

基于小波分析的煤矿瓦斯涌出量灰色预测模型^①

郭长娜, 王洋洋, 吴北平

(煤科集团沈阳研究院有限公司, 抚顺 113122)

摘要: 瓦斯涌出量的预测在煤矿安全问题中具有重要意义, 利用小波分析将原始数据进行分解并重构, 并利用 AFT 加快计算速度, 重构后得到的数据通过灰色模型进行预测, 将利用小波-灰色模型预测后的结果与单独用灰色模型预测的结果进行比较, 结果表明, 前者的预测精度明显高于后者。

关键词: 瓦斯涌出量; 小波分析; 灰色模型; 预测精度

Grey Prediction Model of the Gas Emission Based on Wavelet Analysis

GUO Chang-Na, WANG Yang-Yang, WU Bei-Ping

(China Coal Technology & Engineering Group Shenyang Research Institute, Fushun 113122, China)

Abstract: The predict of the gas emission is of great significance in the coal mine safety, decompose and refactoring the original data by wavelet analysis, and speed up by AFT, the data refactored predict by $GM(1,1)$. We compare the results between wavelet - grey and $GM(1,1)$. The results show that the prediction accuracy of the former is higher than the latter.

Key words: gas emission; wavelet analysis; $GM(1,1)$; prediction accuracy

瓦斯涌出严重威胁井下生产人员的生命安全、开采设施的安全, 制约了煤炭生产的发展, 是煤炭生产发展中急需解决的重大问题。目前, 国内外瓦斯涌出量预测方法可大体归为以数理统计为基础的矿山统计法, 以瓦斯含量为基础的瓦斯含量法, 分源计算法, 类比法等。尽管上述预测方法有其各自的适用性, 但它们预测过程是静态的, 没有考虑瓦斯涌出量是一个动态的非线性复杂系统。针对瓦斯涌出量的高度随机、无规则的这一特点, 本文将更高的学习精度和更快的小波分析算法应用到瓦斯涌出预测中来, 将信号通过小波分解为不同的频率通道, 由于分解后的信号在频率成分上比原信号单一^[1-2], 并且小波分解对信号作了平滑, 因此分解后的平稳性比原信号要好得多。灰色预测模型提供了在贫息情况下解决系统问题的新途径, 并会很有效的解决信号资料少, 信息贫乏等问题, 但其有时拟合灰度较大^[3-4], 导致精度难以提高。基于小波理论和灰色模型各自的特征, 将二者有机的结合起来, 即采用小波分析理论对监测数据序列进行

小波分解。对分解的不同尺度下的数据子序列进行分析并利用相应的灰色模型进行预测, 从而构成瓦斯预测新模型, 即基于小波分析的灰色预测。此预测模型, 有效地解决了瓦斯涌出量影响因素关系错综复杂, 非确定, 也非随机等问题, 通过实例验证, 此模型具有良好的预测结果。

2 小波分析的瓦斯灰色预测模型

2.1 信号的小波分解与重构

已知信号时离散时间序列 $f(n)$, 直接利用原始信号 $f(n)$ 在各子空间 V_j 的正交投影 $f_j(n)$ 进行迭代计算, 计算离散小波变换的 Mallat 算法的相应分解式:

$$f_j(n) = \sum_l h_{l-2n} f_{j-1}(l)$$

$$c_{jk} = \sum_l g_{l-2n} f_{j-1}(l)$$

Mallat 算法的重构公式为:

$$f(n) = \sum_{j=1}^J \sum_{k \in Z} c_{jk} \bar{g}_{n-2k} + \sum_{k \in Z} f_j(k) \bar{h}_{n-2k}$$

^① 收稿时间:2014-06-15;收到修改稿时间:2014-07-17

这样,小波变换就把一个信号 $f(n)$ 变换成尺度和分辨率不等的细节信号 c_{jk} (小波系数) 和一个尺度和分辨率都很低的逼近信号 $f_j(n)$. 在合成时,首先要用尺度加倍,然后进行迭代,逐级将分辨率加倍,直到获得分辨率为 1 的原始信号^[5,6]. 分析过程是进行逆小波变换. Mallat 算法的流程,如图 1 所示.

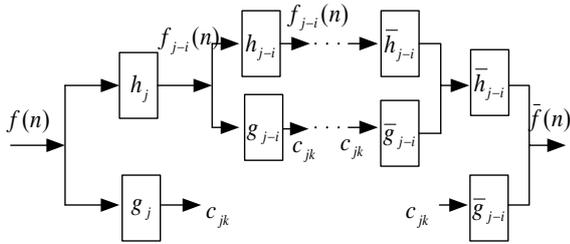


图 1 Mallat 算法示意图

Mallat 分解算法数学式为:

$$\begin{cases} a^{j+1}(n) = \sum_k a^j(k)h(k-2n) & n=0,1,\dots,2^{N-1}-1 \\ d^{j+1}(n) = \sum_k a^j(k)g(k-2n) & j=0,1,\dots,M-1 \end{cases}$$

式中, $h(k), g(k)$ 为分解低通 H、高通滤波器 G 的冲激响应; M 为分解层数; a^j, d^j 分别为第 j 尺度下的近似系数和细节系数.

Mallat 算法重构示意,如图 1 所示,重构式为:

$$a^j = \sum_k \{h(n-2k)a^{j+1}(k) + g(n-2k)d^{j+1}(k)\}, \text{ 式中, } j = M-1, \dots, 1, 0$$

$\bar{h}(k), \bar{g}(k)$ 为重构低通 H、高通滤波器 G 的冲激响应^[7-8].

2.2 小波快速分解算法

在小波分解计算中信号处理需要内存较大,需要的时间也较长,不利于信号实时处理,故需采用快速算法计算小波,本文采用了 AFT.

为了方便,下面的分析将限于实信号和等长度实系数的 FIR 滤波器. 即输入信号 $x(n)$ 为实信号,且 $x(n)$ 的长度 M 和滤波器的长度 L 相等(M=L=N).

令 $a_{j+1}(n) = a'_{j+1}(2N), d_{j+1}(n) = d'_{j+1}(2N)$, 即 $a_{j+1}(n), d_{j+1}(n)$ 可以看作分别对 $a'_{j+1}(n), d'_{j+1}(n)$ 进行二抽取而得到,即

$$\begin{cases} a'_{j+1}(n) = \sum_{m \in X} c_j(m)h[-(n-m)] = a_j(n) * h(-n) \\ d'_{j+1}(n) = \sum_{m \in X} d_j(m)g[-(n-m)] = d_j(n) * g(-n) \end{cases}$$

设 $h(n), g(n)$ 为等长度的实系数滤波器,为保

证滤波器的输出序列与输入序列等长,对 $h(n), g(n), c_j(n), d_j(n)$ 进行周期延拓,由于信号长度和滤波器长度均为 N,延拓后周期也为 N,代入上式并根据 AFT 算法可得:

$$C'_{j+1}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{c}_{j+1}(n)w_n^{mk} = H'(k)C_j(k), \text{ 同理可以得到 } D'_{j+1}(k) = G'(k)C_j(k), \text{ 其中 } 0 \leq k \leq N-1.$$

用 N 点 AFT 求出 $C'_{j+1}(k), D'_{j+1}(k)$ 的 IDFT,得到 $a'_{j+1}(n), d'_{j+1}(n)$, 在分别对其作二抽取求得 $a_{j+1}(n), d_{j+1}(n)$.

该算法的计算量为 $29N$, 而直接计算为 $2N^2$, 由此可知 N 越大,计算量下降越明显.

2.3 灰色预测模型 $GM(n, h)$

2.3 灰色预测模型 $GM(n, h)$

灰色理论方法的关键技术是灰色模型. 灰色模型是以灰色生成函数概念为基础,以微分拟合为核心的建模方法. 灰色预测方法不是直接利用原始数据建模,也无须寻找随机变量的统计规律和概率分布,而是先对原始序列数据进行“生成”变换,得到具有较强规律性的新序列,目的是削弱原始数据中的随机性和波动性. 利用得到的新序列进行建模和预测. 灰色预测方法通过累加生成 AGO, 建立微分方程模型,累减还原后得出预测结果.

灰色预测包括一阶单变量的 $GM(1,1)$ 和 n 阶 h 个变量的 $GM(n, h)$ 模型. 它兼有微分方程,差分方程和指数方程的特性. 一般常用的是 $GM(1,1)$ 模型^[9]. 灰色预测原理框图如图 2.

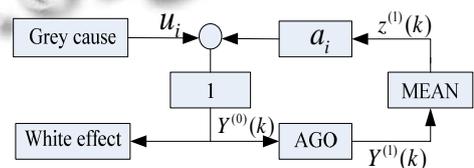


图 2 $GM(1,1)$ 预测方框图

(1) AGO 累加生成

建立 $GM(1,1)$ 的实质是对原始数据作一次累加生成,使生成数据列具有一定的规律性,通过建立微分方程模型,对系统进行预测. 令 n 为检测数据样本序号, $Y^{(0)}$ 为检测样本,即建模序列样本.

令 $Y^{(0)}(k) = \{Y^{(0)}(1), Y^{(0)}(2), \dots, Y^{(0)}(n)\}$, 令 $Y^{(1)}$ 为 $Y^{(0)}$ 的一次累加生成序列,则 $Y^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k Y^{(0)}(i), (i=1, 2, \dots, n)$

(2)灰色建模

由生成序列 $Y^{(1)}$ 构造 $Y^{(1)}$ 的紧邻生成序列矩阵 $Z^{(1)}(k)$, 即 $Z^{(1)}(k) = 0.5Y^{(1)}(k) + 0.5Y^{(1)}(k-1)$.

则 $GM(1,1)$ 的灰微分方程模型为

$$Y^{(1)}(k) + aZ^{(1)}(k) = u$$

式中 a 为发展灰数, u 为灰作用量.

(3)求解参数 a, u

设 \hat{c} 为待估计参数向量, 其中 $\hat{c} = [a, u]^T$, 利用最小二乘法求解可得

$$\hat{c} = (B^T B)^{-1} B^T X_n$$

其中 $B = \begin{bmatrix} -Z^{(1)}(2) & 1 \\ -Z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -Z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, X_n = \begin{bmatrix} Y^{(0)}(2) \\ Y^{(0)}(3) \\ \vdots \\ Y^{(0)}(n) \end{bmatrix}$

(4)预测结果模型

$GM(1,1)$ 的灰微分方程对应的白微分方程(或称影子方程)为

$$\frac{dY^{(1)}}{dt} + aY^{(1)} = u$$

白化响应式为

$$\hat{Y}^{(1)}(k+1) = \left[Y^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right] e^{-ak} + \frac{u}{a}, (k=0,1,\dots)$$

累减生成预测值

$$\hat{Y}^{(0)}(k+1) = \hat{Y}^{(1)}(k+1) - \hat{Y}^{(1)}(k)$$

通过累减还原(IAGO)得到的预测值 $\hat{Y}^{(0)}$ 与实际值 $Y^{(0)}$ 接近.

2.4 基于小波分析的灰色预测模型

本文提出的预测方法是利用小波分解原始数据, 将分解后的数据利用灰色模型进行预测, 具体过程如下:

(1) 选择合适的小波和分解层数 M , 对瓦斯原始建模数据进行分解, 得到 $h(k), g(k)$.

(2) 对每层小波系数用指定的小波函数进行多尺度重构得到 $\bar{h}(k), \bar{g}(k)$.

(3) 对重构的信号 $\bar{h}(k), \bar{g}(k)$ 用 $GM(1,1)$ 模型进行预测.

(4) 把各层分量的预测结果相加即得所需的预测结果.

预测结果的评价依据是相对误差 $= \frac{\hat{x}_t - x_t}{x_t}$ (\hat{x}_t 为预测值, x_t 为实际值)^[10].

3 试验分析

本文以铁法煤矿某工作面瓦斯涌出量的历史数据为例, 根据工作面每一个水平不同采深时瓦斯检测日报表与月报表进行统计分析, 剔除不可靠的数据, 选取有代表性的数据 16 个作为训练样本, 另外选取 16 个设为模型将要预测的数据.

小波在分解过程中, 存在分解层数问题. 小波越往下分解, 逼近信号和细节信号的平稳性越好, 预测值会比较精确, 但实际上, 由于分解过程中本身存在计算误差, 层数越多, 误差越大, 因此分解层数一般采用 3~5 层. 本文取原始数据为 $x^{(0)} = \{3.34, 3.56, \dots, 7.80\}$ (单位: m^3/min), 走势如图 3, 采用正交小波对原始信号进行 3 层分解与重构, 并作平滑处理, 得到信号如图 4 所示. 如图可知, 经过小波变换后的信号平稳性较好, 数据趋势更加清晰.

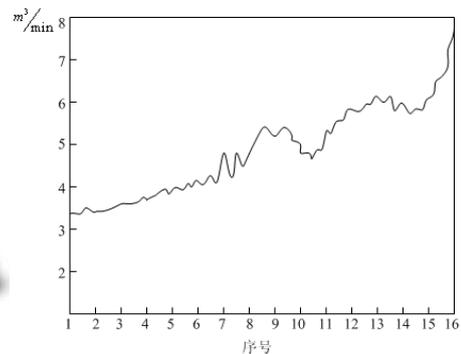


图 3 原始数据

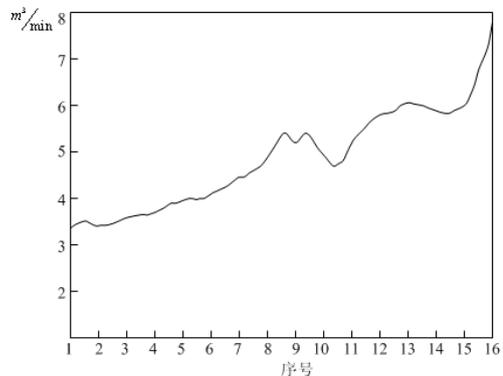


图 4 小波分解重构后数据

将经过小波分析后的数据利用 $GM(1,1)$ 进行预测,

预测结果如图 5.

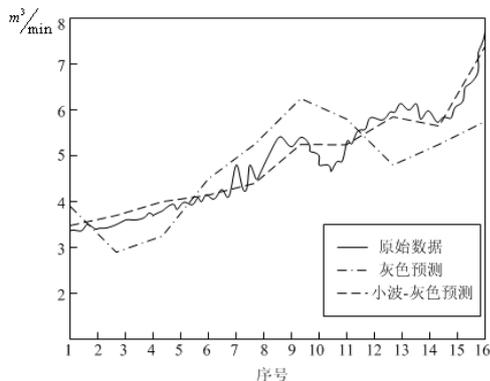


图 5 两种模型预测结果

通过上图可知,单独的灰色预测效果明显不如经小波-灰色预测的效果.经过预测后误差比较如表 1.

表 1 不同方法的预测值及相对误差的比较

序号	原始数据	小波-灰色		灰色预测	
		预测值	相对误差 (%)	预测值	相对误差 (%)
1	3.34	3.46	3.5	3.90	16.7
2	3.43	3.56	3.8	3.12	9.0
3	3.54	3.67	3.7	2.98	15.8
4	3.72	3.83	3.0	3.12	16.1
5	3.91	4.01	2.6	3.55	9.2
6	4.05	4.06	0.2	4.49	10.9
7	4.40	4.30	2.3	5.10	15.9
8	4.95	4.76	3.8	5.62	13.5
9	5.45	5.34	3.8	6.10	11.9
10	4.75	5.10	3.9	6.19	9.3
11	5.32	5.40	0.4	5.82	9.4
12	5.80	5.76	0.7	5.16	11
13	6.02	5.86	2.7	4.98	17.3
14	5.80	5.75	0.9	5.14	11.4
15	6.01	6.10	1.3	4.97	17.3
16	7.80	7.68	1.5	5.48	29.7

小波预测方法的相对误差在 4%以下,平均误差是 2.4%,而直接用 GM(1,1)模型预测的相对误差在 9%以上,平均误差是 14%,因此基于小波分析的预测精度比

直接用 GM(1,1) 预测精度高.

4 结论

本文提出将小波分析和灰色预测模型融合起来.一方面,小波-灰色预测模型能充分利用灰色预测建模所需信息少、方法简单的优点;另一方面,小波分析在信号处理中的时域和频域同时具有良好的局部化性质,能够抓住研究对象的局部和细节,被人们称为“数学显微镜”,同时在小波分解过程采取 AFT 计算方法加快了其运算速度.提出这一新的小波-灰色预测模型建模方法,比单一的灰色模型预测精度高,能够拓宽灰色模型的应用范围.同时由于影响煤矿瓦斯涌出量的不定因素较多,故在实际的使用过程中,还应在该方法的基础上附加一定的定性分析,以弥补预测过程的不足.

参考文献

- 1 邓凯旭,宋宝瑞.小波变换在金融数据分析中的应用.数据统计管理,2006,25(2):215-219.
- 2 刘忠贵,邸双亮.小波分析及其应用.西安:西安电子科技大学出版社,1995.
- 3 李攀峰.灰色模型及其组合模型在证券分析的应用[学位论文].成都:电子科技大学,2000.
- 4 邓聚龙.农业系统灰色理论与方法.济南:山东科学技术出版社,1988.
- 5 徐科,徐金梧,班晓娟.基于小波分解的某些非平稳时间序列预测方法.电子学报,2001,29(4):566-568.
- 6 郑洽真,沈萍,杨选辉,等.小波变换及其 MATLAB 工具的应用.北京:地震出版社,2001.
- 7 肖强.小波在金融时序预测中的应用.甘肃科技,2010,15(8):115-117.
- 8 龚亚琴.基于小波分析的住宅房产均价预测.陕西理工学院学报(自然科学版),2006,22(3):25-28.
- 9 孙燕,陈森发,周振国.灰色系统理论在无检测器交叉口交通流量预测中的应用.东南大学学报,2002,3(2):256-258.
- 10 刘晏玲,胡芬,付恩成.基于小波分析的中国人均 GDP 分析与预测.长江大学学报,2008,5(1):135-137.