

权重不完全确定的直觉模糊多属性决策的灰色关联分析方法^①

许大伟, 刘守生

(解放军理工大学 理学院, 南京 211101)

摘要: 针对属性权重信息不完全确定且属性值以直觉模糊数形式给出的多属性决策问题提出了一种灰色关联分析的方法. 首先介绍了直觉模糊理论的有关概念, 然后依据 TOPSIS、灰色关联分析法给出了解决问题的步骤, 并通过一个单目标优化模型求得属性信息的确定值, 从而得到排序结果. 最后给出了一个应用实例, 其结果表明了该方法的实用性和有效性.

关键词: 权重;直觉模糊集合;直觉模糊多属性决策;灰色关联分析;单目标优化

Intuitionistic Fuzzy Multiple Attribute Decision Making Method Based on Grey Relational Analysis with Incomplete Attribute Weights

XU Da-Wei, LIU Shou-Sheng

(Institute of Sciences, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101, China)

Abstract: This paper aimed at the intuitionistic fuzzy multiple attributes decision making issues with incomplete attribute weights, and we proposed a grey relational analysis method. First of all, the relative conception of the intuitionistic fuzzy theory was introduced, then we presented the steps to solve this kind of problem basing on the basic idea of TOPSIS and traditional grey relational analysis method, by utilizing the single objective programming model we got the determinate value of the weights information, so the rank was carried out. Finally, an example was used to illustrate the feasibility and effectiveness of the proposed approach.

Key words: weight; intuitionistic fuzzy set; IF multi-attribute decision making; grey relational analysis; single objective programming

1 引言

自 1965 年 Zadeh^[1]提出模糊集理论以来,该理论得到迅速发展. Atanassov^[2]对模糊集进行了拓展,给出了直觉模糊集概念(Intuitionistic Fuzzy Sets, IFSs),增加了新的属性参数——非隶属度函数,从而更加细腻地刻画客观世界的模糊性本质. 现实世界中很多问题也更适用 IFSs 进行描述.

多属性决策是现代决策科学的一个重要组成部分,它的理论和方法在工程设计、经济、管理和军事等诸多领域中有着广泛的应用. 基于直觉模糊数的多属性决策方法是当前多属性决策的研究热点, Li^[3]建立了若

干求解权重的线性规划模型,通过直觉指数加权平均最大化和距离测度,得到最优属性权重和方案的排序结果;卫贵武^[4]提出了基于投影的直觉模糊 MADM 方法;南江霞^[5]等提出了直觉模糊多属性决策的 TOPSIS 方法;李军^[6]将经典的 ELECTRE 方法推广到直觉模糊集上;刘秀梅等^[7]提出了基于集对分析联系数的信息不完全直觉模糊多属性决策,为解决此类问题给出了新的思路.

灰色关联分析法^[8]是我国著名学者邓聚龙教授提出地一种重要方法. 本文将灰色关联分析方法引入直觉模糊多属性决策,提出基于灰色关联分析方法的属

① 收稿时间:2012-11-05;收到修改稿时间:2012-12-27

性权重信息不完全确定的直觉模糊多属性决策方法,最后通过实例说明了方法的有效性与实用性.

2 预备知识

定义 1.^[9] 设 X 是一个非空集合, 则称 $A = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \mid x \in X \rangle \}$ 为直觉模糊集, 其中 $\mu_A(x)$ 和 $\nu_A(x)$ 分别为 X 中元素 x 属于 A 的隶属度和非隶属度, 即 $\mu_A : X \rightarrow [0, 1], x \in X \rightarrow \mu_A(x) \in [0, 1]; \nu_A : X \rightarrow [0, 1], x \in X \rightarrow \nu_A(x) \in [0, 1]$, 且 $0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$, 另外 $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$ 表示 X 中元素 x 属于 A 的犹豫度或不确定度, 为方便起见, 称 $a = (u_\alpha, v_\alpha)$ 为直觉模糊数.

定义 2.^[9] 设 W 表示已知的部分权重信息所确定的属性可能权重集合, 假设 W 中属性权重信息以以下形式给出(对任意 $i \neq j$):

- 1) 弱序: $\{ \omega_i \geq \omega_j \};$
- 2) 严格序: $\{ \omega_i - \omega_j \geq \delta_i (> 0) \};$
- 3) 倍序: $\{ \omega_i \geq \delta_i \omega_j \}, 0 \leq \delta_i \leq 1;$
- 4) 区间序: $\{ \delta_i \leq \omega_i \leq \delta_i + \varepsilon_i, 0 \leq \delta_i < \delta_i + \varepsilon_i \leq 1. \}$

定义 3.^[10] 设 $a_1 = (u_{a_1}, v_{a_1})$ 和 $a_2 = (u_{a_2}, v_{a_2})$ 为任意两个直觉模糊数, 则 a_1 和 a_2 的距离定义为:

$$d(a_1, a_2) = |u_1 - u_2| + |v_1 - v_2| + |\pi_1 - \pi_2|$$

3 权重信息不完全确定的直觉模糊多属性决策的灰色关联分析方法

3.1 直觉模糊数评价值的确定

假设有以下直觉模糊多属性决策问题: 可行方案集为 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, 评价属性集为 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$, $w = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$ 为对应的权重向量, 且

$\sum_{j=1}^n \omega_j = 1, \omega_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n$ 决策者对方案 x_i 针对属性 u_j 的评价值为直觉模糊数 $x_{ij} = (\mu_{x_{ij}}, \nu_{x_{ij}})$, 对于评价值 x_{ij} 确定方法主要有:

- 1) 资料参考法: 通过查询相关资料文献, 得到有关方案对属性的直觉模糊评价值.
- 2) 专家统计法: 通过多位专家打分, 按照不同专家的权重, 使用直觉模糊加权平均算子 (IFWA) 对专家打分值进行集成得到方案对属性的直觉模糊评价值.

3.2 本文方法的步骤

现在属性权重向量不完全确定, 以下给出基于灰色关联分析的此类直觉模糊多属性决策的具体步骤:

Step1: 建立直觉模糊多属性决策矩阵 $X = (x_{ij})_{m \times n}$. 首先我们需要对成本型属性进行规范化处理, 将其转化为效益型属性. 从而 $X = (x_{ij})_{m \times n}$ 转化成规范化直觉模糊多属性决策矩阵 $X' = (x'_{ij})_{m \times n}$, 其中:

$$x'_{ij} = (\mu_{ij}, \nu_{ij}) = \begin{cases} x_{ij}, & \text{当 } u_i \text{ 是效益型属性时} \\ \bar{x}_{ij}, & \text{当 } u_i \text{ 是成本型属性时} \end{cases} \quad (3)$$

其中 \bar{x}_{ij} 是 x_{ij} 的补, 也就是 $\bar{x}_{ij} = (\nu_{x_{ij}}, \mu_{x_{ij}})$.

Step2: 确定方案的正理想点与负理想点.

$$x^+ = (x_1^+, x_2^+, \dots, x_n^+), x_j^+ = (\max_i \mu_{ij}, \min_i \nu_{ij})$$

$$x^- = (x_1^-, x_2^-, \dots, x_n^-), x_j^- = (\min_i \mu_{ij}, \max_i \nu_{ij})$$

Step3: 按照定义 2 计算各方案属性分量与对应正、负理想点分量的距离 d_{ij}^+, d_{ij}^- .

$$d_{ij}^+ = d(x'_{ij}, x_j^+), d_{ij}^- = d(x'_{ij}, x_j^-)$$

Step4: 计算各个方案分量与正、负理想点分量的灰色关联系数 P_{ij}^+, P_{ij}^- .

$$P_{ij}^+ = \frac{\min_l \min_k d_{lk}^+ + \rho \max_l \max_k d_{lk}^+}{d_{ij}^+ + \rho \max_l \max_k d_{lk}^+},$$

$$l \in 1, 2, \dots, m; k \in 1, 2, \dots, n.$$

$$P_{ij}^- = \frac{\min_l \min_k d_{lk}^- + \rho \max_l \max_k d_{lk}^-}{d_{ij}^- + \rho \max_l \max_k d_{lk}^-},$$

$$l \in 1, 2, \dots, m; k \in 1, 2, \dots, n.$$

式中 ρ 为分辨系数, $\rho \in [0, 1]$ 一般取 $\rho = 0.5$.

Step 5: 计算各可行方案对于正、负理想点的关联度 P_i^+, P_i^- .

$$P_i^+ = \sum_{j=1}^n P_{ij}^+ \omega_j, P_i^- = \sum_{j=1}^n P_{ij}^- \omega_j, i = 1, 2, \dots, m$$

现在属性权重向量不完全确定, 而最理想的情况是各个可行的方案与正理想点关联度最大而同时与负理想点关联度最小, 此外, 方案之间没有偏好关系, 所以通过最优化模型来求解 ω_j , 从而得到 P^+, P^- 的具体值.

$$\min F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (P_{ij}^- - P_{ij}^+) \omega_j$$

$$s.t. \begin{cases} \omega_j \in W, j=1,2,\dots,n \\ \sum_{j=1}^n \omega_j = 1 \\ \omega_j \geq 0, j=1,2,\dots,n \end{cases}$$

$$D^- = (d_{ij}^-)_{4 \times 4} = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 & 0 & 0.8 \\ 1 & 0.2 & 0.8 & 0 \\ 0.2 & 1 & 0.4 & 0.6 \\ 0 & 0.6 & 1.2 & 0.2 \end{pmatrix}$$

Step6: 计算各可行方案对于正理想点的相对关联度 $R(i)$, 并通过 $R(i)$ 进行排序.

$$R(i) = \frac{P_{ij}^+}{P_{ij}^+ + P_{ij}^-}$$

所以得到各个方案与正、负理想点的灰色关联系数 P_{ij}^+, P_{ij}^- :

$$P^+ = (P_{ij}^+)_{4 \times 4} = \begin{pmatrix} 0.80 & 0.57 & 0.44 & 1.00 \\ 1.33 & 0.50 & 0.67 & 0.57 \\ 0.57 & 1.33 & 0.57 & 0.80 \\ 0.50 & 0.80 & 1.33 & 0.67 \end{pmatrix}$$

$$P^- = (P_{ij}^-)_{4 \times 4} = \begin{pmatrix} 0.57 & 1.00 & 1.33 & 0.57 \\ 0.50 & 1.00 & 0.57 & 1.33 \\ 1.00 & 0.50 & 0.80 & 0.67 \\ 1.33 & 0.67 & 0.44 & 1.00 \end{pmatrix}$$

4 实例分析

假设某企业现需要选择一个合作伙伴共同完成某项任务, 以保证该任务能快速、高效、低成本地完成. 现共有四个候选的合作伙伴 ($x_i, i=1, 2, 3, 4$) 可供选择. 决策者通过推动力 u_1 、互补性 u_2 、相处性 u_3 、共赢性 u_4 这 4 个指标对这四个候选合作伙伴给出专家统计得到的直觉模糊数形式的打分值, 规范化后具体如表 1 所示:

表 1

	u_1	u_2	u_3	u_4
x_1	(0.5,0.2)	(0.4,0.3)	(0.3,0.5)	(0.6,0.3)
x_2	(0.7,0.2)	(0.3,0.2)	(0.6,0.1)	(0.2,0.5)
x_3	(0.3,0.5)	(0.8,0.1)	(0.5,0.3)	(0.4,0.2)
x_4	(0.2,0.6)	(0.6,0.2)	(0.9,0.1)	(0.3,0.4)

假设属性权重不完全确定, 为

$$0.3\omega_1 \leq \omega_2 \leq 0.5\omega_1; \omega_1 - \omega_2 \leq 0.3; \omega_3 - \omega_2 \leq 0.1; 0.1 \leq \omega_4 \leq 0.5.$$

亦即

$$W = \{(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4) | 0.3\omega_1 \leq \omega_2 \leq 0.5\omega_1; \omega_1 - \omega_2 \leq 0.3; \omega_3 - \omega_2 \leq 0.1; 0.1 \leq \omega_4 \leq 0.5\}$$

首先我们确定方案的正理想点与负理想点分别为:

$$x^+ = (x_1^+, x_2^+, \dots, x_n^+) = \{(0.7, 0.2), (0.8, 0.1), (0.9, 0.1), (0.6, 0.2)\}$$

$$x^- = (x_1^-, x_2^-, \dots, x_n^-) = \{(0.2, 0.6), (0.3, 0.3), (0.3, 0.5), (0.2, 0.5)\}$$

然后计算各方案属性分量与对应正、负理想点分量的距离 d_{ij}^+, d_{ij}^- :

$$D^+ = (d_{ij}^+)_{4 \times 4} = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.8 & 1.2 & 0.2 \\ 0 & 1 & 0.6 & 0.8 \\ 0.8 & 0 & 0.8 & 0.4 \\ 1 & 0.4 & 0 & 0.6 \end{pmatrix}$$

从而通过求解以下最优化问题获取权重:

$$\min F = 0.23\omega_1 - 0.03\omega_2 - 0.33\omega_3 + 0.53\omega_4$$

$$s.t. \begin{cases} \omega_j \in W, j=1,2,\dots,n \\ \sum_{j=1}^n \omega_j = 1 \\ \omega_j \geq 0, j=1,2,\dots,n \end{cases}$$

通过求解可以得到:

$$w = (\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4) = (0.20, 0.10, 0.20, 0.50)$$

所以得到:

i	P_i^+	P_i^-	$R(i)$
1	0.81	0.77	0.51
2	0.74	0.98	0.43
3	0.76	0.75	0.50
4	0.78	0.92	0.46

通过比较 $R(i)$, 得到 4 个方案的排序值 $x_1 > x_3 > x_4 > x_2$, 所以可到方案 1 最优, 该企业应选择合作伙伴一共同完成此项任务.

参考文献

- 1 Zadeh LA. Fuzzy sets. Information and Control, 1965,8(3): 338-353.
- 2 Atanassov K. Intuitionistic fuzzy sets. Fuzzy Sets and Systems, 1986,20:87-96.
- 3 Li DF. Multi attribute decision making models and methods using intuitionistic fuzzy sets. Journal of Computer and System Science, 2005,70:73285.
- 4 卫贵武. 基于投影的直觉模糊多属性决策方法. 管理学报, (下转第 160 页)

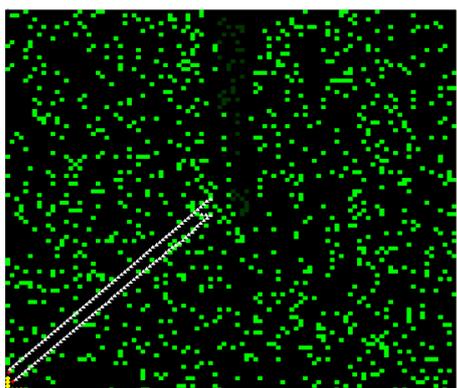


图5 运行64步后

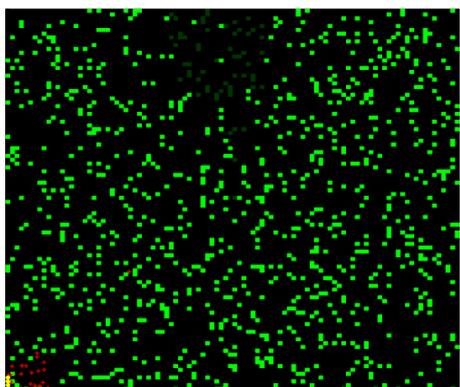


图6 20人运行50次后

实验基本完成了模型的仿真,疏散点位置作为人智能体的属性是人事先知道的事实,在火源开始蔓延后,树智能体按照规则点燃、燃烧,人智能体感知到树智能体的变化后即刻向疏散点移动,最终到达疏散点处。由实验还可以看出在人比较多的情况下,移动过程中会出现个别震荡现象,这是由于在选择下一步移动位置时出现了两个欧式距离相等的路径位置,从而使智能体在两个栅格位置处来回移动,出现震荡现

象,这是该实验不足的地方,后续工作还要优化人智能体移动算法。

3 结语

本文将多智能体思想应用于森林火灾下人员疏散的模型中,对森林火灾情形下牵涉到的两大主体人和树进行了建模,并借助于 Repast 平台进行了仿真,通过实验结果可以看出各智能体局部范围的协作交互便能很好的反映出整体大环境下的趋势。本文在建模的过程中没有考虑很复杂的现实情况,简化了各智能体的属性和动作,后续的工作是将更多的实际因素考虑进去,切实为森林火灾下人员疏散工作提供更多可行性的指导意见。

参考文献

- 董晓非.基于多智能体的森林火灾蔓延模拟.安徽农学通报,2010,16(9):202-208.
- 陆卓谟,秦文虎.火灾中基于个体行为的人群疏散仿真.东南大学学报,2011,41(6):1295-1299.
- 任书君,汪波,欧阳朝辉.基于 Agent 和元胞自动机的人员疏散过程中建模与仿真.福建电脑,2011,(2):99-101.
- 李海刚,吴启迪.多 Agent 系统研究综述.同济大学学报,2003,31(6):728-732.
- Macal CM, North MJ. Agent-based modeling and simulation. Agent-based modeling and simulation. In: Rossetti MD, Hill RR, Johansson B, Dunkin A, Ingalls RG, eds. Proc. of the 2009 Winter Simulation Conference. 2009: 86-98.
- 黎夏,叶嘉安.地理模拟系统:元胞自动机与多智能体.北京:科学出版社,2007.

(上接第163页)

- 2009,6(9):1154-1156.
- 南江霞,李登峰,张茂军.直觉模糊多属性决策的 TOPSIS 方法.运筹与管理,2008,6(17):34-37.
- 李军,刘颖.基于直觉模糊集的 ELECTRE 方法.装甲兵工程学院学报,2011,8(25):92-96.
- 刘秀梅,赵克勤.基于集对分析联系系数的信息不完全直觉模糊多属性决策.数学的实践与认识,2010,1(40):67-77.

- Deng JL. The control problems of gray systems, System & Control Letters, 1982,5:288-294.
- 徐泽水.直觉模糊信息集成理论及应用.北京:科学出版社,2008.
- 徐旭东.直觉模糊信息集成方法及其应用研究[硕士学位论文].南京:中国人民解放军理工大学,2010.