

一种应用于移动学习环境中的数学公式 标记语言^①

洪留荣 (淮北煤炭师范学院 计算机科学与技术学院 安徽 淮北 235000)

摘要: 移动学习逐渐成为一种很受关注的新的学习方式, 作为对移动学习的一种主要技术支持 WML 不支持数学公式的表达, 使有关数学公式的学习内容难以传输和复用。研究了数学公式的结构特点, 提出了一种数学公式结构模型, 并以此为基础, 设计了一种通用数学公式标记语言, 以作为移动学习环境下的数学公式传输和表达。该标记语言结构简单、且易于实现浏览。

关键词: 数学公式; 标记语言; 移动学习; WAP

A Mathematical Formulas Markup Language Used in Mobile Learning Environment

HONG Liu-Rong (School of Computer, Huaibei Coal Industry Teachers College, Huaibei 235000, China)

Abstract: Mobile learning is becoming a popular concern. WML, a major technical support for mobile learning, does not support the expression of mathematical formulas, so the mathematical formulas are difficult to transfer and reuse. This paper studies the structural characteristics of mathematical formulas and proposes a mathematical formula structure model. Using this model, a universal mathematical formula markup language is designed. This markup language may be used to transport the expression of mathematical formulas in a mobile learning environment. Its structure is simple and is easy to browse.

Keywords: mathematical formulas; markup language; mobile learning; WAP

1 引言

随着众多有关移动学习的理论与实践的研究^[1,2], 作为一种新的学习方式, 移动学习在实践中的应用越来越广, 其中基于 WAP 技术的移动学习是一种主要方式^[3]。作为 WAP 技术应用的标准语言 WML(Wireless Markup Language)为移动学习提供了很好的支持, 但其中突出的一个问题是数学公式的浏览问题。目前, 如果要显示数学公式, 是把公式以图片的形式进行浏览, 这存在两个问题, 一是图片对于移动设备来讲占用内存较大, 二是公式难以重复利用。解决的办法是把数学公式用一种标记语言来描述并加以显示, 当前主要有 MathML, 但这种语言非常复杂, 浏览困难, 不适合于移动设备, 本文针对这一问题, 提出一种数

学公式标记语言, 以一种简单的文本方式实现数学公式的描述, 该描述占用内存少, 浏览用的插件计算量小, 能较好地适用于移动学习设备。

2 数学公式模型

数学公式是一种递归的自然语言^[4], 用一种二维结构来表达其意义, 经过分析, 我们把数学公式中涉及的结构分为三种结构形式, 在此基础上, 建立一种通用数学公式的模型。

2.1 学公式的分形

(1) 基本形

基本形的结构图 1 所示, 包括 11 种形式, 其名称分别如图 1-1 到 1-5, 其中 A 定义为主体。

① 基金项目:安徽省教育厅自然科学基金(KJ2008B123);安徽省教育厅教育研究项目(2008jyxm489)

收稿时间:2010-02-04;收到修改稿时间:2010-03-17

(2) 复合形

在数学公式中，二项式、矩阵、行列式和条件公式是一类特殊的整体，本文把这种类型结构称为复合形。复合形由构成这种特殊公式结构的大括号、中括号、小括号和行列式符号作为主体。复合形元素分为三类：

1) 公式元素，作为复合形中的一个部件只占据一个行列位置，且可在八个方向上与其它部件相连。

2) 块符号，占有复合形中的几个行列位置，且只有一个字符，同时它的边界是自由的。块符号的字符一般为“O”、“o”、“0”、“1”和“*”几种，其形状有三角形和矩形两种，图2所示。

3) 重复符号，重复符号占据一个或几个行列位

置，是指明公式元素在→↓↘↙方向上连续排列的符号。重复符号至少由在同一条直线上三个点组成，图2所示。重复符号连接类型有三种，第一种是两端均连接公式元素。第二种是一端连接一个公式元素，一端指向行或列开始部分或终端部分，如图2(c)中重复符号。第三种是两端不连接任何公式元素，它直接占据一行或一列，以表示行或列的重复，如图2(d)的第三行。对于复合形把它分为两类

第一类是规则复合形，无块符号和重复符号的复合形称为规则复合形。图3为其几何示意图。第二类是不规则复合形，含有块符号和重复符号的复合形称为不规则复合形。这种复合形经常出现于条件公式，行列式和矩阵中。



图 1-1(a) 右上形

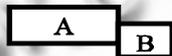


图 1-1(b) 右下形

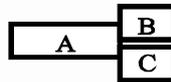


图 1-1(c) 右上下形

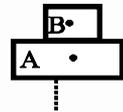


图 1-2(a) 上形

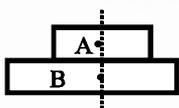


图 1-2(b) 下形

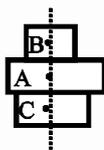


图 1-2(c) 上下形

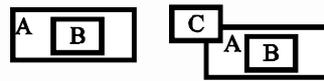


图 1-3 嵌入形

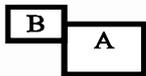


图 1-4(a) 左上形

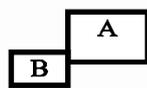


图 1-4(b) 左下形

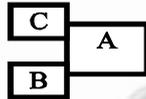


图 1-4(c) 左上下形

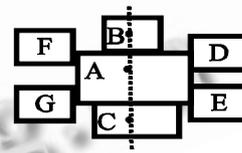
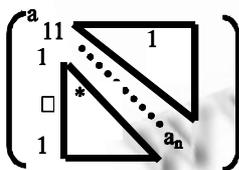
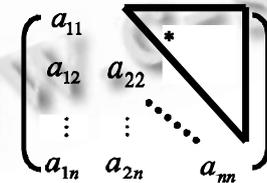


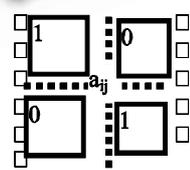
图 1-5 混合形



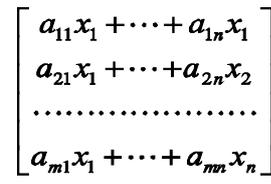
(a)



(b)



(c)



(d)

图 2 不规则矩阵的实例

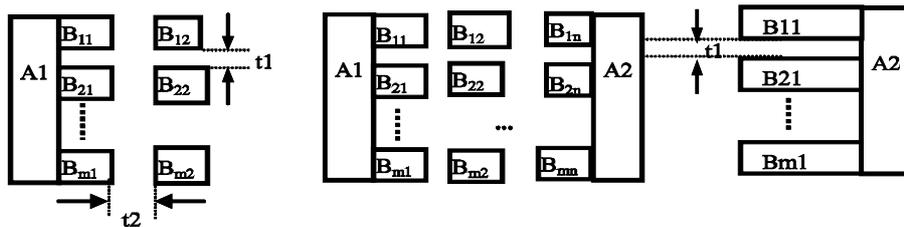


图 3 规则复合形

复合形的结构很复杂, 根据其特点给出如下的表示方法:

①规则复合形中公式元素直接用行和列的标号表示。

②不规则复合形较为复杂, 公式元素仍用其行列号表示, 而定义三个函数分别表示块符号和重复符号。

• 用函数 $Tri(x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, p)$ 表示三角形块符号, 其中前六个参数分别表示三角形块符号三个顶点所占据的行列号, 最后一个参数表示块符号的字符类型。为使表示具有一致性, 规定参数行列号低的在前, 高的在后, 且先行后列。

• 用 $Rec(x_1, y_1, x_2, y_2, p)$ 表示矩形块符号, 其中前四个参数表示矩形左上点和右下点所占据的行列号, 最后一个参数表示块符号的字符类型。

• 用 $Rep(x_1, y_1, x_2, y_2)$ 表示重复符号, 四个参数表示该重复符号两个顶点所占据的行列号, 一个重复符号可能占据多个行列号, 只要知道其两端点的占据的行列号就可以容易推导出它所占据的行列号。这里规定: $X_1 \leq X_2, Y_1 \leq Y_2$, 如图 2(b) 中不规则复合形表示如表 1

表 1 图 2(b) 中不规则复合形的表示

| 类型 | 公式元素 | | | | | | 块符号 | 重复符号 |
|----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------------------|--|
| | a_{11} | a_{12} | a_{22} | a_{1n} | a_{2n} | a_{nn} | | |
| 表示 | (1,1) | (1,2) | (2,2) | (1,4) | (2,4) | (4,4) | $Tri(1,2,1,4,3,4,*)$ | $Rep(1,3,1,3)$ $Rep(2,3,2,3)$ $Rep(3,3,3,3)$ |

(3) 混合连接

在一些分形中, 比如分式 $\frac{x^2 + 1}{x + y}$, 用上面的分形

无法很好地表达分子的上部是什么形, 为了解决这个问题引入混合连接的概念。由以上两种形左右互联, 左边形最右的边与右边形最左的边在同一垂线上, 各形的主体中心位于同一条水平线上, 这样构成的一个整体称为一个混合连接。例如, 上面分子式中的分子就是一个混合连接。

2.2 学公式的模型

一个通用数学公式由上述各形和混合连接构成, 每一种形又可以通过这些形和混合连接组成, 根据上面的分析, 一个通用数学公式最终可以分解

为基本形、重复符号和块符号。由此可构建图 4 所示的通用数学公式逻辑结构模型。建立这种模型的意义在于指导通用数学公式的逻辑结构分析和建立通

用数学公式标记语言, 以用于数学公式基于文本方式的存储和描述。



图 4 数学公式逻辑结构模型

3 数学公式标记语言

基于上述数学公式模型, 应用 XML 技术, 设计出一种通用数学公式标记语言(Universal Mathematical Formula Markup Language, UMFML)。

3.1 学公式元素及其标记

根据前述混合形的定义, 左上形、左下形、左上下形、正上形、正下形、上下形、右上形、右下形、右上下形与混合形的关系是一种包含与被包含的关系, 为了减少标记语言的复杂度, 这些形用一种元素标记, 其余的形各用一种元素, 混合连接和基本形作为一种元素, 在不规则复合形中, 矩形块符号、三角块符号、重复符号和公式元素各用一种元素标记。以根元素 $\langle Eq \rangle \langle /Eq \rangle$ 标记整个公式的开始。表 2 给出了所有的公式元素。

表 2 UMFML 元素及其标记

| 元素类型 | 标记 | 元素类型 | 标记 |
|---------|--|----------|--|
| 基本形元素 | $\langle Str \rangle \langle /Str \rangle$ | 嵌入形元素 | $\langle Embed \rangle \langle /Embed \rangle$ |
| 混合形元素 | $\langle Mix \rangle \langle /Mix \rangle$ | 混合连接元素 | $\langle Mix \rangle \langle /Mix \rangle$ |
| 复合形元素 | $\langle Comp \rangle \langle /Comp \rangle$ | 三角形块符号元素 | $\langle Tri \rangle \langle /Tri \rangle$ |
| 矩形块符号元素 | $\langle Tec \rangle \langle /Tec \rangle$ | 公式元素的元素 | $\langle FE \rangle \langle /FE \rangle$ |
| 重复符号元素 | $\langle Rep \rangle \langle /Rep \rangle$ | 根元素 | $\langle Eq \rangle \langle /Eq \rangle$ |

3.2 确定元素的属性

属性把名称数值与元素关联起来, 属性列表声明可以用于限制给定元素类型的属性集, 建立这些属性类型的约束和为属性提供缺省值等。元素可以确定形

的类，但不能确定公式形的具体结构，在 UMFML 中用元素的属性加以确定。

(1) 混合形元素的属性

一个混合类型除了主体之外，要表明与之形成关系的形的个数和位置关系，如图 5(a, b)。在这两个公式中，都是混合形的结构，而且都有两种形，因此设置属性值加以区分。

首先把正上、右上、右下、正下、左下和左上位置变量分别定义为 R1、R2、R3、R4、R5、R6。其值相应为 1，缺省为 0。

(2) 嵌入形元素的属性

嵌入形元素属性名定义为 position，值为枚举类型，它表明嵌入式结构是否含有左上关系。当取“1”时，表明有左上关系，当取“0”时表明没有左上关系。如图 6(a)中 position=0，图 6(b)中的 position=1。

$$\sum_{i=1}^{1000} P_1^{\text{sec}} \quad \sqrt{x} \quad \sqrt[3]{x}$$

(a) (b) (a) (b)

图 5 混合形实例 图 6 嵌入形实例

(3) 复合形元素的属性

复合形是一种复杂的结构，首先确定它的主体及主体个数，用属性 BodyClass 区分，且这个属性值是必须的。由于应用于复合形的主体有限，所以属性值的取值范围是“(”、“[”、“{”、“|”、“||”等符号中取一个或零个和”)”“]”“}”“|”“||”取一个和零个形成的值。

(4) 矩形块符号元素属性

矩形块符号元素标记一个复合形中的块符号，在第 2 部分中，确定了块符号用一个函数来表达，函数的四个参数用于表达矩形块的左上点和右下点的行列号，最后一个表示块符号的类型，所以对矩形块符号取五个属性：Lrow, Lcol, Rrow, Rcol, CharName，它们分别表示左上角点的行号和列号，右下角点的行号和列号以及块符号的字符。因为块符号的字符目前只确定了“0”“1”“o”“*”五种，所以 CharName 的值只有这五种值之一。矩阵块符号元素的属性都是必须的。

(5) 三角形块符号元素属性

与矩阵块符号元素属性类似，因为三角形块符号有七个参数，所以定义七个属性分别表示三个角顶点

所占据的行列号以及它的符号类型，它们是 Row1、Col1、Row2、Col2、Row3、Col3、CharName。其中 CharName 的值只能是块符号类型之一。前六个属性表达顶点的顺序为先行后列，先大后小。

(6) 重复符号元素属性

重复符号是通过它的三个端点所占据的行列号来表示的，所以把它的属性定义为四个，它们是 Row1、Col1、Row2、Col2，表达顶点的顺序为先行后列，先大后小的顺序。

(7) 公式元素的元素属性

在公式元素中定义了两个属性 Row 和 Col，表达它的行号和列号。

3.3 确定 UMFML 的 DTD 文档

一个 XML 文档不仅应该是“形式良好的”，而且是“有效的”，XML 文档的有效性由 DTD(Document Type Definition, 文档类型定义)文档保证。根据数学公式的逻辑结构模型，把数学公式的字符和基本运算符号统一认为是字符的形式，比如，他们在表达 a+b 时，就直接以串的形式写成“a+b”，而不是象 MathML 那样写成 plus 的形式。下面是 UMFML 的 DTD 文档：

```
<?xml version="1.0"encoding="gb2312"?>
<!--定义公式的元素及子元素,具体见表 2 -->
<!DOCTYPE eq[
<!ELEMENT
eq (Mix*,Str*,Embed*,Comp*,Mxl*)>
<!ELEMENT Str (#PCDATA)>
<!ELEMENT Embed (Mix*,Str*,
Embed*,Comp*,Mxl*)>
<!ELEMENT Mix(Mix*,Str*,Embed*,Comp*)>
<!ELEMENT Comp (Tec*,Tri*,Rep*,FE*)>
<!ELEMENT Tri EMPTY>
<!ELEMENT Rec EMPTY>
<!ELEMENT Rep EMPTY>
<!ELEMENT FE (Mix*,Str*,Embed*,Comp*,
Mxl*)>
<!--定义各元素属性,具体见 3.2 节中(1)-(7)部分的对
各属性说明-->
<!ATTLISTEmbed position(0|1)#REQUIRED>
<!ATTLIST Mix
R1 (0|1) #REQUIRED
R2 (0|1) #REQUIRED
```

```

R3 (0|1) #REQUIRED          <FE Row="1" Col="2">3</FE>
R4 (0|1) #REQUIRED          <FE Row="2" Col="1">5</FE>
R5 (0|1) #REQUIRED          <FE Row="2" Col="2">4</FE>
R6 (0|1) #REQUIRED          </Comp>
>                             <Embed position="1"> <!-- 嵌入式标识-- >
<!ATTLIST Comp              <Mix R2="1" >
  BodyClass CDATA #REQUIRED <Str>x</Str>
  <!ATTLIST Tri              <Str>2</Str>
  Row1 CDATA #REQUIRED      </Mix>
  Col1 CDATA #REQUIRED      <Str>7</Str>
  Row2 CDATA #REQUIRED      </Embed>
  Col2 CDATA #REQUIRED      </Mix><!-- 混合形标识结束-- >
  Row3 CDATA #REQUIRED      <Str>+</Str>
  Col3 CDATA #REQUIRED      <Mix R1="1" ><!-- 混合形标识, 其中上有数据
  CharName (1 | 0 | O|o) #REQUIRED > -- >
<!ATTLIST Rec              <Str>AB</Str>
  Row1 CDATA #REQUIRED      <Str>?</Str>
  Col1 CDATA #REQUIRED      </Mix><!-- 混合形标识结束-- >
  Row2 CDATA #REQUIRED      <Str>+?sin(x)dx</Str>
  Col2 CDATA #REQUIRED      </eq>
  CharName (1 | 0 | O|o) #REQUIRED >
<!ATTLIST Rep
  x1 CDATA #REQUIRED
  y1 CDATA #REQUIRED
  x2 CDATA #REQUIRED
  y2 CDATA #REQUIRED>
]>
<eq><!--公式元素及属性定义结束-- >

```

以下是利用 UMFML 描述公式的文档:

$$f(x) = \frac{\begin{matrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{matrix}}{\sqrt[7]{x^2}} + \overrightarrow{AB} + \int \sin(x) dx$$

```

<eq><!--公式起绍标识-- >
<Str>f(x)=</Str> <!--串标识-- >
<Mix R1="1" R4="1" R5="0" > <!-- 混合形
标识, 其中上、下有数据-- >
<Str>-</Str> <!--分数线字符标识-- >
<Comp BodyClass="|,|"><!--复合形标识-->
<FE Row="1" Col="1">2</FE>

```

4 结论

本文根据数学公式的结构特点提出了一种数学公式的结构模型, 并根据这种模型设计了一种数学公式标记语言 UMFML, 这种语言结构简单, 浏览方便, 对于具有开放式的 WAP 浏览器用户很容易设计自己的公式浏览插件, 对涉及数学公式的学习内容提供了一种有效的传输方式, 具有良好的实用性。由于其基于文本的特性, 且不描述显示的方式, 所以很容易实现公式的查询与复用。

参考文献

- 1 叶成林, 徐福荫, 许骏. 移动学习研究综述. 电化教育研究, 2004, (3): 12-19.
- 2 蒋立兵, 于凌云. 基于 3G 技术的移动学习在成人教育中的应用. 现代远程教育, 2007, (3): 67-68.
- 3 李素琴, 吴迅. 基于 WAP 技术的移动学习在高中英语学习中的应用. 中国教育信息化, 2009, (14): 52-54.
- 4 Chan KF, Yeung DY. Recognizing online handwritten alphanumeric characters through flexible structural matching. Pattern Recognition, 1999, 32(7): 1099-1114.