一种基于博弈论的疏散出口选择模型①

孙 亮，马 跃，廉东本

(中国科学院沈阳计算技术研究所，沈阳 110168)
(中国科学院研究生院，北京 100049)

摘 要：针对紧急情况下人员疏散行为的特点，提出一种基于博弈论的疏散模型。模型考虑了疏散过程中疏散者之间的相互影响，每个逃生者根据其他逃生者的策略进行最优决策，逃生者的策略为纳什均衡下的策略。给出纳什均衡的求解方法，通过实例模拟验证其合理性。模型采用基于元胞自动机的仿真技术对人员疏散过程进行仿真，通过仿真表明模型能有效模拟多出口条件下人员应急疏散特性。

关键词：博弈论；纳什均衡；出口选择；元胞自动机；疏散

Game Theory Based Exit Selection Model for Evacuation

SUN Liang, MA Yue, LIAN Dong-Ben

(Shenyang Institue of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110168, China)
(Graduate University, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: This paper presents a model based on game theory, for the characters of the evacuation behavior in emergency. In consideration of evacuees' interact during the evacuation process, every evacuee makes a best decision due to others' strategies, which is called Nash equilibrium strategy. This model presents a Method for solving the Nash equilibrium, and the rationality of the method is validated by sample simulation. The model simulates the process of the evacuation by adopting cellular automata technology to indicates the model can simulate effectively the personnel emergent characteristic under the multi-exits condition.

Key words: game theory; nash equilibrium; selection of exits; cellular automata; evacuation

1 引言

近年来，地震、水灾、火灾、工业事故等灾害性事件层出不穷，严重威胁人民的生命财产安全。当突发灾害性事件时，通常需要在短时间内进行大规模人员疏散，疏散工作开展不及时往往会造成重大人员伤亡及财产损失。因此对人员应急疏散的研究具有极大的现实意义。

在对建筑物场景的人员疏散研究的研究中，计算机仿真逐渐成为其重要的研究手段。目前国内外学者已提出了多种针对建筑物场景的疏散模型，并逐步在安全疏散系统设计中得到应用。然而目前的一些模型对多出口场景中的疏散模拟则相对简单[1]，模型中人员对于出口的选择仅是简单的选择最近的出口，但在现实疏散过程中个人对出口的选择往往会受到很多其他因素的影响[2]，如出口的大小，个人到出口间排队等待的人数等[3]。

本文结合辽河流域应急管理决策平台，提出了一种基于博弈论的人员疏散模型，该模型能有效模拟应急疏散过程中人员对出口的合理决策。

2 模型

2.1 内在本质

在多出口场景的人员疏散过程中，逃生者对于出口的合理选择往往会决定其能否顺利逃离危险区域。逃生者对于出口的选择不仅会受到人员到出口的距离，出口大小等因素的影响，也会受到其他逃生者行

① 收稿时间:2011-04-26;收到修改稿时间:2011-06-03

为的影响。比如在现实疏散过程中，逃生者往往会舍近求远，选择相对空闲的出口，以免在出口发生拥堵。在紧急疏散过程中，若不考虑道德因素，则可以认为逃生者之间是相互竞争的关系，每个逃生者的目标都是能够尽快逃离危险场景。假设所有的逃生者的决策过程都是理性的，则可以运用非合作博弈论来描述逃生者的行为。每个逃生者都根据其他逃生者的策略决策（出口选择）来采取策略，从而获得最大收益，即从该出口逃生所用的时间是最短的。

假设危险空间中有 n 个逃生者参与博弈，在已知其他逃生者策略的条件下，每个逃生者选择自己的最优策略。在这种情况下，各逃生者所选择的策略都是最优策略，称这一组最优策略组合为纳什均衡[4]。纳什均衡并不意味着博弈各方达到了一个整体的最优状态，但是对于每一个逃生者都是相当其他逃生者的最优策略选择，所以没有再单方面改变其策略的动机，能够很好的反映现实应急疏散场景下逃生者的策略选择行为。

纳什均衡的数学定义如下：

在 n 个参与者的博弈 $G=\{S_1,\cdots,S_n;u_1,\cdots,u_n\}$ 中，如果策略组 $\{s_1^*,\cdots,s_n^*\}$ 满足对每一参与者 i 有：

$$s_i^*=\arg\max_{s_i\in S_i}u_i\left(s_1^*,\cdots,s_{i-1}^*,s_i,s_{i+1}^*,\cdots,s_n^*\right)\quad(1)$$

则称策略组 $\{s_1^*,\cdots,s_n^*\}$ 是该博弈的纳什均衡。

其中 S_i 表示参与者 i 可选择的策略集合，u_i 表示参与者 i 的收益函数，$G=\{S_1,\cdots,S_n;u_1,\cdots,u_n\}$ 表示策略集合为 $S_1,\cdots,S_n$，收益函数为 $u_1,\cdots,u_n$ 的一个 n 人博弈。$s_i\in S_i$ 表示参与者 i 选择的一个特定策略，用 $\{s_1,\cdots,s_n\}$ 表示每个参与者选定一个策略所形成的策略组合。由公式(1)可知，s_i^* 为参与者 i 针对其他 n-1 个参与者所选策略 $\{s_1^*,\cdots,s_{i-1}^*,s_{i+1}^*,\cdots,s_n^*\}$ 的最优反应策略。$\{s_1^*,\cdots,s_n^*\}$ 为每一个参与者都满足(1)式所形成的策略组合，即纳什均衡。

2.2 出口选择博弈模型

首先将该疏散问题的非正式描述转化为一个博弈的标准式表述。博弈的标准式包括以下要素：1)参与者；2)策略集；3)收益。

在该疏散模型中，参与者 N 为 n 个逃生者。

$$\mathbf{N}=\{1,\cdots,n\}$$

参与者 i 的策略集 S_i 为可选择的出口集合 E_i。

$$S_i=E_i=\{e_1,\cdots,e_k\}$$

每个参与者对于策略 $s_i=e_k\in S_i$ 的收益为其从出口 e_k 逃生所用的时间，该时间为逃生者移动到出口 e_k 的时间与在逃生过程中拥堵所耗费的时间之和。

逃生者 i 移动到出口 e_k 的时间 $\tau_i(e_k)$ 为逃生者距离出口 e_k 的距离 $d_i(e_k)$ 除以逃生者的移动速度 v。

$$\tau_i(e_k)=\frac{1}{v}d_i(e_k)$$

逃生者 i 在逃生过程中拥堵所耗费的时间 $H_i(e_k)$ 主要由以下客观因素决定：1)出口大小因素，2)其他逃生者中选择同样出口且相比逃生者 i 距离出口更近的人数[3]，3)出口的堵塞程度。由因素 2)可知，每个逃生者都要在决策之前估计其他逃生者的目标出口，并根据其他逃生者的策略进行决策，因此该模型构成了一个博弈。因素 3)通过计算当前时间步出口一定区域内的人员密度实现。

$$H_i(e_k,s_{-i})=\frac{\rho(e_k)\left|\Lambda_i(e_k,s_{-i})\right|}{\beta(e_k)}\quad(2)$$

其中，

$$\Lambda_i(e_k,s_{-i})=\left\{j\neq i\,|\,s_j=e_k,d_j(e_k)<d_i(e_k)\right\}$$

$|\cdot|$ 表示集合中元素的个数，$\beta(e_k)$ 表示出口 e_k 单位时间步能通过的最大人数，$\rho(e_k)$ 表示当前时间步出口一定区域内的人员密度。

综上，当参与者 i 选择策略 $s_i=e_k$ 时，收益函数 T_i 为：

$$T_i(e_k,s_{-i})=\tau_i(e_k)+H_i(e_k,s_{-i})\quad(3)$$

2.3 计算纳什均衡解

由公式(2)可知，参与者 i 需要根据 $\Lambda_i(e_k,s_{-i})$ 的策略进行决策，但是初始情况下，$\Lambda_i(e_k,s_{-i})$ 的策略未知，无法首先计算出参与者 i 的收益，因此需按照一定的次序来求解每个参与者的收益。具体方法如下：

对于一个 K 个出口的场景，对每一个出口 k 建立一个链表 List[k]，每个参与者按照 $d(e_k)$ 递增的顺序插入链表 List[k]，链表中各元素保存的数据为参与者对象的一个浅拷贝。

算法具体实现：

1) 初始化各变量。已确定出口的人数 treatPeoNum=0；创建一个长度为 K 的数组 queue[]，初始化 queue[k] = 0, $k\in[0,K)$，queue[k]表示当前已经确定选择出口为的人数；当前处理的出口 exitNow=0。

2) 如果全部逃生者均确定了出口，则结束。

3) 从链表 List[exitNow]中取出头结点的数据，即

参与者对象 peopleNow。

4) 如果该参与者已经确定出口，则从链表中删除该结点，并返回执行步骤 3)。

5) 根据收益函数计算该参与者的收益，判断当前策略是否最优。如果是则确定该逃生者的策略为当前出口 exitNow，即 peopleNow.exitSelect = exitNow，并执行步骤 6)。否则执行步骤 7)。

6) 更新各变量值，beforeNum[exitNow]++；treatPeoNum++。返回执行步骤 2)。

7) 处理其它出口。exitNow++；exitNow %=K。返回执行步骤 2)。

2.4 博弈结论分析

证明由上述算法确定的策略为纳什均衡状态下的策略。

当算法执行到步骤 5)且满足最优策略判断时，令 i=peopleNow，e_k =exitNow，$e_s \in E$ 且 $e_s \neq e_k$，其中 E 为出口集合。

由算法的实现过程可知：

$$\left|\Lambda_i(e_k,s_{-i})\right| = queue[e_k]$$

$$\left|\Lambda_i(e_s,s_{-i})\right| \geq queue[e_s]$$

$$\tau_i(e_k)+\frac{\rho(e_k)\cdot queue[e_k]}{\beta(e_k)} \leq \tau_i(e_s)+\frac{\rho(e_s)\cdot queue[e_s]}{\beta(e_s)}$$

因此对 $\forall e_s \in E, e_s \neq e_k$ 有：

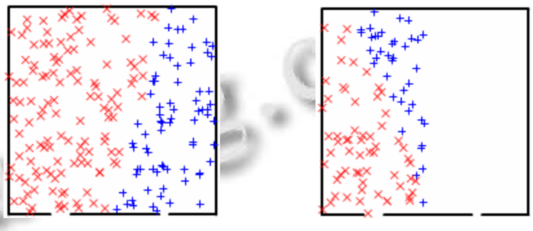
$$\begin{aligned} T_i(e_k,s_{-i}) &= \tau_i(e_k)+\frac{\rho(e_k)\cdot\left|\Lambda_i(e_k,s_{-i})\right|}{\beta(e_k)} \\ &= \tau_i(e_k)+\frac{\rho(e_k)\cdot queue[e_k]}{\beta(e_k)} \\ &\leq \tau_i(e_s)+\frac{\rho(e_s)\cdot queue[e_s]}{\beta(e_s)} \\ &\leq \tau_i(e_s)+\frac{\rho(e_s)\cdot\left|\Lambda_i(e_s,s_{-i})\right|}{\beta(e_s)} \\ &= T_i(e_s,s_{-i}) \end{aligned}$$

故 e_k 为参与者 i 的最优策略，由此可知，由 2.3 中算法得到的策略集为纳什均衡。

2.5 模拟验证

以 20m×20m 的两出口房间为疏散模拟环境，房间左边出口的宽度为 2m，右边出口的宽度为 1m，图(a)表示在整个房间中随机产生 200 名疏散者，图(b)表示在房间左半区域(10m×20m)中随机产生 100 名疏散者，依据本文给出的算法进行出口决策。如图 1 所示，“×”表示选择左侧出口的疏散者，“+”表示选择右侧出口的疏散者。

由图(b)可知，疏散人员会根据其他参与者的策略选择进行决策，如图中的“+”参与者并未选择离自己最近的左侧出口，而是选择相对空闲的右侧出口。经模拟验证，该模型能合理模拟多出口场景的人员应急疏散。



(a) (b)

图 1 200 人纳什均衡模拟

3 疏散过程仿真

本文采用基于元胞自动机[5]（CA）的仿真技术对人员疏散过程进行仿真。

3.1 人员疏散模型的基本假定

1) 疏散空间：将疏散区域设定为一个二维的空间，将二维空间均匀的划分为 0.5m0.5m 的元胞空间。每个元胞有两种状态：一为被人员占据，二为空。另外为每个元胞设定一个特定的属性来保存元胞到各个出口的距离，墙体元胞到出口距离的属性值设定为一个大值，本模型设为 500。

2) 疏散人员：初始化时每个疏散人员占据一个元胞。在单位时间步内，疏散者只能移动到其邻域元胞或停留在中心元胞中，模型采用 Moore 型邻域，如图 2 所示。当邻元处于被占据状态时，则不能移入。被人员占据的元胞每个时间步进行一次更新，每次更新前首先依据出口选择博弈算法确定每个疏散者的出口决策，更新顺序采用距离目标出口最近的疏散者优先更新的原则，当多个疏散者到目标出口的距离相同时，则随机更新顺序。

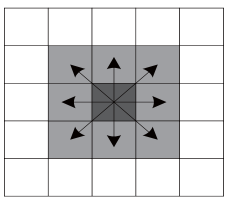


图 2 人员移动邻域

3) 人员目标位置选取规则：每个疏散者有 9 个可选位置作为自己的下一步目标位置，目标位置的选取规则为离目标出口距离最短且未被占用的目标位置，当出现多个目标位置满足上述条件时，选择相对宽松的目标位置，即邻域中被人员或墙体占用较少的元胞。图 3 给出一个目标位置选取的例子，图中“”表示疏散者，现对图中黑色“”的疏散者的目标位置进行选取。该疏散者下一时间步可能的移动位置为 A、B、C、D，其中 B 和 C 离出口距离更近，若该疏散者移动到 B 位置则邻域中有 3 个元胞被占据，若该疏散者移动到 C 位置则邻域中有 5 个元胞被占据（包括墙体），所以依据上述规则，目标位置为 B。

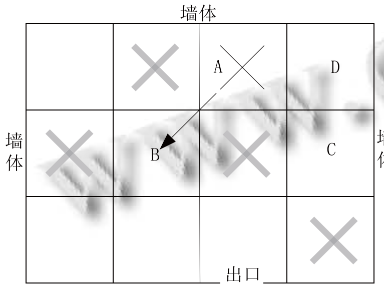


图 3　人员移动邻域

3.2 人员疏散仿真流程

人员仿真流程如图 4 所示。

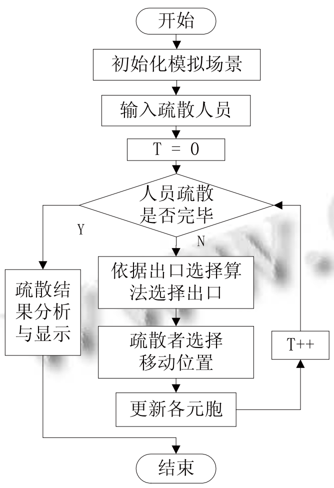
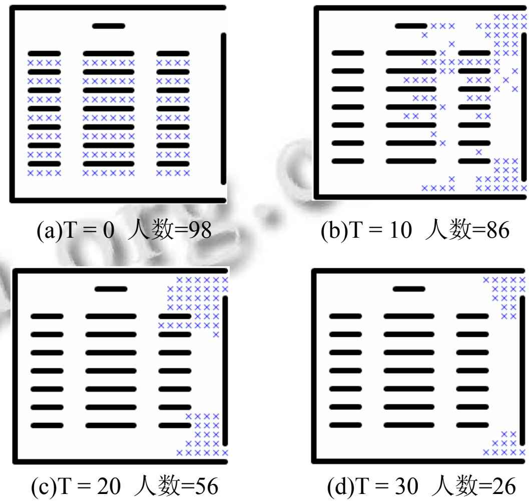


图 4　人员疏散仿真流程

3.3 仿真实例

在仿真分析中以教室为疏散环境，教室被被划分为 24×22 个元胞，两个出口大小分别为一个元胞和两个元胞，教室桌子，讲台及 98 个疏散者的初始位置如图 5(a)所示。人员的疏散过程如图 5 所示。模拟结果显示共有 62 人通过右上的出口，36 人通过右下的出口，共用时 40 个时间步。通过 CA 技术实现了人员对障碍物的绕行及出口拥堵的拱形状态。



(a)T = 0　人数=98　(b)T = 10　人数=86

(c)T = 20　人数=56　(d)T = 30　人数=26

图 5　仿真环境

4　结语

本文针对紧急情况下人员疏散行为的特点，提出一种基于博弈论的疏散模型。模型假设在紧急疏散过程中疏散者都是理性且相互竞争的，每个疏散者的决策会受到其他疏散者的影响，通过求解疏散者的纳什均衡状态，得到了疏散者对出口的合理选择。通过对某教室的算例仿真分析，验证了模型的有效性与模拟能力。

参考文献

1 施正威,陈治亚,周乐,凌景文.多出口条件行人疏散的元胞自动机模型.系统工程,2010,9,51–56.

2 Pan X. Computational Modeling of Human and Social Behaviors for Emergency Egress Analysis. Dissertation, California: Stanford University, 2006.

3 Ehtamo H, Heli S, Vaara TK, Hostikka S. Game Theoretic Best-Response Dynamics for Evacuees Exit Selection. Advances in Complex Systems, 2010,13(1),113–134.

4 Nash J. Equilibrium points in n-person games. Proc. of the National Academy of Sciences,1950,36(1):48–49.

5 Neumann JV, Burks AW. Theory of Self-Reproduction Automata, University of Illinois Press, Urbana, 1966.