

# 基于期望轨迹补偿的机器人鲁棒自适应控制<sup>①</sup>

王延玉, 刘国栋

(江南大学 物联网工程学院, 无锡 214122)

**摘要:** 针对机器人存在的参数不确定性和外扰的问题, 提出了一种基于期望轨迹补偿和自适应控制的方法, 在传统自适应控制方法的基础上, 结合变结构控制方法, 设计了一种新的控制策略。该方法采用期望轨迹补偿, 离线计算回归矩阵, 可以有效节约控制系统在线计算的时间, 实时性好, 并利用变结构思想补偿非线性摩擦和外界干扰, 利用 Lyapunov 直接法分析证明系统可实现全局渐进稳定, 而且由于自适应率中不含有不确定项, 可以有效解决参数辨识过程中的参数漂移问题, 仿真结果也表明, 系统估计参数收敛于真实值, 并对于系统不确定性和外扰具有较好的鲁棒性。

**关键词:** 机器人; 期望轨迹; 自适应控制; 变结构

## Robust Adaptive Controller for Robot Manipulator Based on Desired Trajectory Compensation

WANG Yan-Yu, LIU Guo-Dong

(Internet of Things Engineering Institute, Southern Yangtze University, Wuxi 214122, China)

**Abstract:** A robust adaptive controller with guaranteed transient performance under a desired compensation adaptation law is developed for trajectory tracking control of robot manipulator in the presence of parametric uncertainties and external disturbances. With some modifications to the conventional adaptation law, a new control law is redesigned by combining the design methodologies of adaptive control and sliding mode control. The adaptive scheme has best computationally efficient for real-time calculating of the regressor, and compensate nonlinear friction and external disturbances via thought of variable structure. The global asymptotic stability is validated by Lyapunov direct method. Because the adaptation law is robust to uncertainty, the parameter is not contaminated with noise, simulation results show the estimated parameters are converged and the good robust and accuracy are obtained.

**Key words:** robot; desired trajectory; adaptive control; variable structure

### 1 引言

机器人是一类复杂的多输入多输出、高度耦合和非线性的机械系统, 由于质量、质心位置等一些动力学参数很难确定, 而且惯性矩阵特性与重力负载也会随机械臂的位置的不同而发生变化, 同时机器人又受外部扰动、未建模动态等非参数不确定性的影响, 因此寻求机器人鲁棒性的控制具有极其重要的意义。

为了解决这些不确定性的影响, 研究者普遍采用自适应控制<sup>[1,2]</sup>和变结构控制<sup>[3]</sup>这两种非线性鲁棒控制方法, 自适应控制能够有效的在线估计位置机器人动

力学参数, 但是对系统随机干扰和未建模动力学特性较为敏感, 容易导致系统失稳, 而且在实时回归矩阵计算中, 需要计算大量的关节位置和关节速度的非线性函数, 因此会花费很长的实时计算时间, 使控制的实时性大打折扣, 而变结构控制对外界干扰和模型参数不确定性具备某种不变性, 即完全鲁棒, 但要求已知系统未建模部分上界, 这在实际中有一定困难, 目前的鲁棒自适应控制研究, 通常是将系统的所有不确定因素转换为一个结构已知的上界参数未知多项式进行估计<sup>[4]</sup>。

① 收稿时间:2011-01-18;收到修改稿时间:2011-03-10

对于机器人这种高精度机械伺服系统,摩擦环节的存在是提高系统性能的障碍。在机器人的补偿控制中,需要对摩擦环节建立数学模型,但在实践中,对摩擦建立精确的数学模型非常困难<sup>[5]</sup>。

本文针对上述两种控制方法各自的优缺点,依据文献[6],提出一种基于 Lyapunov 直接法的非线性鲁棒自适应控制方法,通过在控制中引入变结构补偿项,对模型不明确因素摩擦和干扰进行补偿。并且针对文献[6]实时性差和参数漂移的问题,采用期望轨迹回归矩阵来补偿机器人的结构不确定性,离线计算回归矩阵,增强了控制的实时性,而且在参数辨识过程中有效避免参数漂移问题。最后通过理论推导和仿真实验证明该算法使机器人系统具有较强的鲁棒性和稳定性。

## 2 机器人轨迹跟踪控制问题描述

旋转关节机器人系统的动力学模型可表述为: 机器人数学模型通常用下面的微分方程描述:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F(\dot{q}, v) + d(t) = \tau \quad (1)$$

式中

$q, \dot{q}, \ddot{q} \in R^n$  分别为关节位置向量、速度和加速度向量;  $M(q) \in R^{n \times n}$  为机器人臂的惯量矩阵;  $C(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$  表示机器人臂的哥氏力/离心力矩阵;  $g(q) \in R^n$  是机器人的重力项;  $d(t)$  为外部随机干扰;  $F(\dot{q}, v) \in R^n$  表示摩擦力项。

非线性摩擦  $F(\dot{q}, v)$  可以表示为<sup>[7]</sup>:

$$F(\dot{q}, v) = \lambda(\dot{q})F_s(\dot{q}) + [1 - \lambda(\dot{q})]F_c(\dot{q}, v) \quad (2)$$

$|F_c(\dot{q})| \leq \gamma_c$ ,  $|F_s(\dot{q}, v)| \leq \gamma_s$ ,  $\forall v, \dot{q}$ ,  $F_s(\dot{q})$ ,  $F_c(\dot{q}, v)$  分别表示未知的静摩擦力和动摩擦力, 正常数  $\gamma_c$ 、 $\gamma_s$  分别为其上界,  $\lambda(\dot{q})$  为如下定义的开关函数:

$$\lambda(\dot{q}) = \begin{cases} 1 & |\dot{q}| \leq \varepsilon \\ 0 & |\dot{q}| > \varepsilon \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $\varepsilon > 0$  为充分小的常数。

本文要用到的机器人动力学模型结构特性:

性质 1. 惯性矩阵  $M(q)$  是对称正定的, 且对于所有  $q \in R^n$  的一致有界。

性质 2.  $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$  为斜对称阵, 即

$$\dot{M}(q) = C(q, \dot{q}) + C^T(q, \dot{q}) \quad \forall x \in R^n \quad (4)$$

性质 3. 机器人系统满足线性特性

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta \quad (5)$$

式中,  $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$  是  $n \times r$  已知函数矩阵, 称作回归矩阵

(Regressor),  $\theta$  是  $r \times 1$  机器人物理参数向量。

假设: 非结构化随机干扰  $d(t)$  的界已知, 有  $d(t) \leq D \quad \forall t \in R^+$ 。

定义滑动模变量为:  $r = \dot{e} + \Lambda e = \dot{q} - \dot{q}_d$ ;  $\dot{q}_r = \dot{q}_d - \lambda e$ ;  $e = q - q_d$ ,  $\Lambda$  为正定增益矩阵。机器人动力学模型可以描述成如下形式:

$$M(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + G(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\theta \quad (6)$$

由此可见机器人系统的广义误差模型为:

$$M(q)\ddot{r} + C(q, \dot{q})\dot{r} + Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r)\theta + F(\dot{q}, v) + d(t) = \tau \quad (7)$$

控制目标: 定义目标轨迹为  $\ddot{q}_d, \dot{q}_d, q_d \in R^n$ , 并且满足  $q_d$  满足二阶导数分段连续, 本文控制目标为寻找控制策略  $\tau$ , 使机器人的实际运动轨迹跟踪目标轨迹, 且保证  $\dot{e}$  和  $e$  在全局内满足渐近或有界稳定性。

## 3 控制器的设计

控制器结构为:

$$\tau = Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d)\hat{\theta} - F_v r - F_p e - \sigma_n |e|^2 r - \rho_s \operatorname{sgn}(r) - \begin{cases} \gamma_s \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| \leq \varepsilon \\ \gamma_c \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| > \varepsilon \end{cases} \quad (8)$$

其中  $\hat{\theta}$  为  $\theta$  的估计值,  $F_v = \sigma_v I$ 、 $F_p = \sigma_p I$  为增益矩阵,  $\sigma_n$ ,  $\sigma_p$ ,  $\sigma_v$  为待定系数,  $\rho_s$  为变结构增益, 并且满足  $\rho_s \geq D$ 。

参数自适应率为:

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) r \quad (9)$$

其中  $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ 。

定理. 对于(1)式所描述的机器人系统, 在满足假设 1、2 的条件下, 采用上述所示控制率和参数自适应率, 则整个机器人系统满足全局渐近稳定, 即  $e, \dot{e} \rightarrow 0$  当  $t \rightarrow \infty$ 。

证明: 定义李雅普诺夫函数为

$$V = \frac{1}{2} r^T M(q) r + \frac{1}{2} e^T (F_p + \lambda^2 \bar{\lambda}) e + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (10)$$

其中  $\bar{\lambda} = \frac{\lambda_M + \lambda_m}{2}$ ,  $\lambda_M, \lambda_m$  分别为  $M(q)$  最大和最小特征值。

对其求导得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= r^T M(q) \dot{r} + \frac{1}{2} r^T \dot{M}(q) r + e^T (F_p + \lambda^2 \bar{\lambda}) \dot{e} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \\ &= r^T [M(q) \dot{r} + C(q, \dot{q}) r] + r^T [C(q, \dot{q}) + \dot{M}(q)] r + e^T (F_p + \lambda^2 \bar{\lambda}) \dot{e} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \\ &= r^T [\tau - Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r) \theta - F(\dot{q}, v) - d(t)] + e^T (F_p + \lambda^2 \bar{\lambda}) \dot{e} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \end{aligned}$$

代入控制率得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= r^T [Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d, \ddot{q}_d) \hat{\theta} - F_v r - F_p e - \sigma_n |e|^2 r - \rho_s \operatorname{sgn}(r) - \\ &\begin{cases} \gamma_s \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| \leq \varepsilon \\ \gamma_c \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| > \varepsilon \end{cases} - Y(q, \dot{q}, \ddot{q}, \ddot{q}) \theta - F(\dot{q}, v) - d(t)] + e^T (F_p + \lambda^2 \bar{\lambda}) \dot{e} \\ &+ \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \\ &= r^T \{Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d, \ddot{q}_d) \hat{\theta} - Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d, \ddot{q}_d) \theta - F_v r - F_p e - \sigma_n |e|^2 r \\ &- \rho_s \operatorname{sgn}(r) - \begin{cases} \gamma_s \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| \leq \varepsilon \\ \gamma_c \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| > \varepsilon \end{cases} - [Y(q, \dot{q}, \ddot{q}, \ddot{q}) - Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d, \ddot{q}_d)] \theta \\ &- F(\dot{q}, v) - d(t)\} + e^T (F_p + \lambda^2 \bar{\lambda}) \dot{e} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \\ &= r^T Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d, \ddot{q}_d) \tilde{\theta} + r^T \{-F_v r - F_p e - \sigma_n |e|^2 r - \\ &[Y(q, \dot{q}, \ddot{q}, \ddot{q}) - Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d, \ddot{q}_d)] \theta\} + r^T \{-\rho_s \operatorname{sgn}(r) - \\ &\begin{cases} \gamma_s \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| \leq \varepsilon \\ \gamma_c \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| > \varepsilon \end{cases} - F(\dot{q}, v) - d(t)\} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \\ &= r^T Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d, \ddot{q}_d) \tilde{\theta} + r^T \{-F_v r - F_p e - \sigma_n |e|^2 r - \\ &[Y(q, \dot{q}, \ddot{q}, \ddot{q}) - Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d, \ddot{q}_d)] \theta\} + \\ &r^T \{-\rho_s \operatorname{sgn}(r) - \begin{cases} \gamma_s \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| \leq \varepsilon \\ \gamma_c \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| > \varepsilon \end{cases} - F(\dot{q}, v) - d(t)\} \\ &+ e^T (F_p + \lambda^2 \bar{\lambda}) (-\lambda e + r) + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \\ &= r^T \{-F_v r - F_p e - \sigma_n |e|^2 r - [Y(q, \dot{q}, \ddot{q}, \ddot{q}) - Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d, \ddot{q}_d)] \theta\} \\ &+ r^T \{-\rho_s \operatorname{sgn}(r) - \begin{cases} \gamma_s \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| \leq \varepsilon \\ \gamma_c \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| > \varepsilon \end{cases} - F(\dot{q}, v) - d(t)\} + \\ &e^T (F_p + \lambda^2 \bar{\lambda}) (-\lambda e + r) + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} + r^T Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d, \ddot{q}_d) \tilde{\theta} \end{aligned}$$

依据文献[1], 可知

$$\begin{aligned} -r^T [Y(q, \dot{q}, \ddot{q}, \ddot{q}) - Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d, \ddot{q}_d)] \theta &\leq r^T (\lambda M(q) + b_1 I) r \\ + r^T (-\lambda^2 M(q) + b_2 I) e + b_3 (|r|^2 |e| + \lambda |r| |e|^2) \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq r^T (-F_v r - F_p e - \sigma_n |e|^2 r) + r^T (\lambda M(q) + b_1 I) r \\ &+ r^T (-\lambda^2 M(q) + b_2 I) e + b_3 (|r|^2 |e| + \lambda |r| |e|^2) + \\ &e^T (F_p + \lambda^2 \bar{\lambda}) (-\lambda e + r) + r^T \{-\rho_s \operatorname{sgn}(r) - \begin{cases} \gamma_s \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| \leq \varepsilon \\ \gamma_c \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| > \varepsilon \end{cases} \\ &- F(\dot{q}, v) - d(t)\} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} + r^T Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d, \ddot{q}_d) \tilde{\theta} \end{aligned}$$

对于:  $r^T \begin{cases} \gamma_s \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| \leq \varepsilon \\ \gamma_c \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| > \varepsilon \end{cases} - F(\dot{q}, v)$

当  $r < 0$  时  $- \begin{cases} \gamma_s \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| \leq \varepsilon \\ \gamma_c \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| > \varepsilon \end{cases} - F(\dot{q}, v)$

$$= \begin{cases} \gamma_s - F(\dot{q}, v) & |\dot{q}| \leq \varepsilon \\ \gamma_c - F(\dot{q}, v) & |\dot{q}| > \varepsilon \end{cases} = \begin{cases} \gamma_s - F_s(\dot{q}) & |\dot{q}| \leq \varepsilon \\ \gamma_c - F_c(\dot{q}, v) & |\dot{q}| > \varepsilon \end{cases} \geq 0$$

所以  $r^T \begin{cases} \gamma_s \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| \leq \varepsilon \\ \gamma_c \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| > \varepsilon \end{cases} - F(\dot{q}, v) \leq 0$

当  $r > 0$  时

$$r^T \begin{cases} \gamma_s \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| \leq \varepsilon \\ \gamma_c \operatorname{sgn}(r) & |\dot{q}| > \varepsilon \end{cases} - F(\dot{q}, v) \leq 0$$

同理可证:

$$r^T [-\rho_s \operatorname{sgn}(r) - d(t)] \leq 0$$

对于:  $\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} + r^T Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d, \ddot{q}_d) \tilde{\theta}$

代入自适应率上式为:

$$-\tilde{\theta}^T Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d, \ddot{q}_d) r + r^T Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d, \ddot{q}_d) \tilde{\theta} = 0$$

所以

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq r^T (-\sigma_n |e|^2 r) + r^T (-F_v + \lambda M(q) + b_1 I) r + r^T (-\lambda^2 M(q) \\ &+ b_2 I + \lambda^2 \bar{\lambda}) e + b_3 (|r|^2 |e| + \lambda |r| |e|^2) + e^T (F_p + \lambda^2 \bar{\lambda}) (-\lambda e) \\ &\leq -(\sigma_v - \lambda \lambda_M - \frac{b_3 + 4b_1}{4}) |r|^2 + r^T (-\lambda^2 M(q) + b_2 I + \lambda^2 \bar{\lambda}) e - \\ &\lambda (\sigma_p + \lambda^2 \bar{\lambda} - \frac{b_3}{4}) |e|^2 - b_3 |r|^2 [\frac{1}{2} - |e|^2] \\ &- \lambda b_3 |e|^2 [\frac{1}{2} - |r|^2] - [\sigma_n - (1 + \lambda)] |e|^2 |r|^2 \end{aligned}$$

选取  $\sigma_n \geq 1 + \lambda$ , 则

$$\dot{V} \leq - \begin{bmatrix} |r| |e| \\ |e| \end{bmatrix} \begin{pmatrix} (\sigma_v - \lambda \lambda_M - \frac{b_3 + 4b_1}{4}) & \frac{b_2}{2} + \frac{\lambda(\lambda_M - \lambda_m)}{4} \\ \frac{b_2}{2} + \frac{\lambda(\lambda_M - \lambda_m)}{4} & \lambda(\sigma_p + \lambda^2 \bar{\lambda} - \frac{b_3}{4}) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} |r| \\ |e| \end{bmatrix}$$

$$\text{设 } \bar{W} = \begin{pmatrix} \bar{\sigma}_v & 0 \\ 0 & \bar{\sigma}_p \end{pmatrix}$$

$$\bar{W} = - \begin{pmatrix} (\bar{\sigma}_v - \lambda \lambda_M - \frac{b_3 + 4b_1}{4}) & \frac{b_2}{2} + \frac{\lambda(\lambda_M - \lambda_m)}{4} \\ \frac{b_2}{2} + \frac{\lambda(\lambda_M - \lambda_m)}{4} & \lambda(\bar{\sigma}_p + \lambda^2 \bar{\lambda} - \frac{b_3}{4}) \end{pmatrix}$$

取适当的  $\bar{\sigma}_v, \bar{\sigma}_p, \lambda$  使  $\bar{W} \geq 0$ , 则

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq - \begin{bmatrix} |r| |e| \\ |e| \end{bmatrix} \begin{pmatrix} (\bar{\sigma}_v - \lambda \lambda_M - \frac{b_3 + 4b_1}{4}) & \frac{b_2}{2} + \frac{\lambda(\lambda_M - \lambda_m)}{4} \\ \frac{b_2}{2} + \frac{\lambda(\lambda_M - \lambda_m)}{4} & \lambda(\bar{\sigma}_p + \lambda^2 \bar{\lambda} - \frac{b_3}{4}) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} |r| \\ |e| \end{bmatrix} \\ &\leq -\bar{\sigma}_v |r|^2 - \bar{\sigma}_p |e|^2 \end{aligned}$$

由式(10)明确可得  $V \geq 0$ , 同时经过适当的选择  $\bar{\sigma}_v, \bar{\sigma}_p$  对可为正值, 根据 barbalat 引理可得, 当  $t \rightarrow \infty$  时  $\dot{V} \rightarrow 0$  且  $e \rightarrow 0$ , 所以系统满足全局渐进稳定。

注: 上述参数自适应率  $\dot{\theta} = -\Gamma Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d, \ddot{q}_d) r$ , 其中  $Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d, \ddot{q}_d)$  不会受到未建模动力学模型、外扰等噪声的影响, 因此自适应率也具有较弱的鲁棒性, 应用此法可以使机器人物理参数准确收敛到真值, 有效避免参数辨识过程中的参数漂移问题。

### 4 系统仿真研究

这里给出一个二自由度串联机器人的数学模型用于仿真<sup>[8,9]</sup>，以验证上文提出的控制算法的有效性。

$l_1$ 、 $m_1$ 和 $q_1$ 分别是机器人连 1 的长度，质量和它对应的转角， $l_2$ 、 $m_2$ 和 $q_2$ 分别是连杆 2 的长度，质量和它相应的转角。

在仿真过程中，设 $q=[q_1 \ q_2]^T$ ， $\tau=[\tau_1 \ \tau_2]^T$ 。

设机器人模型可以用式 (2-3) 来表示，则式中  $M(q)$ 、 $C(q, \dot{q})$ 、 $G(q)$  的具体表达式为

$$M(q) = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12} & D_{22} \end{pmatrix}$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{pmatrix} -C_{12}\dot{q}_2 & C_{12}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ C_{12}\dot{q}_1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$G(q) = \begin{pmatrix} g_1 g \\ g_2 g \end{pmatrix}$$

其中

$$D_{11} = (m_1 + m_2)l_1^2 + m_2l_2^2 + 2m_2l_1l_2 \cos q_2$$

$$D_{12} = m_2l_2^2 + m_2l_1l_2 \cos q_2 \quad D_{22} = m_2l_2^2$$

$$C_{12} = m_2l_1l_2 \sin q_2$$

$$g_1 = m_2l_1l_2 \sin q_2 \quad g_2 = m_2l_2 \cos(q_1 + q_2)$$

机械臂的动态方程中的系统参数为  $l_1 = l_2 = 0.25m$ ，

$$m_1 = m_2 = 1kg$$

机器人动摩擦力和静摩擦力上限分别为：

$$\gamma_s = (0.05 \ 0.05)^T \quad \gamma_c = (0.05 \ 0.05)^T \quad \varepsilon = 0.02$$

机器人干扰为： $d(t)=[\sin t \ \sin t]$

机械臂参数位置向量  $\theta$  为： $\theta_1 = (m_1 + m_2)l_1^2$ ，

$$\theta_2 = m_2l_2^2, \quad \theta_3 = m_2l_1l_2。$$

则期望回归矩阵为：

$$Y(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \end{pmatrix} ;$$

$$Y_{11} = \ddot{q}_{1d}^2 + I \cos q_{2d} ;$$

$$Y_{12} = \ddot{q}_{1d} + \ddot{q}_{2d} ;$$

$$Y_{13} = 2\ddot{q}_{1d} \cos q_{2d} + \ddot{q}_{2d} \cos q_{2d} - \dot{q}_{1d}\dot{q}_{2d} \sin q_{2d} ,$$

$$-(\dot{q}_{1d} + \dot{q}_{2d})\dot{q}_{2d} \sin q_{2d} + I(\cos q_{1d} + q_{2d})$$

$$Y_{21} = 0 ;$$

$$Y_{22} = Y_{12} ;$$

$$Y_{23} = \dot{q}_{1d}\dot{q}_{2d} \sin q_{2d} + \ddot{q}_{1d} \cos q_{2d} ,$$

$$+ I \cos(q_{1d} + q_{2d})$$

其中  $I = g/l_1, g = 9.8m/s^2$ 。

两关节位置指令分别为： $q_{1d} = \sin(\pi t), q_{2d} = \sin(\pi t)$ ，

系统的状态为： $x=[q_1 \ \dot{q}_1 \ q_2 \ \dot{q}_2]^T$ ，初始状态为  $[0.60 \ 0.5 \ -0.60 \ 0.5]^T$ ， $\lambda = 5$ ， $\Gamma = \text{diag}(0.02, 0.02, 0.02)$

取控制增益为：

$\rho_s = 2, \sigma_v = 40, \sigma_p = 20, \sigma_n = 10$ 。适应参数初值为  $\theta_1 = 0.8, \theta_2 = 0.2, \theta_3 = 0.2$ 。

可以得到如下图所示仿真结果：

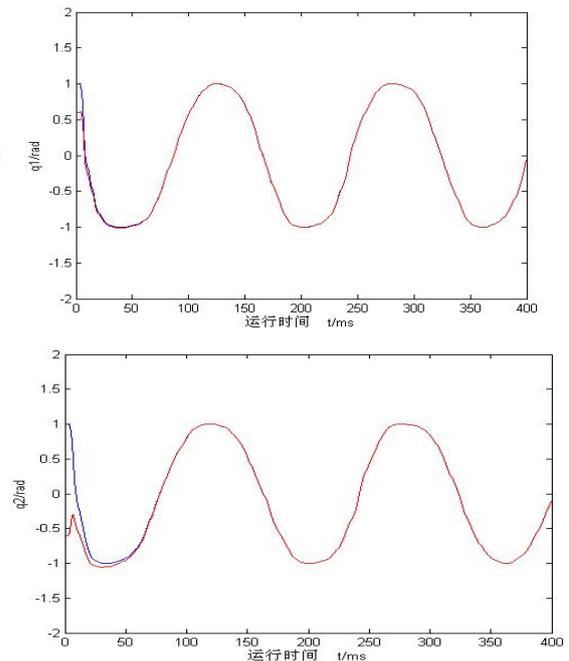
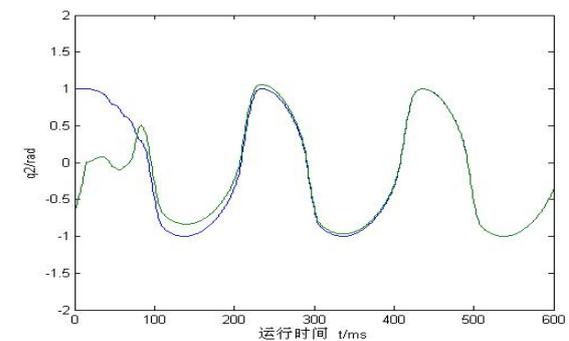


图 1 采用本文控制器时两杆轨迹追踪曲线

由图 1、2 可以观察到，采用基于期望轨迹补偿的鲁棒自适应控制器在系统存在较大的初始误差和外部扰动时，较传统自适应控制器能更快的保证实际轨迹快速跟踪期望轨迹。图 3、4 表明采用该控制器，系统的物理参数的辨识结果能够准确逼近真实参数值，而传统自适应控制器不能得到物理参数的准确辨识结果。



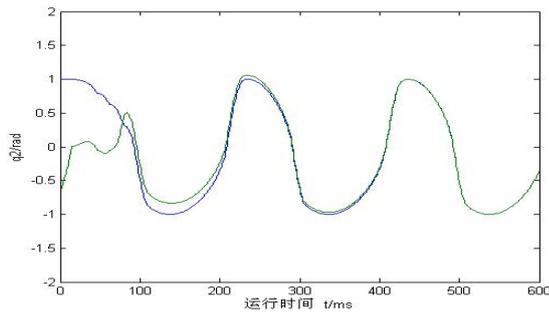


图2 采用传统自适应控制器时两杆轨迹跟踪曲线

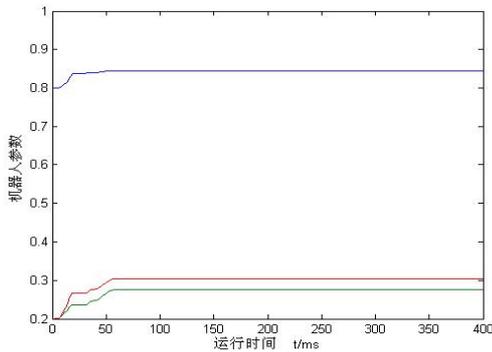


图3 采用本文控制器时机器人的参数估计曲线

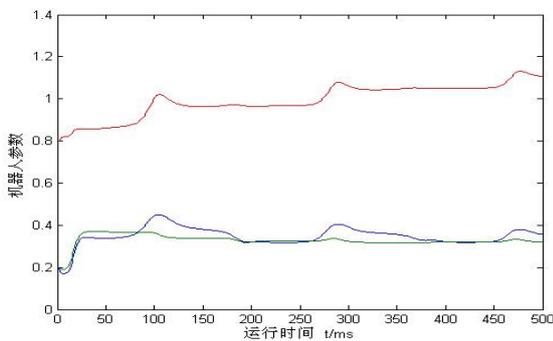


图4 采用传统自适应控制器时参数估计曲线

## 5 结语

本文针对含有不确定性及关节摩擦、外部扰动等

非线性因素的机器人动力模型,结合自适应控制和变结构控制方法,设计了一种基于期望轨补偿的机器人鲁棒自适应控制方法。避免了外部扰动和摩擦力的影响,由于该控制器利用期望轨迹补偿,可有效节约回归矩阵的计算,参数辨识过程也能准确收敛到真值。理论和仿真实验都表明,这种鲁棒控制方法具有很好的鲁棒性和实时性。

## 参考文献

- 1 Sadeh N, Horowitz R. Stability and robustness analysis of a class of adaptive controller for robotic manipulators. *The International Journal of Robotics Research*, 1990,9(3):74-92.
- 2 Craig J, Ping Hsu. Adaptive Control of Mechanical Manipulators. *The International Journal of Robotics Research*, 1987,6(2):172-184.
- 3 Chen Y, Chang JL. Sliding-mode force control of manipulators. *Proc. National Science Council*, 1999,23: 281-289.
- 4 代颖,郑南宁,张元亮.采用多项式结构的机器人鲁棒自适应控制. *西安交通大学学报*,1998,32(5):18-21.
- 5 Tomei P. Robust adaptive friction compensation for tracking control of robot manipulators. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2000,45(11):2164-2169.
- 6 李世敬,王解法,冯祖仁.基于自适应变结构控制的机器人系统仿真研究. *系统仿真学报*,2002,14(9):1255-1258.
- 7 Southward SC, Radcliffe CJ, MacCluer CR. Robust nonlinear stick-slip friction compensation. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 1991,113:639-645.
- 8 Spong M. On the robust control of robot manipulators. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1992,37(11):1782-1786.
- 9 周景雷,张维海.带有摩擦的机器人鲁棒控制. *机械工程学报*,2007,43(9):102-106.