

自适应残差加权的多元素协同表示分类算法^①

王建仁, 魏 龙, 段刚龙

(西安理工大学 管理科学与工程系, 西安 710048)

摘 要: 提出了一种残差加权的多元素协同表示算法。该算法针对 SRC 的单一鉴别性不足, 对样本提出样本与字典的多元素分解并分别进行相应的协同表示, 自适应地学习出多元素的残差权重并进行线性加权, 从而提高分类的性能。实验表明: 自适应残差加权的多元素协同表示分类算法, 能够有效提高识别性能。

关键词: 自适应残差权重; 协同表示; 分类算法

Adaptive Weighted Residuals Multi-Element Collaborative Representation Classification Approach

WANG Jian-Ren, WEI Long, DUAN Gang-Long

(Department of management science and engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: An adaptive weighted residuals multi-element collaborative representation classification is proposed in this paper. To address the weak discriminative power of SRC (sparse representation classifier) method, we propose using multiple elements to represent each element and construct multiple collaborative representation for classification. To reflect the different element with different importance and discriminative power, we present adaptive weighted residuals method to linearly combine different element representations for classification. Experimental results demonstrate the effectiveness and better classification accuracy of our proposed method.

Key words: adaptive weighted residuals; Collaborative representation; SRC

1 引言

近年来稀疏表示理论已经成为各领域的研究热点, 广泛应用于图像处理 and 模式识别中, 特别是在人脸识别、图像分类、字符识别等分类问题中具有突出表现, 主要是源于 10 范数和 11 范数正规化的发展。在模式分类领域 John Wright 提出了 sparse representation classifier (SRC) 分类器^[1], 主要思想是将任意测试样本通过所有训练样本构成的线性组合进行表示, 计算样本与各类之间的表示误差, 从而得到测试样本的类别, 实现分类。然后大量相关研究揭示了 SRC 算法稀疏性的重要性, 但是近来的研究开始质疑是否是 1₁ 范数的稀疏性提高人脸识别的准确性, 发现大多数研究忽略了协同表示 Collaborative representation(CR)在稀疏表示 Sparse representation(SR)中的重要性^[2-4]。

SRC 是一种比较有效的分类算法, 样本和字典的质量对于稀疏表示分类算法的性能有着非常重要的影响, 面对实际分类中的需求, 需要针对 SRC 分类效力进一步加强, 进行样本与字典多元素分解, 发挥多元素的协同作用, 提升分类效力。

基于此本文提出了一种改进的协同表示分类器, 针对 SRC 和 CRC 进行多元素分解, 自适应学习的方式计算不同元素的残差权重, 实现元素分类效力的区分。根据不同元素分类效力的鉴别性, 自适应学习出元素权重, 线性加权提高算法的识别性能。

2 稀疏表示理论

高维数据的稀疏表示最重要的基本思想是: 在一个训练样本空间充足的条件下, 任一类别向量的数据

^① 基金项目: 西安市科技计划项目(CX12179(1)); 陕西省科技厅工业攻关项目(2011K06-13); 陕西省教育厅自然科学研究项目(11JK0985)
收稿时间: 2013-09-27; 收到修改稿时间: 2013-10-29

都可以由训练样本中同类的样本数据子空间进行线性表示,即通过完备字典的训练本来将目标向量数据线性组合,目标类别向量能够被表示或着逼近成同类的样本数据的线性组合,并且保证组合系数可在一定稀疏度条件下的良好相似性,由于组合系数大部分是 0 或着接近 0,所以组合系数是稀疏的.这是稀疏表示理论的重要假设和基础^[4].

尽管稀疏表示的研究基础是从数据重构的角度出发的,但是由于表示结果在模式分类中具有突出的表现,所以稀疏表示理论成为当前分类算法的关键模块.

基于稀疏表示的分类算法主要由三部分构成,第一部分是过完备字典的学习,第二部分是对目标数据一定的稀疏性约束条件下根据给定的过完备字典进行线性展开.这两部分的求解主要是通过优化一个目标函数来完成,包括度量展开系数稀疏性的正则项和度量重构误差的置信项.第三部分是根据展开的稀疏系数和学习的过完备字典对目标向量,选取最小重构误差的进行类别划分^[5,6].

根据稀疏表示分类理论的主要构成,假设 $A_i=(v_{i,1},v_{i,2},\dots,v_{i,m_i}) \in R^{d \times m_i}$ 为第 i 类的训练样本子集,训练样本的类别数为 c , $n=\sum_{i=1}^c n_i$ 为训练样本总数, $A=(A_1,A_2,\dots,A_n)=(v_{1,1},v_{1,2},\dots,v_{1,j},\dots,v_{n,d})$ 为所有的训练样本,任一测试样本 $y \in R^d$ 可以通过所有样本的线性组合表示 $y=A\alpha$, $\alpha=[0,0,\dots,x_{i,1},x_{i,2},\dots,x_{i,m_i},\dots,0,0]^T \in R^d$ 是稀疏系数向量,其中的非零元素与类别相关,非零系数决定 y 的类别 i .

当 $n_i < d$, $y=Ax_0$ 有且仅有唯一解,当 $n_i \geq d$ 时, $y=Ax_0$ 有无穷多个解,采用 l_0 范数,即稀疏表示的模型表示如下:

$$\alpha = \arg \min \|\alpha\|_0 \quad s.t. \quad y = Ax \quad (1)$$

该式为 NP-HARD 问题,其中 $\|x\|_0 = \sum_{i=1}^n |x_i|^0$, l_0 范数可以表示为 x 中非零系数的个数,根据压缩感知原理,当所求系数足够稀疏时,最小化 l_0 范数的 NP-HARD 可以转化为 l_1 范数问题进行求解.可以将(1)更改为

$$\alpha = \arg \min \|\alpha\|_1 \quad s.t. \quad y = Ax \quad (2)$$

其中 $\|x\|_1$ 为 x 的 l_1 范数,可以通过线性规划问题解决,但是数据包括噪声,所以放宽限制条件得到如下目标问题:

$$\alpha = \arg \min \|\alpha\|_1 \quad s.t. \quad \|y - A\alpha\|_2 \leq \varepsilon \quad (3)$$

其中 ε 是重构误差,把式(3)转化为 l_1 范数无约束的最

小二乘问题.如式(4)所示可以通过 Matlab 进行求解.

$$\alpha = \arg \min (\|A\alpha - y\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_1) \quad (4)$$

其中 λ 为标记常量,分类的主要标准时选择最小残差

$$\text{identity}(y) = \arg \min \{e_i\}$$

$$\text{残差 } e_i = \|y - A_i \hat{\alpha}_i\|_2, \quad i=1, \dots, k,$$

其中 $\hat{\alpha}=[\hat{\alpha}_1,\hat{\alpha}_2,\dots,\hat{\alpha}_k]$, 并且 $\hat{\alpha}_i$ 是类别 i 的稀疏系数向量^[7-10].

稀疏表示分类算法(SRC)的重点是针对稀疏系数 α 的 l_1 范数正规化,但是进一步研究发现: SRC 分类算法的识别效力,主要是受到稀疏系数的 l_2 范数正规化影响,而不是针对稀疏系数 α 的 l_1 范数正规化,将该模型命名为协同表示分类算法(CRC)^[11].

$$\alpha = \arg \min (\|A\alpha - y\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_2^2) \quad (5)$$

协同表示分类算法分类识别采用最小的正规化重构误差进行区分,与 SRC 算法相类似.

3 多元素分解的协同表示分类

3.1 基于多元素分解的协同表示

根据以上稀疏表示与协同表示的理论基础,当不考虑人脸图像中异常值像素的鲁棒性是,稀疏表示分类算法和协同表示分类算法可以采用统一的线性回归问题^[12].

$$\min \|y - D\alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_p \quad (6)$$

设 $y=[y_1, y_2, \dots, y_n]$, y 为一确定的图像向量或特征向量, y_i 为确定的图像元素向量或特征元素向量, D 作为训练字典,字典中的各列为训练图像向量或者特征向量的子字典, λ 为标记常量,根据(6)中的 p 的取值不同而不同,当 $p=1$ 时,式(7)为稀疏表示分类算法(SRC),当 $p=2$ 时,式(6)为协同表示分类算法(CRC).

将字典 D 记为 $D=[r_1; r_2; \dots; r_m]$ 时, r_i 为字典 D 的第 i 行,所以根据如上所述,可以将式(3-1)中的任一向量 y , 字典 D 进行分解,改写成为 n 个图像元素向量或 n 个单一特征的元素向量 y_i , 与相关的 n 行字典 r_i , 即多元素的表示模型

$$\min \sum_{i=1}^n (y_i - \gamma_i \alpha) + \lambda \|\alpha\|_p \quad (7)$$

从式(7)中可以看出,无论是稀疏表示分类算法还是协同表示分类算法,所有的元素向量与相关的字典共同通过相同的稀疏系数 α , 通过稀疏系数计算相应的残差实现任一测试样本 y 的类别确定,通过多元素的分解我们可以看出,如果采取式(7)模型进行分类,

该模型无论是在 SRC 还是 CRC 中, 都忽略了不同元素的差异性, 不同元素的分类效力是不同的, 仅仅是多元素的分解是无法有效反应不同元素在进行分类识别中的贡献率, 并且不同元素都采用相同的稀疏系数, 如果不能有效反应不同元素的差异性, 进行多元素的分解则毫无意义, 所以需要针对不同元素的区分效力对式(7)进行改进.

为了有效区分不同元素的特性, 我们引入特征元素权重 $w=[w_1, w_2, \dots, w_n]$, 其中 w_i 为相应元素 y_i 的分类效力权重, 对不同元素的分类效力分别进行相应的协同(稀疏)表示, 针对不同元素鉴别性不同的特征进行加权处理, 形成多元素的协同(稀疏)表示模型.

$$\min_{\alpha} \sum_{i=1}^n (\omega_i y_i - \omega_i \gamma_i \alpha) + \lambda \|\alpha\|_p \quad (8)$$

由式(8)可以看出, 无论是 SRC 还是 CRC 都是多元素分类模型的特例, 稀疏表示和协同表示分类算法都是针对单一特征环境下, 不同元素的权重相同. 所以当 $w_1=w_2=\dots=w_n$ 时, $w_i=1/n$, 为常数, 则式(8)与式(6)相同. 所以多元素的协同表示分类模型为

$$\min_{\alpha} \sum_{i=1}^n \|\omega_i y_i - \omega_i \gamma_i \alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_2^2 \quad (9)$$

$$\text{identity}(y) = \arg \min \{e_i\}$$

残差 $e_i = \|y_i - r_i \hat{\alpha}_i\|_2, i=1, \dots, n$

其中 $\hat{\alpha}=[\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_c]$, 并且 $\hat{\alpha}_i$ 是类别 i 的稀疏系数向量.

3.2 基于协同表示的自适应权重

在多元素的协同表示模型中, 需要通过元素权重平衡不同元素的作用. 元素权重 $w_i(i=1,2,3,\dots,n)$ 调整描述各元素对于测试样本分类的贡献率, 平衡 n 个元素在最终稀疏系数中的权重, 权重直接反映各个元素的贡献率, 影响分类效果. 因此, 需要科学的计算方式增强分类效果. 本文提出一种基于 CRC 的自适应学习的残差权重的确定方法.

CRC 分类器进行样本分类时, 通过计算获得最小重构误差确定样本类别. 重构误差一定程度上反映出样本在字典下的识别率^[13]. 通过测试样本的多元素分解, 完备字典的多元素子字典分解, 单一元素的重构误差反映了对应元素的识别效力, 所以论文提出一种基于 CRC 的多元素残差权重确定的模型.

基于 CRC 的多元素残差权重模型, 采用自适应学习方式主要描述为: 首先, 从测试集中选择训练样本, 将训练样本进行多元素分解, 设元素种类为 n , 通过协同表示分类算法 CRC, 进行测试分类, 分别计算出 n

个元素的最小重构误差, 对元素的残差进行归一化加权, 确定相应的多元素权重.

假设一个权重训练样本 $y=[y_1, y_2, \dots, y_n]$, y_i 表示第 i 个元素的测试样本, 通过对测试集训练样本的训练, 以元素层面通过 CRC 算法计算 n 个多元素的重构误差集 $e=\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$, $e_i = \|y_i - r_i \hat{\alpha}_i\|_2, i=1, 2, \dots, n$

选择 n 个元素的最小重构误差 $\text{identity}(y) = \arg \min \{e_i\}$.

所以可得 k 个特征的最小重构误差集 $\{\min\{e_i, i=1, 2, \dots, n\}\}$, 分别对 k 个特征最小重构误差进行归一化处理, 选择相应的最小重构误差与相应的类系数向量的 l_2 范数对残差进行归一化加权, 即识别率的贡献比例. 因此, 多元素的协同表示的权重可以表示为以下问题进行解决:

$$w_i = e_i / \|\hat{\alpha}_i\| = \|y_i - r_i \hat{\alpha}_i\|_2 / \|\hat{\alpha}_i\|$$

通过自适应的残差加权可以突显测试样本元素所归属类的特征, 因此更加容易将所属类与其他类加以区别, 从而有效提高算法的识别率. 识别中通过类系数向量的 l_2 范数, 利用该值作为因子对残差归一化加权, 从而降低具有极高相似度的元素之间的相互影响, 提高分类的识别率. 类系数向量的 l_2 范数表示了系数向量在线性组合后所具有的能量, 其值越大与测试样本越接近分类判别依据是合理的.

3.3 多元素分解的协同表示算法实现

(1) 输入训练样本矩阵 $D=(D_1, D_2, \dots, D_k) \in R^{d \times ni}$, 包含 c 类, 一个测试样本 $y \in R^d$, 重构误差 $\varepsilon > 0$

(2) 对训练样本 D 的每一列进行归一化处理

(3) 进行多元素分解将测试样本 y 分解为 n 个元素, 将原字典训练分成 n 个子字典 $D=[r_1; r_2; \dots; r_n]$, 分别计算 n 个元素基于 CRC 的自适应学习残差权重

$$w = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}, i=1, 2, \dots, n$$

(4) 求解单一元素的最小化的 l_2 范数问题

$$\hat{\alpha}_i = \arg \min (\|y_i - r_i \alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_2^2)$$

(5) 计算各元素的残差及相应权重

$$e_i = \|y_i - r_i \hat{\alpha}_i\|_2, i=1, 2, \dots, n$$

$$w_i = e_i / \|\hat{\alpha}_i\| = \|y_i - r_i \hat{\alpha}_i\|_2 / \|\hat{\alpha}_i\|$$

(6) 计算多元素的协同表示分类模型为

$$\min_{\alpha} \sum_{i=1}^n \|\omega_i y_i - \omega_i \gamma_i \alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_2^2$$

(7) 输出 $\text{identity}(y)=\arg \min \{e_i\}$

$\text{identity}(y)_i$ 表示 y 的类别标记.

由上述算法可以看出, 相比于原 SRC 或者 CRC

算法, 多元素的协同表示算法增加了多元素的分解, 构建多元素的子字典的步骤, 和改进的重构系数, 即相应的基于残差的元素权重步骤, 可以看到, 该改进算法的关键根据多元素的鉴别性, 自适应的学习出残差权重并进行线性加权, 提高分类器的分类效果.

4 实验与结果分析

4.1 参数设置

为了验证自适应残差加权的多元素协同表示分类算法的有效性, 我们选取 FERET Database^[14]和 AR 数据集^[15]. FERET Database 是由 14,051 张多姿态, 光照的灰度人脸图像, 是用来验证测试人脸识别算法的标准数据库之一, 实验中选取部分人脸数据集, 每个人有 7 张具有不同面部表情, 姿态和光照的图像构成. 选取主要人脸面部配准剪裁到大小为 80*80. AR Face Database 为实验对象. AR Face Database 由两个阶段组成, 分别代表不同表情和光照变化的人脸数据, 包含 100 不同类每个类 14 个样本, 主要人脸面部配准剪裁到大小为 60*43.

针对各数据集, 这些样本随机分成两个部分: 训练样本和测试样本, 两个实验的数据库均含有 350 个测试样本和 350 个训练样本, 对于所有数据利用 PCA 算法对测试集进行特征抽取, 然后通过自适应残差加权的多元素协同表示分类算法(AWRM_CRC)对测试样本进行分类测试. 试验中, 选取该算法与现有典型的人脸识别方法的识别率的仿真数据, 以更好说明本文算法性能. 主要选取近年来提出的方法 SRC、CRC、DKSVD、SVM(Gauss 核)进行对比, 来测试算法识别率.

4.2 不同学习样本数量下的识别率对比

为了查看自适应残差加权的多元素协同表示分类算法(AWRM_CRC)在不同学习样本数量下的鉴别性, 在 FERET Database 和 AR Face Database 数据集上执行一组实验, 目标为对比算法在两个数据库中, 相同特征数, 相同维度的约束下, 比较在不同学习样本数量下的识别率.

分别选取两个实验数据集中的不同训练样本图像, 分别选取 50、100、150、200、250、300、350、个样本, 比较 SRC、CRC、DKSVD 和 SVM 算法的识别率, 实验结果如图 1 和 2 所示.

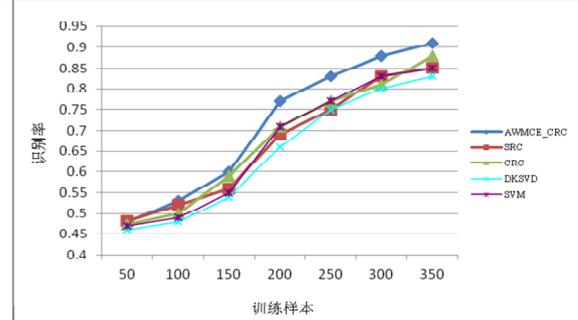


图 1 FERET Database 识别率对比

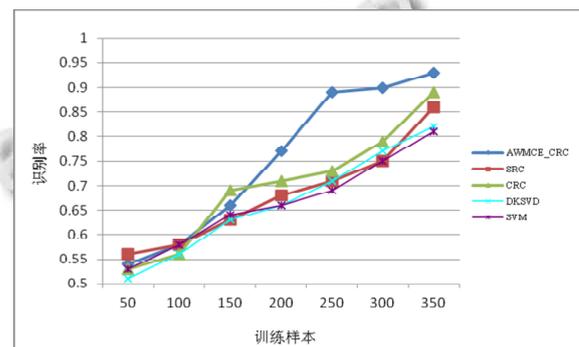


图 2 AR Face Database 识别率对比

根据识别率结果可知, 随着学习样本数量的不断增加, 各算法的识别率均逐渐增加. 但是 AWRM_CRC 算法较提升效果较 SRC、CRC、DKSVD 和 SVM 更为明显.

4.3 不同维度下的识别率对比

为了查看自适应残差加权的多元素协同表示分类算法(AWRM_CRC)在不同目标维度下的鉴别性, 在 FERET Database 和 AR Face Database 数据集上执行一组实验, 目标为对比算法在两个数据库中, 相同特征数的约束下, 比较在不同维度 d 下的识别率, 分别计算自适应学习的残差权重和最终的识别率.

分别选取两个实验数据集中 700 幅不同训练样本图像, 先配准剪裁, 因而样本集人脸图像可以转化为相应维度的向量, 选择特征维数为 30、50、80、100、150、200、250、300 时, 比较算法的识别率, 实验结果如图 3 和 4 所示.

根据识别率结果可知算法识别率均随着维度的增加呈现上升的趋势. 当维度较小时, 5 种算法识别率都较低, 相互接近, 因为训练样本集中图像具有相似性, 不足以实现不同类别的精确区分; 但维度不断增加, AWRM_CRC 识别率明显提升, 维度 > 50 , 识别率明显上升, 当识别维度 > 75 时, 识别率已经超过 0.8, 证明

了算法的有效性, 并且随着维度的增加, AWRM_CRC 识别效果提升显著. AWRM_CRC 的高识别率是多元素字典和残差权重的综合作用, 使该算法具有较好的分类效果.

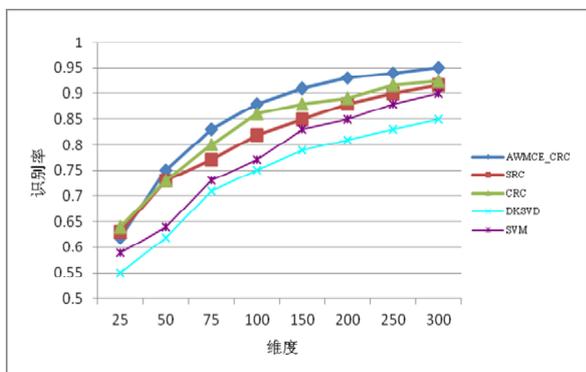


图 3 FERET Database 识别率对比

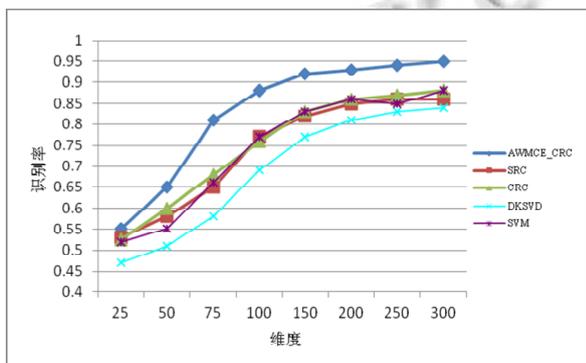


图 4 AR Face Database 识别率对比

4.4 不同元素下的识别率对比

为了查看自适应残差加权的多元素协同表示分类算法(AWRM_CRC)在不同目标元素下的鉴别性, FERET Database 和 AR Face Database 数据集上执行一组实验, 目标为对比算法在两个数据库中, 针对不同元素数下的图像识别率, 先配准剪裁到大小为 20*20 的图像, 因而样本集人脸图像可以转化为 400 维的向量, 分别选取 700 个样本数据. 选取面部部分元素(眼睛, 鼻子, 嘴等元素), 目标为对比算法在两个数据库中, 相同维度约束下, 不同元素个数对识别率的影响.

由图 5 和 6 实验结果, 可以看出通过 AWRM_CRC 算法分类识别率超过其他分类算法. 并且元素个数的增加, 对其他算法的运行和识别率影响并不大, 而该算法的识别率出现明显提升. 选取人脸元素的识别率也是随着元素增加而提升; 同时, 选取局部人脸元素时, AWRM_CRC 算法的识别率比原始 SRC 和

CRC 算法效果更好, 这是因为受到残差加权的作用.

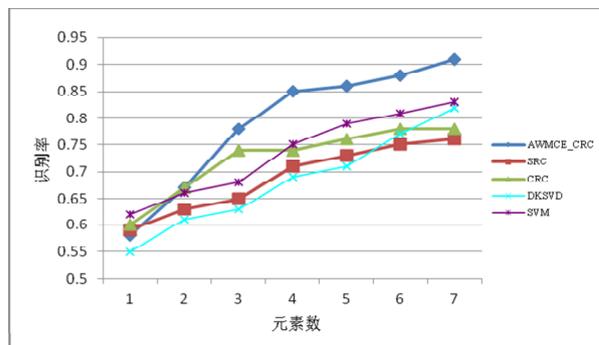


图 5 FERET Database 识别率对比

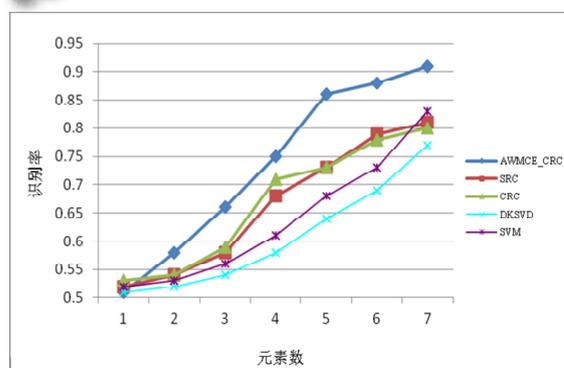


图 6 AR Face Database 识别率对比

5 结语

本文提出一种自适应残差加权的多元素协同表示分类算法, 其主要思想是通过协同表示分类器的多元素分解, 针对不同的元素通过自适应的学习方式获取相应元素的残差, 归一化形成相应的残差权重, 加权求和获得, 实现了字典和分类器的特征权重的同步学习. 实验结果表明, 本文所提出的改进算法能够有效提高识别率, 验证了算法的分类效力.

参考文献

- Huang K, Aviyente S. Sparse representation for signal classification. *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2006. 609-616.
- Zhang L, Yang M, Feng X. Sparse representation or collaborative representation: Which helps face recognition. *Computer Vision (ICCV), 2011 IEEE International Conference on*. IEEE. 2011. 471-478.

- 3 Rigamonti R, Brown MA, Lepetit V. Are sparse representations really relevant for image classification? Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2011 IEEE Conference on. IEEE. 2011. 1545–1552.
- 4 Shi Q, Eriksson A, van den Hengel A, et al. Is face recognition really a compressive sensing problem? Computer Vision and Pattern Recognition(CVPR), 2011 IEEE Conference on. IEEE. 2011. :553–560.
- 5 Naseem I, Togneri R, Bennamoun M. Linear regression for face recognition. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 2010, 32(11): 2106–2112.
- 6 Wright J, Ma Y, Mairal J, et al. Sparse representation for computer vision and pattern recognition. Proc. of the IEEE, 2010, 98(6): 1031–1044.
- 7 Yang AY, Sastry SS, Ganesh A, et al. Fast l_1 -minimization algorithms and an application in robust face recognition: A review. Image Processing (ICIP), 2010 17th IEEE International Conference on. IEEE. 2010. 1849–1852.
- 8 Tropp JA, Wright SJ. Computational methods for sparse solution of linear inverse problems. Proc. of the IEEE, 2010, 98(6): 948–958.
- 9 Ramirez I, Sprechmann P, Sapiro G. Classification and clustering via dictionary learning with structured incoherence and shared features. Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2010 IEEE Conference on. 2010. 3501–3508.
- 10 Wright J, Yang AY, Ganesh A, et al. Robust face recognition via sparse representation. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Trans. on, 2009, 31(2): 210–227.
- 11 Yuan XT, Yan S. Visual classification with multi-task joint sparse representation. Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2010 IEEE Conference on. 2010. 3493–3500.
- 12 Yang M, Zhang L, Zhang D, et al. Relaxed collaborative representation for pattern classification. Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2012 IEEE Conference on. 2012. 2224–2231.
- 13 Gao Z, Xiong C, Da B. Improved face recognition based on sparse representation with weighted residuals. Journal of South-Central University for Nationalities, 2012, 31(3)
- 14 FERET Database. <http://www.frvt.org/>.
- 15 AR Face Database. http://cobweb.ecn.purdue.edu/~aleix/aleix_face_DB.html.