}^{(i)} N(x; m_{\beta,k|k-1}^{(i)}, P_{\beta,k|k-1}^{(i)}) \quad (21)$$

其中, $m_{\beta,k|k-1}^{(i,l)} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M x_{\beta,k|k-1}^{(i)(j)(l)}$,

$$P_{\beta,k|k-1}^{(i,l)} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (m_{\beta,k|k-1}^{(i,l)} - x_{\beta,k|k-1}^{(i)(j)(l)}) (m_{\beta,k|k-1}^{(i,l)} - x_{S,k|k-1}^{(i)(j)(l)})^T$$

从而改进后的预测方程为:

$$v_{k|k-1}(x) = v_{S,k|k-1}(x) + v_{\beta,k|k-1}(x) + \gamma_k(x) \quad (22)$$

5 仿真实验与分析

假设传感器对多目标的检测区域为 $[-1000,1000] \times [-1000,1000]$ (m) 的矩形区域,观测总时长为 $M=100T$. 其中, $T=1s$ 是采样周期,观测过

程中目标数目不确定且随时间发生变化.检测概率为 $p_{D,k} = 0.98$. 系统的观测方程为:

$$z_k = H_k x_k + w_k \quad (23)$$

观测方程中 $z_k = [\rho, \theta]^T$ 表示观测向量的极径为 ρ 极角为 θ ; $x_k = [x, y, v_x, v_y]^T$ 表示状态向量(x 和 y 分别表示 k 时刻目标在 X 方向和 Y 方向的坐标值, v_x 和 v_y 分别表示目标在 X 方向和 Y 方向的运动速度); H_k 为观测矩阵:

$$H_k = \begin{pmatrix} \sqrt{x^2 + y^2} \\ \arctan(y/x) \end{pmatrix} \quad (24)$$

式中 w_k 是高斯白噪声,服从均值为 0, 协方差矩阵为 R_k 的正态分布 $w_k \sim N(\cdot | 0, R_k)$, $R = \text{diag}([\sigma_\rho^2, \sigma_\theta^2])$, σ_ρ 和 σ_θ 是观测噪声的标准差,令 $\sigma_\theta = 2 \times (\pi / 180)(\text{rad/s})$, $\sigma_\rho = 20(\text{m})$.

目标的运动方程为:

$$x_k = F_k x_{k-1} + v_k \quad (25)$$

状态转移矩阵 F_k 为:

$$F_k = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin \omega T}{\omega} & 0 & -\frac{1 - \cos \omega T}{\omega} \\ 0 & \cos \omega T & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1 - \cos \omega T}{\omega} & 1 & \frac{\sin \omega T}{\omega} \\ 0 & \sin \omega T & 0 & \cos \omega T \end{bmatrix} \quad (26)$$

ω 是目标的转弯速率,假设观测区域内目标的转弯速率为定值,且令 $\omega = \pi / 180(\text{rad/s})$,过程噪声 v_k 是高斯白噪声, $v_k \sim N(\cdot | 0, Q_k)$ 表示均值为 0, 协方差阵为 Q 的高斯分布,其中,协方差矩阵:

$$Q = \sigma_v^2 \begin{bmatrix} T^2 / 2 & 0 \\ 0 & T^2 / 2 \\ T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \quad (27)$$

其中, σ_v 为过程噪声标准差,令 $\sigma_v = 5(\text{m/s})$,跟踪过程中目标当前时刻运动到下一时刻的概率为: $p_{S,k} = 0.98$. 假设共有 4 个目标,雷达坐标(0, 0),跟踪期间内各目标的具体信息如表 2 所示. 其中,目标 4 是在 $k=30$ 的时刻由目标 1 衍生而来的新目标.

设: 衍生目标强度为:

$$\beta_{k|k-1}(x|\zeta) = 0.05 N(x; \varphi(\zeta), Q_\beta) \quad , \quad \phi(\zeta) = \zeta^2 + \zeta, \quad Q_\beta = \text{diag}([100, 100, 400, 400]^T)$$

表 2 目标出现和消失时间表

目标	起始坐标/m	起始时间/s	终止时间/s
目标 1	(-600, 800)	1	100
目标 2	(-600, -300)	1	100
目标 3	(-600, 800)	20	100
目标 4	目标 1 的衍生目标(k: 30~100m/s)		

下文给出仿真实验结果.

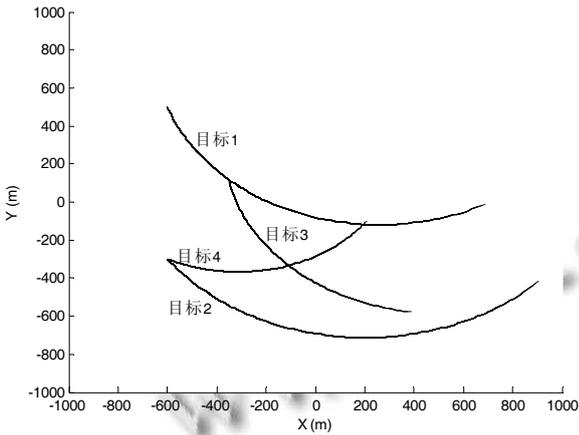


图 2 真实轨迹

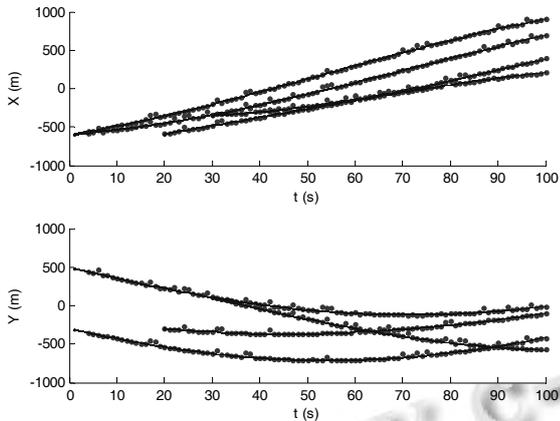


图 3 在 X 和 Y 方向上的跟踪过程

图 2 模拟了目标真实轨迹并与状态估计对比. 其中, 目标 1 和目标 2 的是从时刻 1 开始一直到跟踪时刻 100, 目标 3 是时刻 20 新产生的目标, 目标 4 是目标 2 在时刻 30 衍生的新目标, 且目标的运动轨迹在跟踪过程中出现了交叉现象. 图 3 是 GMPHD 算法分别在 X 轴和 Y 轴方向上的跟踪过程. 图 4 是 GMPHD 滤波算法的数目估计显示. 图 5 是 GMPHD 滤波算法的 OSPA 误差距离. 由图 3 和图 4 可以看出 GMPHD 滤波算法在非线性和跟踪环境中可以很好地跟踪目标状态和目标数目, 估计结果不受目标数目变化和目标轨迹交

叉的影响, 并且能对跟踪过程中出现的衍生目标进行跟踪. 由此可知中对衍生目标预测方程的推导是正确的, 可以应用到 GMPHD 滤波算法中.

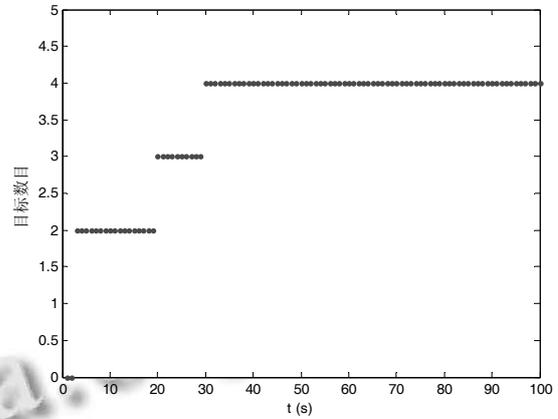


图 4 多目标数目估计

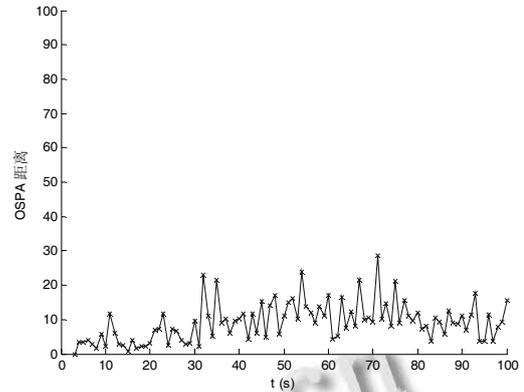


图 5 OSPA 误差距离

6 结论

本文主要研究了概率密度假设滤波及其实现算法, 在高斯混合模型概率密度假设滤波算法的基础上充分考虑两种可能情况, 新生目标和衍生目标, 提出了考虑目标衍生情况的 GMP-PHD 多目标跟踪算法, 可以很好地避免传统多目标跟踪算法的数据关联问题, 最后建立非线性高斯多目标运动模型, 并且在 MATLAB 中对算法进行仿真, 仿真实验证明该算法适用于高度非线性的多目标跟踪系统, 且可以正确跟踪多目标, 估计误差相对平稳, 波峰出现次数很少.

参考文献

1 Fortmann TE, Bar-Shalom Y, Scheffe M. Sonar tracking of multiple targets using joint probabilistic data association. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1983, 8(3): 173-184.

- 2 Fisher JL, Casasent DP. Fast JPDA multitarget tracking algorithm. *Applied Optics*, 1989, 28 (2): 371–376.
- 3 Mahler R. Multi-target Bayes filtering via first-order multi-target moments. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39 (4): 1152–1178.
- 4 Clark DE, Bell J. Multi-target state estimation and tracking continuity for the particle PHD filter. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(4): 1441–1453.
- 5 Vo BT, Vo BN, Cantoni A. Analytic implementations of the cardinalized probability hypothesis density filter. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2007, 55 (7): 3553–3567.
- 6 Clark D, Vo BT, Vo BN. Gaussian Particle Implementations of Probability Hypothesis Density Filters. *IEEE Aerospace Conference*. 2007. 1–11.
- 7 Deb S, Yeddapanudi M, Pattipati KR, et al. A generalized S-D assignment algorithm for multisensor-multitarget state estimation. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, 33(2): 523–538.
- 8 Fitzgerald RJ. Development of practical PDA logic for multitarget tracking by microprocessor. *Proc. of the American Controls Conference*. New York, USA. 1986. 889–898.
- 9 Roecker JA. A class of near optimal JPDA algorithm. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1994, 30 (2): 504–510.
- 10 Roecker JA, Phills GL. Suboptimal joint probabilistic data association. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1993, 29 (2): 510–517.
- 11 李良群.信息融合系统中的目标跟踪及数据关联技术研究[博士学位论文].西安:西安电子科技大学,2007.
- 12 韩崇昭,朱洪艳,段战胜.多源信息融合.北京:清华大学出版,2006.
- 13 蒋恋华,甘朝晖,蒋旻.多目标跟踪综述.计算机系统应用, 2010,19(12):271–275.
- 14 曾东,彭冬亮.强机动目标自适应变结构多模型跟踪算法.计算机系统应用,2012,21(10):114–117.
- 15 Mahler R. PHD filters of higher order in target number. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(4): 1523–1543.