

基于改进犹豫模糊 C-均值的图像分割^①



王海超¹, 王丽丽², 郑爱宇¹, 郝静¹

¹(太原科技大学 计算机科学与技术学院, 太原 030024)

²(德州学院 计算机与信息学院, 德州 253023)

通信作者: 王丽丽, E-mail: jsjxwll@126.com

摘要: 犹豫模糊 C-均值 (hesitant fuzzy C-means, HFCM) 聚类算法在一定程度上处理了图像中不同像素块之间的不确定性, 但由于其目标函数中不包含任何局部空间信息, 因此对噪声比较敏感, 当噪声较大时无法获得较好的分割精度. 针对上述问题, 提出了一种改进犹豫模糊 C-均值 (improved hesitant fuzzy C-means, IHFCM) 的图像分割方法. 首先给出了犹豫模糊元 (hesitant fuzzy element) 的补齐方法, 然后提出了犹豫模糊元之间的相似性度量, 利用犹豫模糊元之间的相似性度量构造了新颖的模糊因子融合到 HFCM 的目标函数中, 新的模糊因子不仅考虑了局部窗口中的空间信息而且考虑了像素间的相似性, 平衡噪声带来的影响且保留了图像细节. 最后, 在合成图像、BSDS500 数据集图像以及自然图像上的分割实验结果表明, 所提出的 IHFCM 算法对噪声有良好的鲁棒性, 提升了分割精度.

关键词: 犹豫模糊 C-均值; 聚类; 相似性度量; 犹豫模糊元; 图像分割

引用格式: 王海超, 王丽丽, 郑爱宇, 郝静. 基于改进犹豫模糊 C-均值的图像分割. 计算机系统应用, 2024, 33(6): 37-47. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/9530.html>

Image Segmentation Based on Improved Hesitant Fuzzy C-means

WANG Hai-Chao¹, WANG Li-Li², ZHENG Ai-Yu¹, HAO Jing¹

¹(School of Computer Science and Technology, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China)

²(School of Computer and Information, Dezhou University, Dezhou 253023, China)

Abstract: The hesitant fuzzy C-means (HFCM) clustering algorithm has addressed the uncertainty between different pixel blocks in an image to some extent. However, as its objective function does not contain any local information, it is very sensitive to noise and cannot achieve good segmentation accuracy when the noise is large. This study proposes an image segmentation method based on improved HFCM (IHFCM) to address the above issues. Firstly, the completion method of hesitant fuzzy elements is given, and then a similarity measure between hesitant fuzzy elements is defined. Using the defined similarity measure, the study constructs a novel fuzzy factor and fuses it into the objective function of HFCM. The new fuzzy factor considers not only spatial information in the local window but also the similarity between pixels, balancing the impact of noise while preserving image details. Finally, experimental results on synthesized images, BSDS500 dataset images, and natural images show that the proposed IHFCM algorithm has good robustness to noise and improves segmentation accuracy.

Key words: hesitant fuzzy C-means (HFCM); clustering; similarity measure; hesitant fuzzy element; image segmentation

图像分割指的是在像素层面上理解一幅图像, 根据图像的纹理、亮度、色彩、形状等方面特征分割成

均匀的且互不重叠的区域. 由于图像的复杂性, 设计一个高效且鲁棒的分割方法仍是一个相对困难的工作. 目

① 基金项目: 国家自然科学基金 (11903008)

收稿时间: 2023-12-18; 修改时间: 2024-01-17; 采用时间: 2024-02-01; csa 在线出版时间: 2024-05-07

CNKI 网络首发时间: 2024-05-10

前图像分割的相关技术主要有阈值分割^[1]、边缘检测^[2]、聚类^[3-6]、区域生长^[7]等. 本文是在基于聚类的方法下进行图像分割工作.

模糊 C-均值 (fuzzy C-means, FCM) 聚类算法最早由 Dunn^[8]引入, 后来又经过 Bezdek^[9]发展成熟. 尽管 FCM 在无噪声图像上有着良好的性能, 但由于在对图像进行处理时完全忽视了空间信息, 导致其对噪声非常敏感, 并且分割精度和运行时间都需要进一步优化.

为了解决 FCM 忽视空间信息的问题, 一些学者将局部空间信息与标准 FCM 算法的目标函数相结合进行改进. Ahmed 等人^[10]提出了基于领域项的模糊 C-均值 (fuzzy C-means with spatial constraints, FCM_S) 算法, 该算法允许中心像素受到领域像素的影响, 增强了中心像素的抗噪性. 然而处理图像时每次都需要计算中心到领域的距离, 这非常耗时. 为了解决 FCM_S 时间复杂度高的问题, Chen 等人^[11]提出了两种 FCM_S 的变体 FCM_S1 和 FCM_S2, 分别使用均值滤波和中值滤波代替了 FCM_S 中的邻域信息, 这两种滤波是在分割前计算的, 减少了算法的整体计算量. Szilagy 等人^[12]进一步加快图像分割的过程, 提出速度更加快的增强型模糊 C-均值 (enhanced fuzzy C-means, EnFCM) 聚类算法, 将像素邻域的平均灰度与原始图像组成新的线性加权图像, 基于此图像的直方图信息进行图像的聚类, 一般来说图像的灰度级远比像素数量要少, 因此分割速度更快. Cai 等人^[13]设计了类似的快速广义 C-均值 (fast generalized fuzzy C-means, FGFCM) 算法, 该算法结合了相似性度量与灰度信息, 同样的使用直方图进行聚类. 因此, FGFCM 与 EnFCM 在时间开销方面相似, 这些算法都需要参数 α 或 λ 在鲁棒性和图像细节之间进行平衡, 参数的选择需要大量的实验和不断试错才能完成. 为了解决这个问题, Krinidis 等人^[14]提出了一种鲁棒的模糊局部信息 C-均值 (fuzzy local information C-means, FLICM) 算法, 该算法在 FCM 目标函数上加入了一个局部模糊因子来代替上述参数自动平衡图像. 然而, FLICM 的模糊因子虽然能平衡边界内存在噪声的像素区域, 但在对边界上存在噪声的像素点作用时会受到噪声影响而导致边界出现误分现象.

图像边界的不确定性同样严重影响着分割精度, 因此许多学者把关注点放在常用来处理边界问题的模糊集理论上. 近年来学者们使用直觉模糊集^[15]、二类模糊集^[16]、区间值模糊集^[17-19]和模糊多集^[20]等来处理这种不确定性. Pelekis 等人^[21]提出了直觉模糊方式处

理数据的方法, Xu 等人^[22]在此基础上提出了直觉模糊 C-均值 (intuitionistic fuzzy C-means, IFCM) 算法并应用于图像分割. Torra^[23]引入了犹豫模糊集 (hesitant fuzzy set, HFS), 相比于直觉模糊集, HFS 允许隶属度存在多个值来客观反映出人对于数据的“犹豫”性, 因此 HFS 比直觉模糊集包含更多的信息. Zeng 等人^[24]基于 HFS 提出了犹豫模糊 C-均值算法 (hesitant fuzzy C-means algorithm, HFCM), 该算法改善了像素边界的不确定性以提高分割精度, 但是由于目标函数中并没有包含任何局部空间信息, 导致该算法对原图像的要求较高. 然而图像存在噪声是较难避免的, 因此 HFCM 在对含噪声的图像进行分割时效果并不理想.

针对 HFCM 对噪声敏感的问题, 本文结合局部信息提出了改进的犹豫模糊 C-均值聚类算法 (IHFCM). 首先, 基于 HFS 的相关理论提出了犹豫模糊元之间的相似性度量, 其次, 该算法引入一个新的模糊因子, 称为犹豫模糊因子, 它以犹豫模糊的方式将局部空间信息和灰度信息融入 HFCM 的标准函数中, 并且它不受任何参数影响. 新犹豫模糊因子的构建主要基于以下几个方面: 1) 新的模糊因子需要包含局部灰度信息和空间信息. 2) 在像素聚类的过程中, 自动维持图像与噪声之间的平衡. 3) 不需要对图片进行预处理. 最后, 使用合成图像、BSDS500 数据集图像^[25]、自然图像将本文所提出方法与 FCM、FCM_S、FCM_S1、FCM_S2、FLICM、HFCM 和 IFCM 进行比较, 以验证提出方法的有效性.

1 前言理论

1.1 犹豫模糊集

定义 1^[23]. 给定 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为一个参考集, 犹豫模糊集 (HFS) 为 X 上的一个映射函数, 当 HFS 作用于 X 时返回 $[0, 1]$ 上的一个子集. 数学符号表示如下:

$$E = \{x, h_E(x) \mid x \in X\} \quad (1)$$

其中, $h_E(x)$ 是在 $[0, 1]$ 范围内由有限个值组成的集合, 表示对象 x 隶属于 E 的多个隶属度取值. 称 $h(x) = h_E(x)$ 为犹豫模糊元, 简称为 HFE.

定义 2^[26]. 对于一个给定的犹豫模糊元 $h(x)$, 其得分函数定义如下:

$$s(h(x)) = \frac{1}{l(h(x))} \sum_{\gamma \in h(x)} \gamma \quad (2)$$

其中, γ 代表 $h(x)$ 中所有可能的取值, $l(h(x))$ 为 $h(x)$ 中犹豫模糊元的个数.

1.2 HFS 之间的距离和相似性度量

定义 3^[27]. 设 A 和 B 为两个 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 上的 HFSs, $d(A, B)$ 为 A, B 之间的距离度量, 满足以下 3 个性质.

- 1) $0 \leq d(A, B) \leq 1$;
- 2) $d(A, B) = 0$ 当且仅当 $A = B$;
- 3) $d(A, B) = d(B, A)$.

定义 4^[27]. 设 A 和 B 为两个 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 上的 HFSs, $d(A, B)$ 为 A, B 之间的距离度量. A, B 之间的欧氏距离度量定义如下.

欧氏距离:

$$d(A, B) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{l_{x_i}} \sum_{j=1}^{l_{x_i}} \left| h_A^{\sigma(j)}(x_i) - h_B^{\sigma(j)}(x_i) \right|^2 \right]^{1/2} \quad (3)$$

其中, $h_A^{\sigma(j)}(x_i)$ 和 $h_B^{\sigma(j)}(x_i)$ 分别代表 $h_A(x_i)$ 和 $h_B(x_i)$ 中第 j 个最大值. l_{x_i} 指 $h_A(x_i)$ 和 $h_B(x_i)$ 两者中最大的长度.

定义 5^[27]. 设 A 和 B 为两个 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 上的 HFSs, $S(A, B)$ 为 A, B 之间的相似性度量, 其满足以下 3 个性质.

- (1) $0 \leq S(A, B) \leq 1$;
- (2) $S(A, B) = 0$ 当且仅当 $A = B$;
- (3) $S(A, B) = S(B, A)$.

文献[27]通过研究定义 3 与定义 5 的性质, 提出了 HFSs 之间的相似性度量表示为:

$$S(A, B) = 1 - d(A, B) \quad (4)$$

1.3 图像模糊化和解模糊

例 1. 设 A 为一个有 $N=P \times Q$ 个像素的图像, P 为图像的高度, Q 为图像的宽度, x_i 为像素的灰度值范围在 0-255. 图像模糊化的定义为:

$$\mu_A(x_i) = \frac{x_i - (x_i)_{\min}}{(x_i)_{\max} - (x_i)_{\min}}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

解模糊是模糊化的逆过程. 当使用 HFEs 去描述一幅图像的时候, 需要使用 HFE 的得分函数将它转化成像素的隶属度. 对于给定的一个犹豫模糊元 $h(x_i)$, 根据定义 2 中的式 (2) 计算得分函数 $s(h(x_i))$. 最后将隶属度转化成像素完成解模糊的过程, 公式如下:

$$x_i = (s(h(x_i)) \times ((x_i)_{\max} - (x_i)_{\min})) + (x_i)_{\min}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

当图像开始分割时需要模糊化图像以便后续构造犹豫模糊元, 分割完成时需要解模糊来还原出清晰的图像.

2 相关工作

2.1 鲁棒模糊局部信息 C-均值聚类算法 (FLICM)

文献[14]提出了模糊局部信息 C-均值算法 (FLICM), FLICM 的目标函数中模糊因子 G_{ji} 的作用是维持图像细节和噪声之间的平衡, 它并不需要任何参数. 假设一幅图像有 N 个像素点, 每个像素点的灰度值为 x_i ($i=1, 2, \dots, N$), 目标函数如下所示:

$$\begin{cases} J_m = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^c [u_{ji}^m \|x_i - v_j\|^2 + G_{ji}] \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^c u_{ji} = 1, \quad 1 \leq i \leq N \end{cases} \quad (7)$$

其中, m 为模糊指数, 通常 $m=2$, c 为聚类个数, u_{ji} 表示第 j 个簇中 x_i 的隶属度, v_j 为第 j 类的聚类中心, G_{ji} 为模糊因子, 被定义为:

$$\begin{cases} G_{ji} = \sum_{k \in N_i} \frac{1}{d_{ik} + 1} (1 - u_{jk})^m \|x_k - v_j\|^2 \\ 1 \leq j \leq c, 1 \leq i \leq N \end{cases} \quad (8)$$

其中, 像素 i 为局部窗口的中心像素, 像素 k 为中心像素 i 的邻接像素, N_i 是第 i 个中心像素位于局部窗口内邻近像素的数目, d_{ik} 表示像素 i 和 k 之间的空间欧氏距离, u_{jk} 表示像素 x_k 在簇 j 中的隶属度. 通过拉格朗日乘法法对目标函数 J_m 进行优化, 得到隶属度矩阵和类心迭代公式如下:

$$u_{ji} = \frac{1}{\sum_{k=1}^c \left(\frac{\|x_i - v_j\|^2 + G_{ji}}{\|x_i - v_k\|^2 + G_{ki}} \right)^{\frac{1}{m-1}}} \quad (9)$$

$$v_j = \frac{\sum_{i=1}^N u_{ji}^m x_i}{\sum_{i=1}^N u_{ji}^m} \quad (10)$$

FLICM 的具体算法流程如算法 1 所示.

算法 1. FLICM

- 1) 确定聚类数目 c , 迭代的终止条件 ε 和模糊常数 m .
- 2) 随机初始化隶属度矩阵 U .
- 3) 设置循环计数 $b=0$.
- 4) 用式 (10) 计算类中心 v_j .
- 5) 用式 (9) 更新隶属度矩阵 U^{b+1} .
- 6) 若 $U^{(b)} - U^{(b+1)} < \varepsilon$ 则停止迭代, 否则 $b=b+1$, 转回步骤 4).

2.2 犹豫模糊 C-均值聚类算法 (HFCM)

文献[24]将犹豫模糊集与 FCM 算法相融合提出了犹豫模糊 C-均值聚类算法 (HFCM), 该算法利用犹豫模糊集处理不同灰度块之间的不确定性, 提出了一种新的犹豫模糊元之间的距离度量并应用于 HFCM, 目标函数如下所示:

$$\begin{cases} J_m = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^c u_{ji}^m d^2(x_i^{\text{HFS}}, v_j^{\text{HFS}}) \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^c u_{ji} = 1, \quad 1 \leq i \leq N \end{cases} \quad (11)$$

其中, $X^{\text{HFS}} = \{x_1^{\text{HFS}}, x_2^{\text{HFS}}, \dots, x_N^{\text{HFS}}\}$ 表示 N 个犹豫模糊元, m 为模糊指数, c 为聚类数目, u_{ji} 表示隶属度, $U = (u_{ji})_{c \times N}$ 为隶属度矩阵, $d^2(x_i^{\text{HFS}}, v_j^{\text{HFS}})$ 为像素 x_i 与类心之间的欧氏距离, 隶属度矩阵和类心迭代公式如下所示:

$$u_{ji} = \frac{1}{\sum_{n=1}^c \left(\frac{d^2(x_i^{\text{HFS}}, v_j^{\text{HFS}})}{d^2(x_i^{\text{HFS}}, v_n^{\text{HFS}})} \right)^{\frac{1}{m-1}}}, \quad 1 \leq j \leq c, 1 \leq i \leq N \quad (12)$$

$$h(v_i)^l = \frac{\sum_{i=1}^N u_{ji} h(x_i)^l}{\sum_{i=1}^N u_{ji}}, \quad 1 \leq i \leq c, 1 \leq l \leq L_{x_i} \quad (13)$$

HFCM 的具体算法流程如算法 2 所示。

算法 2. HFCM

- 1) 确定聚类数目 c , 迭代的终止条件 ε 和模糊常数 m .
- 2) 对图像进行模糊化之后生成每个像素对应的 HFE.
- 3) 初始化隶属度矩阵, 设置循环计数 $b=0$.
- 4) 用式 (12) 和式 (13) 分别更新隶属度矩阵 U^{b+1} 和类心 v_j^{HFS} .
- 5) 若 $U^{(b)} - U^{(b+1)} < \varepsilon$ 则停止迭代, 否则 $b=b+1$, 转回步骤 4).

3 所提出的方法

HFCM 算法从式 (11) 中可以看出目标函数上不包含任何空间信息, 犹豫模糊元之间没有任何联系. 通常情况下, 在图像采集过程中会出现噪声, 噪声会改变像素的灰度值, 因此含噪声的像素会被错误分类. 从式 (12) 中可以看出 HFCM 的隶属度是犹豫模糊元的灰度值与类中心距离的函数, 当距离越近, 此时的隶属度就越大, 距离越远, 隶属度随之就小. 因此, 当噪声存在时, 隶属度就会变得非常敏感. 对于其他分割算法, 例如 FCM_S1、FCM_S2、EnFCM、FGFCM 等, 它们在一

定程度上处理了噪声, 得到了颇为有效的分割结果. 然而它们都需要参数, 分割效果的好坏取决于参数的调优情况, FLICM 算法不需要参数调优, 也提高了分割性能, 但无法处理不确定性.

为了克服上述研究工作中的问题, 本文将 HFCM 算法与局部信息结合, 提出基于改进犹豫模糊 C-均值 (IHFCM) 的图像分割方法, 提出利用包含犹豫模糊元之间相似性的犹豫模糊因子解决 HFCM 算法分割过程中的噪声敏感问题. 在第 3.1 节中给出了构造犹豫模糊元的方法, 并在后续章节中对犹豫模糊因子进行阐述.

3.1 构造犹豫模糊元

在大多数情况下, 不同 HFEs 之间的元素数量并不相等, 也就是说对于两个犹豫模糊集 A 和 B , $l(h_A(x_i)) \neq l(h_B(x_i))$. 因此, 当对两个 HFEs 进行比较的时候, 文献[27]制定了如下的比较规则: 当需要对 HFEs 进行比较时, 需要扩展长度较短的 HFEs 直到它们的长度相同. 事实上, 决策者可以根据自身的风险偏好在较短的 HFEs 中添加任何相同的值直到和较长的 HFE 长度相等.

例 2. 设存在一个包含 9 个像素的图像 A :

$$A = \begin{pmatrix} 0.62 & 0.69 & 0.57 \\ 0.59 & 0.66 & 0.64 \\ 0.55 & 0.63 & 0.64 \end{pmatrix}$$

位于 $A(0, 0)$ 位置上的像素的隶属度为 0.62, 本文将坐标像素与周围的相邻像素共同构成一个 HFE. 因此 $A(0, 0)$ 所构成的 HFE 为 $\{0.69, 0.66, 0.62, 0.59\}$, 而位于 $A(1, 1)$ 上的隶属度为 0.66, 它所构成的 HFE 为 $\{0.69, 0.66, 0.64, 0.64, 0.63, 0.63, 0.59, 0.57, 0.55\}$, 可以发现他们的 HFE 长度并不相同, 为了方便, 本文选择向较短的 HFE 中添加最小值来达到相同的长度. 经过上述过程, 每个像素都有了自己的 HFE, 并且它们的长度相同.

通过添加相同的值去补足较短的 HFEs 可能对后续的计算产生影响, 因为每个人对风险偏好 (通过添加最大值的乐观决策和添加最小值的悲观决策) 会有所不同, 对结果就有不同的期待, 在一些文献中^[28,29]也谈及到了这一情况. 在本文中, 本文进行处理时都统一使用悲观决策.

3.2 HFEs 之间的相似性度量

为了进一步研究 IHFCM 算法, 同时由于基于聚类的图像分割是在像素级别上进行的, 文献[24]中提出的 HFEs 中的欧氏犹豫模糊距离将模糊集之间的距离引申到犹豫模糊元之间, 同时也满足定义 3, 表示如下:

$$d(h_1, h_2) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{l_{x_i}} \sum_{j=1}^{l_{x_i}} |h_1^j(x_i) - h_2^j(x_i)| \right]^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

其中, d^2 表示两个犹豫模糊元 h_1, h_2 之间的距离, l_{x_i} 为 HFE 的长度 (相当于进行决策的专家人数), $h_A^j(x_i)$ 为 HFE 的每一个维度的值。

本文基于 HFSs 的相似性度量定义 (定义 5) 提出了 HFEs 之间的相似性度量, 设存在两个犹豫模糊元 h_1 和 h_2 , h_1 和 h_2 间的相似性度量定义为:

$$S(h_1, h_2) = 1 - d(h_1, h_2) \quad (15)$$

式 (4) 满足定义 5 所具有的性质, 由于犹豫模糊集由多个犹豫模糊元构成, 因此对于犹豫模糊元之间来说提出的式 (15) 所满足的性质如下所示:

- 1) $0 \leq S(h_1, h_2) \leq 1$;
- 2) $S(h_1, h_2) = 0$ 当且仅当 $h_1 = h_2$;
- 3) $S(h_1, h_2) = S(h_2, h_1)$.

3.3 犹豫模糊因子

为了融合进局部空间信息, IHFCM 算法引入了犹豫模糊因子, 并具有以下特点。

- 1) 不需要设置任何参数。
- 2) 对噪声不敏感。
- 3) 分割过程中考虑了相似性度量。
- 4) 保留更多图像细节。

在数学上, 犹豫模糊因子 P_{ji} 定义为:

$$\begin{cases} P_{ji} = \frac{1}{N_i} \sum_{k \in N_i} \frac{1}{d_{ik} + 1} [(1 - u_{jk})^m + (S_{jk}^{\text{HFEs}})^m] \\ 1 \leq j \leq c, 1 \leq i \leq N \end{cases} \quad (16)$$

其中, k 像素是处于中心位置 i 像素周围的邻接像素, N_i 表示中心像素 x_i 相邻的像素数目, u_{jk} 表示第 k 个像素与第 j 个聚类中心的隶属度, m 为模糊化常数, S_{jk} 为第 k 个像素形成的 HFE 与第 j 个聚类中心的 HFE 之间的相似性度量并在式 (15) 中给出定义, d_{ik} 是分别对应第 i 个和第 k 个像素的空间坐标 (p_i, q_i) 和 (p_k, q_k) 之间的空间距离。

犹豫模糊因子 P_{ji} 通过图像中每个像素包括其周围像素组成一个固定的窗口所确定的, 它通过犹豫模糊元之间的相似性度量和隶属度的变化来体现局部灰度信息的改变。实际上, P_{ji} 是为了找出固定窗口中的最大相似性度量和隶属度。通过结合犹豫模糊集理论, 犹豫模糊因子能够包含更多隶属度信息, 它根据相似性度

量与距离实现灵活变化。此外, 从式 (16) 可以看出它不需要任何参数就可以实现图像细节与噪声之间的平衡。

如图 1 所示, 以背景灰度为 100 的 3×3 像素灰度值窗口为例来说明 P_{ji} 通过平衡隶属度实现对噪声的抵抗过程。可以清楚地看到, 左上角和中心像素均被破坏 (加粗部分为噪声像素)。由于 P_{ji} 不仅包含距离信息, 从式 (16) 可以看出也包含了中心像素与非中心像素 HFEs 之间的相似性, 这使得在存在噪声的情况下, P_{ji} 通过计算区域内的相似性度量使用非噪声的邻接像素代替中心像素。通过图 1(b)-(d) 可以看出无论噪声是在中心像素产生还是非中心像素产生, 在数次迭代之后, 隶属度在 P_{ji} 的影响下快速收敛到相近的值。 P_{ji} 通过每次迭代自适应的变化不断平衡噪声像素的隶属度值, 使非噪声像素和噪声像素在经历若干次迭代之后使隶属度快速收敛到一个相近的值。

220	105	103	0.34	0.74	0.77	0.69	0.84	0.88	0.96	0.98	0.99
110	30	108	0.68	0.21	0.69	0.79	0.65	0.82	0.95	0.95	0.94
102	108	98	0.79	0.69	0.78	0.93	0.81	0.90	0.96	0.93	0.99

(a) 含噪像素 (b) 首次迭代 (c) 迭代 2 次 (d) 迭代 6 次

图 1 P_{ji} 作用原理图

3.4 改进的犹豫模糊 C-均值的图像分割方法 (IHFCM)

在本节中, 本文引入了新的犹豫模糊因子, 提出了一种新的图像分割方法: 改进的犹豫模糊 C-均值 (IHFCM) 的图像分割方法。通过犹豫模糊因子 P_{ji} 将局部灰度以及空间信息结合起来, 空间信息中灵活多变的距离可以获得更多分割信息。需要指出的是引入的 P_{ji} 和 FLICM 算法中的模糊因子相比并不是简单的扩展而是包含更多信息的一种新模糊因子, 旨在处理噪声问题。IHFCM 的目标函数优化问题为:

$$\begin{cases} J_m = \sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^N (u_{ji})^m d^2(x_i^{\text{HFS}}, v_j^{\text{HFS}}) P_{ji} \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^c u_{ji} = 1, \quad 1 \leq i \leq N \end{cases} \quad (17)$$

其中, $X^{\text{HFS}} = \{x_1^{\text{HFS}}, x_2^{\text{HFS}}, \dots, x_N^{\text{HFS}}\}$ 为 N 个像素对应的犹豫模糊元 HFEs, m 为模糊常数通常取 2, c 为聚类个数, u_{ji} 为隶属度, $U = (u_{ji})_{c \times N}$ 为隶属度矩阵, P_{ji} 为犹豫模糊因子在式 (16) 中定义, $V^{\text{HFS}} = \{h_1(x_i), h_2(x_i), \dots, h_k(x_i)\}$, $d^2(x_i^{\text{HFS}}, v_j^{\text{HFS}})$ 表示像素 x_i 与类心 v_j 分别对应的犹豫模糊元 HFEs 之间的欧氏距离, 其定义在式 (14)。用拉格朗日乘数法最小化目标函数表示如下:

$$J_m = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^c u_{ji}^m d^2(x_i^{\text{HFS}}, v_j^{\text{HFS}}) P_{ji} - \sum_{i=1}^N k_i \left(\sum_{j=1}^c u_{ji} - 1 \right) \quad (18)$$

其中, k_i 为拉格朗日常数, 计算 J_m 对 u_{ji} 和 k_i 的偏导数, 令偏导数为 0:

$$\frac{\partial J_m}{\partial u_{ji}} = 0, \forall 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq c$$

并且:

$$\frac{\partial J_m}{\partial k_i} = 0, \forall i$$

由此可以得到隶属的矩阵的迭代公式:

$$\begin{cases} u_{ji} = \frac{1}{\sum_{r=1}^c \left(\frac{d^2(x_i^{\text{HFS}}, v_j^{\text{HFS}}) P_{ji}}{d^2(x_i^{\text{HFS}}, v_r^{\text{HFS}}) P_{ji}} \right)^{\frac{1}{m-1}}} \\ 1 \leq j \leq c, 1 \leq i \leq N \end{cases} \quad (19)$$

和类心迭代公式:

$$h(v_i)^l = \frac{\sum_{i=1}^N u_{ji} h_1(x_i)}{\sum_{i=1}^N u_{ji}}, 1 \leq i \leq c, 1 \leq l \leq l_{x_i} \quad (20)$$

到此, 得到了类心与隶属度的迭代公式, IHFCM 的算法流程如算法 3 所示。

算法 3. IHFCM

- 1) 确定聚类数目 c , 迭代的终止条件 ε 和模糊常数 m .
- 2) 使用式 (5) 模糊化图像.
- 3) 对于每个像素以它为中心创建 $N \times N$ 的窗口生成犹豫模糊元 HFEs.
- 4) 初始化隶属度矩阵 U^0 , 设置循环计数器 $b=0$.
- 5) 使用式 (20) 更新类心 v_j^{HFS} .
- 6) 使用式 (15) 计算 HFEs 之间的相似性度量 S_{kj} .
- 7) 使用式 (16) 计算犹豫模糊因子 P_{ji} .
- 8) 使用式 (19) 更新隶属度矩阵 U^{b+1} .
- 9) 若 $U^{(b)} - U^{(b+1)} < \varepsilon$ 则停止迭代, 否则 $b=b+1$, 转回步骤 5).
- 10) 使用式 (6) 解模糊并输出图像.

4 实验

在本节中, 本文分别在合成图像、BSDS500 数据集中的图像和自然图像上来测试所提算法的实验结果. 此外, 本文将 IHFCM 算法与其他 7 种模糊聚类算法比较 FCM、FCM_S、FCM_S1、FCM_S2、FLICM、HFCM 和 IFCM 来验证所提出方法的有效性.

将上述 8 种算法使用目前最流行的图像分割评价指标最优分割精度 (SA) 来评价分割性能. SA 为被算法正确分类的像素之和除以总像素数目^[30]:

$$SA = \frac{\sum_{i=1}^c A_i \cap C_i}{\sum_{j=1}^c C_j} \quad (21)$$

其中, c 为聚类个数, A_i 为算法找到的像素数目集合, C_j 为参考簇中第 j 类像素的集合.

在实验中统一采用的是 3×3 的窗口. 实验参数设置如下: 终止阈值 $\varepsilon = 0.00001$, 模糊指数 $m=2$, 窗口 $NR=9$, 迭代次数上限为 10000, FCM_S、FCM_S1 和 FCM_S2 中的参数 $\alpha=0.3$ 在区间 $[0.2, 8]$ 中寻优得到.

4.1 合成图像

首先在人工合成的图像上使用上述算法进行测试. 图像大小为 128×128 像素, 包含两个类, 两个类的灰度值分别为 20 和 120. 在这个原始图像上分别添加高斯噪声和椒盐噪声, 其中破坏图像的噪声强度为 10%–20%, 步长为 5%. 一共生成了 300 张合成图片.

图 2 展示了 128×128 尺寸的人工合成图像上被 20% 强度高斯噪声破坏后, 使用上述算法处理的聚类结果. 其中, 图 2(a) 子图为原始图像, 图 2(b) 子图为加入 20% 强度高斯噪声图片, 图 2(c)–(j) 为 8 种算法的聚类结果. 从视觉上看, FCM (图 2(c)) 算法对噪声相当敏感, FCM_S (图 2(d))、FCM_S1 (图 2(e)) 和 FCM_S2 (图 2(f)) 去除了部分噪声, 但结果仍然不令人满意, 缺乏对噪声足够的鲁棒性. FLICM (图 2(g)) 由于有模糊因子的存在去除了大部分噪声, 但仍然也受到噪声的影响. HFCM (图 2(h)) 和 IFCM (图 2(i)) 由于目标函数并没有局部信息所以不适合处理存在噪声的情况. 另一方面, IHFCM (图 2(j)) 几乎去除了所有高斯噪声, 结果表明犹豫模糊因子比起 FLICM 中的模糊因子起到了更令人满意的作用, 表 1 分割精度 (SA) 表中也验证了这点.

表 1 给出了 8 种算法在被不同程度的高斯和椒盐噪声破坏的图像中分割精度的数值结果. 从结果可以清晰地看出 IHFCM 的结果无论在何种类型与强度的噪声破坏下, 均高于另外 7 种算法. 尤其对于高斯噪声, IHFCM 具有优秀的鲁棒性, 在 20% 强度的噪声下数值结果高达 99.976%. 结果表明, IHFCM 比另外 7 种算法具有更好的去噪性能.

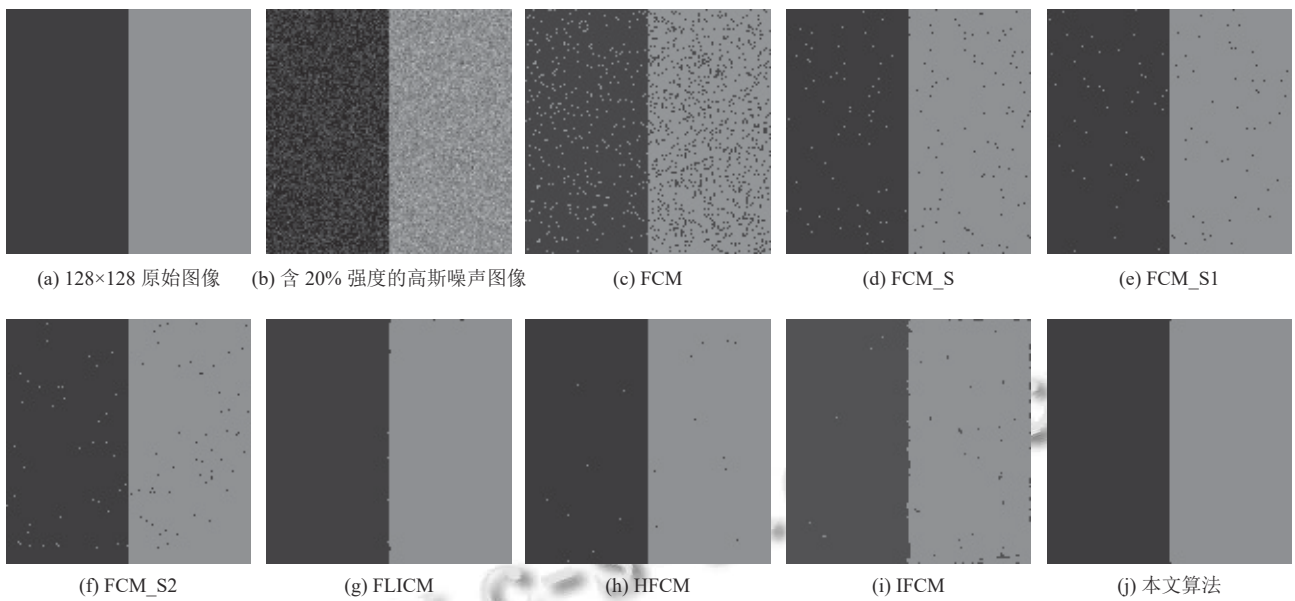


图2 人工合成图像分割结果

表1 相关算法在人工合成图像上的分割精度 (%)

算法	不同强度的高斯噪声			不同强度的椒盐噪声		
	10%	15%	20%	10%	15%	20%
FCM	97.816	96.229	94.925	95.324	92.834	91.586
FCM_S	97.851	97.343	96.895	96.315	95.451	94.103
FCM_S1	98.343	97.211	96.772	97.442	96.455	96.033
FCM_S2	99.357	98.044	96.788	97.539	97.460	96.126
FLICM	99.881	99.649	98.945	98.911	97.908	97.342
HFCM	98.971	98.969	97.884	97.502	95.697	96.728
IFCM	98.620	98.483	97.605	97.655	96.616	96.078
IHFCM	99.993	99.983	99.976	99.256	98.273	97.844

4.2 BSDS 数据集图像

本节将8种算法应用在伯克利分割数据集(BSDS500)的真实图像^[25]上来测试算法的性能,此数据集包含200张训练图像,200张测试图像和100张具有ground truth的验证图像.原始图像为481×321像素,该图像由老虎和背景组成,原始图像如图3(a)所示,它的ground truth如图3(b)所示.可以明显看到此图像细节非常丰富,背景的杂乱程度较高,因此对聚类性能要求也较高.本文将所提出的方法和上述7种算法进行比较,分割的结果分别如图3(c)–图3(j).由图3可以看到,FCM、FCM_S、FCM_S1、FCM_S2(图3(c)–(f))、HFCM(图3(h))和IFCM(图3(i))的聚类效果明显不如FLICM(图3(g))和本文提出的算法(图3(j)).图3(g)与图3(j)相比,图3(g)中老虎的背部和前肢更加清晰,图3(j)中有更多相似像素聚在一起,背景更加整洁.由于目视判别存在一定的主观性,本文给出了8种算法的定量评价结

果,如表2所示.从表2可以看出,本文算法的分割精度是最高的.

4.3 自然图像

本节将上述算法应用到自然图像上进行测试,图像为摄影师所拍的真实图像,像素为179×240.图像用不同程度的高斯和椒盐噪声进行破坏(10%–20%,步长为5%),测试算法在真实图像中的对噪声的鲁棒性.此外,由于自然图像不同于处理过或者合成的图像,更具有真实性,本文引入了另外一个指标:量化分数(R)来比较算法之间的性能.定义如下^[31]:

$$R = \sum_{i=1}^c \frac{A_i \cap C_i}{A_i \cup C_i} \quad (22)$$

其中, c 为聚类个数, A_i 表示由算法找到的第 i 类像素的集合, C_i 表示真值图像中第 i 类像素的集合.指标 R 实际上是一个模糊相似度度量,表示 A_i 和 C_i 之间的相等程度, R 越大表示聚类性能越好.



图3 来自伯克利分割数据集 (BSDS500) 的图像分割结果

表2 不同算法在 BSDS500 数据集图像上的 SA (%)

算法	FCM	FCM_S	FCM_S1	FCM_S2	FLICM	HFCM	IFCM	IHFCM
SA	73.545	74.237	73.387	74.682	76.191	73.255	61.976	77.520

图4表示8种算法在同一张自然图像(花朵)的分割结果,其中,图4(a)子图为原始图像,图4(b)子图为加入15%椒盐噪声破坏后的图像.图4(c)–(i)分别为上述7种比较算法的分割结果,图4(j)为本文所提出的方法的分割结果.

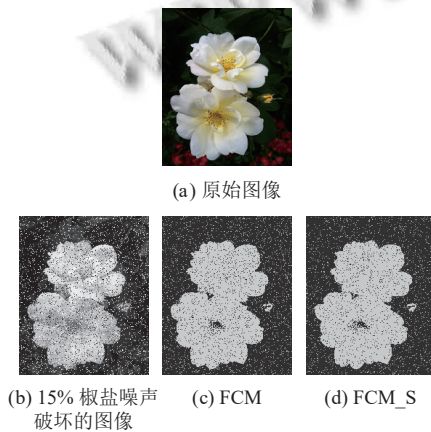


图4 自然图像分割结果

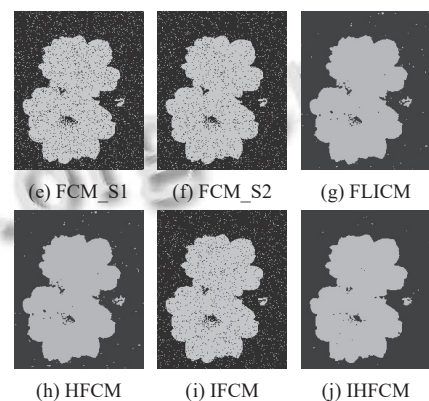


图4 自然图像分割结果(续)

从图4中可以清晰地看到, IHFCM 聚类结果轮廓更加清晰, 细节更加丰富, 这是因为犹豫模糊因子保持了对噪声和异常值的不敏感. 然而, FCM、FCM_S、FCM_S1 和 FCM_S2 对于自然图像的噪声抵抗性非常不理想, HFCM 和 IFCM 的抗噪和分割精度也不够理想, 这是因为它们并没有融合局部信息, FLICM 虽然能抵抗大部分噪声, 但是会出现边界模糊的现象. 此外, 表3和表4分别为8种算法在自然图像上的分割精度

(SA) 和量化分数 (R), 由表 3 和表 4 可知, IHFCM 能够应对大部分情况下的噪声, 实验表明 IHFCM 的综合表现明显优于其他 7 种算法。

4.4 时间复杂度分析

图 5 给出了 8 种算法在不同尺寸图像上的平均运行时间, 其中每个尺寸图像运行 10 次取平均值。

表 3 8 种算法在自然图像上的分割精度 (%)

算法	不同强度的高斯噪声			不同强度的椒盐噪声			15%高斯噪声和10%椒盐噪声的混合噪声
	10%	15%	20%	10%	15%	20%	
FCM	97.587	97.307	97.162	94.236	92.127	90.061	96.735
FCM_S	98.090	97.806	97.641	94.543	94.488	92.756	97.218
FCM_S1	98.099	97.812	97.653	94.383	94.484	93.992	97.309
FCM_S2	98.109	97.903	97.655	95.621	95.372	95.047	97.578
FLICM	99.138	98.713	98.598	98.538	98.219	98.002	98.736
HFCM	98.857	98.625	98.511	98.466	98.084	97.869	98.285
IFCM	98.223	98.176	98.080	97.778	97.761	97.603	98.153
IHFCM	99.064	99.069	99.050	98.720	98.382	98.191	98.897

表 4 8 种算法在自然图像上的比较分数 (%)

算法	不同强度的高斯噪声			不同强度的椒盐噪声			15%高斯噪声和10%椒盐噪声的混合噪声
	10%	15%	20%	10%	15%	20%	
FCM	95.842	95.788	95.570	93.507	91.739	89.956	95.077
FCM_S	96.885	96.822	96.599	93.534	91.718	89.967	95.429
FCM_S1	97.268	97.047	96.813	94.619	94.572	94.504	96.505
FCM_S2	97.464	97.407	97.338	94.981	94.750	94.707	96.531
FLICM	97.991	97.979	97.957	97.602	97.378	97.255	97.658
HFCM	97.657	97.581	97.516	96.771	96.663	96.572	97.407
IFCM	97.551	97.451	97.389	96.588	96.557	96.520	97.175
IHFCM	97.987	97.984	97.966	97.747	97.522	97.483	97.817

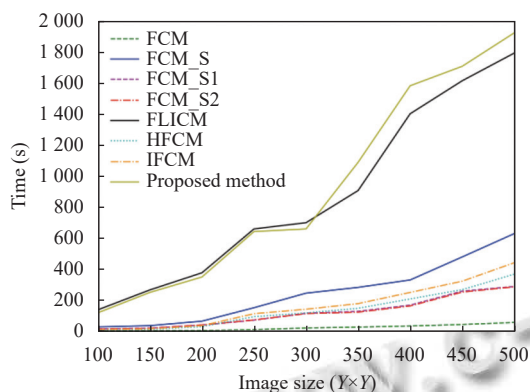


图 5 8 种算法在不同图像尺寸上的运行时间

从图 5 中可以看到, 运行最快的是 FCM, 因为它不包含任何空间信息。除 FLICM 和本文所提出的算法外, 其余算法的运行时间都较快。本文所提出的算法运行较 FLICM 在大尺寸图像上时间成本更高一些, 相比于 FLICM 的模糊因子 G , IHFCM 需要额外计算新的模糊因子 P 中相似性度量, 然而通过与这 7 种算法在不同类型图像上的实验结果比较, IHFCM 展现了明显优于它们的分割效果, 弥补了时间上较慢的缺点。本文所有实验均在 Python 3.9 上进行, 相关条件为 Windows 10, 2.50 GHz, 8 GB RAM。

5 结论

本文提出了一种新的图像分割方法称为改进的犹豫模糊 C 均值 (IHFCM) 算法。IHFCM 算法克服了现有 FCM 算法及其变体由于噪声或边界不确定性引起分割精度不良的缺点, 这是由于其引入了结合局部空间信息与灰度信息的新模糊因子实现的, 此外, 模糊因子也不需要任何参数调优。在实验中, 本文使用分割精度和聚类得分两种评价指标, 在对合成图像、BSDS500 图像以及自然图像数据集上对 IHFCM 方法进行了测试, 其中合成图像与自然图像都被不同程度的高斯和椒盐噪声污染, 实验结果表明该算法的聚类性能在一定程度上均优于其他 7 种算法, 且对于噪声有良好的鲁棒性。

参考文献

- 1 Nyo MT, Mebarek-Oudina F, Hlaing SS, *et al.* Otsu's thresholding technique for MRI image brain tumor segmentation. *Multimedia Tools and Applications*, 2022, 81(30): 43837–43849. [doi: 10.1007/s11042-022-13215-1]
- 2 Versaci M, Morabito FC. Image edge detection: A new approach based on fuzzy entropy and fuzzy divergence. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2021, 23(4): 918–

936. [doi: [10.1007/s40815-020-01030-5](https://doi.org/10.1007/s40815-020-01030-5)]
- 3 Kim W, Kanezaki A, Tanaka M. Unsupervised learning of image segmentation based on differentiable feature clustering. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2020, 29: 8055–8068. [doi: [10.1109/TIP.2020.3011269](https://doi.org/10.1109/TIP.2020.3011269)]
- 4 Li XC, Yin HZ, Zhou K, *et al.* Semi-supervised clustering with deep metric learning and graph embedding. *World Wide Web*, 2020, 23(2): 781–798. [doi: [10.1007/s11280-019-00723-8](https://doi.org/10.1007/s11280-019-00723-8)]
- 5 Khriisi L, El Akkad N, Satori H, *et al.* Clustering method and sine cosine algorithm for image segmentation. *Evolutionary Intelligence*, 2022, 15(1): 669–682. [doi: [10.1007/s12065-020-00544-z](https://doi.org/10.1007/s12065-020-00544-z)]
- 6 Dhanachandra N, Chanu YJ, Singh KM. A new hybrid image segmentation approach using clustering and black hole algorithm. *Computational Intelligence*, 2023, 39(2): 194–213. [doi: [10.1111/coin.12297](https://doi.org/10.1111/coin.12297)]
- 7 Li QH, Geng JB, Song DQ, *et al.* Automatic recognition of erosion area on the slope of tailings dam using region growing segmentation algorithm. *Arabian Journal of Geosciences*, 2022, 15(5): 438. [doi: [10.1007/s12517-022-09746-4](https://doi.org/10.1007/s12517-022-09746-4)]
- 8 Dunn JC. A fuzzy relative of the ISODATA process and its use in detecting compact well-separated clusters. *Journal of Cybernetics*, 1973, 3(3): 32–57. [doi: [10.1080/01969727308546046](https://doi.org/10.1080/01969727308546046)]
- 9 Bezdek JC. *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*. New York: Springer, 1981.
- 10 Ahmed MN, Yamany SM, Mohamed N, *et al.* A modified fuzzy C-means algorithm for bias field estimation and segmentation of MRI data. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2002, 21(3): 193–199. [doi: [10.1109/42.996338](https://doi.org/10.1109/42.996338)]
- 11 Chen S, Zhang D. Robust image segmentation using FCM with spatial constraints based on new kernel-induced distance measure. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 2004, 34(4): 1907–1916. [doi: [10.1109/TSMCB.2004.831165](https://doi.org/10.1109/TSMCB.2004.831165)]
- 12 Szilagy L, Benyo Z, Szilágyi SM, *et al.* MR brain image segmentation using an enhanced fuzzy C-means algorithm. *Proceedings of the 25th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. Cancun: IEEE*, 2003. 724–726.
- 13 Cai WL, Chen SC, Zhang DQ. Fast and robust fuzzy *c*-means clustering algorithms incorporating local information for image segmentation. *Pattern Recognition*, 2007, 40(3): 825–838. [doi: [10.1016/j.patcog.2006.07.011](https://doi.org/10.1016/j.patcog.2006.07.011)]
- 14 Krinidis S, Chatzis V. A robust fuzzy local information C-means clustering algorithm. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, 19(5): 1328–1337. [doi: [10.1109/TIP.2010.2040763](https://doi.org/10.1109/TIP.2010.2040763)]
- 15 Rahman AU, Ahmad MR, Saeed M, *et al.* A study on fundamentals of refined intuitionistic fuzzy set with some properties. *Journal of Fuzzy Extension and Applications*, 2020, 1(4): 279–292.
- 16 De AK, Chakraborty D, Biswas A. Literature review on type-2 fuzzy set theory. *Soft Computing*, 2022, 26(18): 9049–9068. [doi: [10.1007/s00500-022-07304-4](https://doi.org/10.1007/s00500-022-07304-4)]
- 17 Bouchet A, Sesma-Sara M, Ochoa G, *et al.* Measures of embedding for interval-valued fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 2023, 467: 108505. [doi: [10.1016/j.fss.2023.03.008](https://doi.org/10.1016/j.fss.2023.03.008)]
- 18 Petry FE, Yager RR. Interval-valued fuzzy sets aggregation and evaluation approaches. *Applied Soft Computing*, 2022, 124: 108887. [doi: [10.1016/j.asoc.2022.108887](https://doi.org/10.1016/j.asoc.2022.108887)]
- 19 Jeevaraj S. Ordering of interval-valued Fermatean fuzzy sets and its applications. *Expert Systems with Applications*, 2021, 185: 115613. [doi: [10.1016/j.eswa.2021.115613](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.115613)]
- 20 Shamsizadeh M, Zahedi MM. On reduced fuzzy multiset finite automata. *Soft Computing*, 2022, 26(24): 13381–13390. [doi: [10.1007/s00500-022-07549-z](https://doi.org/10.1007/s00500-022-07549-z)]
- 21 Pelekis N, Iakovidis DK, Kotsifakos EE, *et al.* Fuzzy clustering of intuitionistic fuzzy data. *International Journal of Business Intelligence and Data Mining*, 2008, 3(1): 45–65. [doi: [10.1504/IJBIDM.2008.017975](https://doi.org/10.1504/IJBIDM.2008.017975)]
- 22 Xu ZS, Wu JJ. Intuitionistic fuzzy C-means clustering algorithms. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2010, 21(4): 580–590. [doi: [10.3969/j.issn.1004-4132.2010.04.009](https://doi.org/10.3969/j.issn.1004-4132.2010.04.009)]
- 23 Torra V. Hesitant fuzzy sets. *International Journal of Intelligent Systems*, 2010, 25(6): 529–539.
- 24 Zeng WY, Ma R, Yin Q, *et al.* Hesitant fuzzy C-means algorithm and its application in image segmentation. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 2020, 39(3): 3681–3695.
- 25 Martin D, Fowlkes C, Tal D, *et al.* A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics. *Proceedings Eighth IEEE International Conference on Computer Vision. Vancouver: IEEE*, 2001. 416–423.
- 26 Xia MM, Xu ZS. Hesitant fuzzy information aggregation in decision making. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2011, 52(3): 395–407. [doi: [10.1016/j.ijar.2010.09](https://doi.org/10.1016/j.ijar.2010.09)]

- 002]
- 27 Xu ZS, Xia MM. Distance and similarity measures for hesitant fuzzy sets. *Information Sciences*, 2011, 181(11): 2128–2138. [doi: [10.1016/j.ins.2011.01.028](https://doi.org/10.1016/j.ins.2011.01.028)]
- 28 Merigó JM, Casanovas M. Induced aggregation operators in decision making with the Dempster-Shafer belief structure. *International Journal of Intelligent Systems*, 2009, 24(8): 934–954. [doi: [10.1002/int.20368](https://doi.org/10.1002/int.20368)]
- 29 Merigó JM, Gil-Lafuente AM. The induced generalized OWA operator. *Information Sciences*, 2009, 179(6): 729–741. [doi: [10.1016/j.ins.2008.11.013](https://doi.org/10.1016/j.ins.2008.11.013)]
- 30 Wang QS, Wang XP, Fang C, *et al.* Robust fuzzy C-means clustering algorithm with adaptive spatial & intensity constraint and membership linking for noise image segmentation. *Applied Soft Computing*, 2020, 92: 106318. [doi: [10.1016/j.asoc.2020.106318](https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106318)]
- 31 Zhang H, Fritts JE, Goldman SA. An entropy-based objective evaluation method for image segmentation. *Proceedings of the 2004 Conference on Storage and Retrieval Methods and Applications for Multimedia*. San Jose: SPIE, 2003. 38–49.

(校对责编: 孙君艳)