

# 针对多目标的分布式多边融合定位<sup>①</sup>



张利军, 杨 波, 苏俊琦, 梁宇倩

(山西大学 数学科学学院, 太原 030006)

通讯作者: 杨 波, E-mail: yangbo@sxu.edu.cn

**摘要:** 针对基于接收信号强度指数 (Received Signal Strength Indicator, RSSI) 的多目标定位问题, 结合点估计与椭圆估计算法, 提出一种新的分布式多边融合定位 (Distributed Multi-lateral Fusion Localization, DMFL) 算法。首先, 通过多边定位算法进行粗定位, 估计目标的大致位置。其次, 基于区间分析理论在线获取泰勒展式高阶余项的边界, 并通过集员递归算法求解多目标定位问题。最后, 通过实验和仿真验证该算法的定位性能。结果表明, 在相同的节点布置条件下, 与最新的 RSSI 定位算法相比, 该算法的定位精度更高, 最大误差小于 0.3 m, 并可提供保证包含目标真实位置的最优区域。

**关键词:** 多目标定位; 接收信号强度指数; 分布式; 集员滤波; 有界余项

引用格式: 张利军, 杨波, 苏俊琦, 梁宇倩. 针对多目标的分布式多边融合定位. 计算机系统应用, 2021, 30(12): 180–186. <http://www.c-s-a.org.cn/1003-3254/8223.html>

## Distributed Multilateral Fusion Localization for Multi-Target

ZHANG Li-Jun, YANG Bo, SU Jun-Qi, LIANG Yu-Qian

(School of Mathematical Sciences, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

**Abstract:** To realize the multi-target localization based on Received Signal Strength Indicator (RSSI), this study proposes a new Distributed Multilateral Fusion Localization (DMFL) algorithm with point estimation and ellipse estimation. Firstly, the rough locations of targets are estimated by the multilateral localization algorithm. Then, in light of the interval analysis theory, the higher-order remainder bound of Taylor series expansion is obtained and the set-membership recursive algorithm is used to solve the problem of multi-target localization. Finally, the performance of the localization algorithm is verified through experiments and simulations. The results show that, under the same nodes layout conditions, the algorithm improves the accuracy of localization compared with the latest localization algorithms, with the maximum error being less than 0.3 m. Moreover, it can determine the optimal regions that contain the real locations of targets.

**Key words:** multi-target localization; Received Signal Strength Indicator (RSSI); distributed; set-membership filter; bounded remainder

## 1 引言

随着无线通信技术的进步以及无线传感器网络 (Wireless Sensor Networks, WSNs)<sup>[1-3]</sup> 等的飞速发展, 利用无线网络的目标定位技术已经成为环境监测、室

内定位、无线电监控等<sup>[4,5]</sup> 领域中众多学者关注的热点问题。

现今, 已有大量关于 WSNs 定位算法的研究成果。根据传感器测量值的物理变量类型划分, 可分为 3 类:

① 基金项目: 山西省回国留学人员科研资助项目 (2021-008); 山西省自然科学基金重点研发项目 (201903D121145)

Foundation item: Research Project Supported by Shanxi Scholarship Council of China (2021-008); Key Research and Development Project of Natural Science Foundation of Shanxi Province (201903D121145)

收稿时间: 2021-02-27; 修改时间: 2021-03-29; 采用时间: 2021-04-13

基于到达角度定位(Angle of Arrival, AoA)、基于到达时间差(Time Difference of Arrival, TDoA)定位和基于接收信号强度指数(Received Signal Strength Indicator, RSSI)定位<sup>[6,7]</sup>。其中基于RSSI的WiFi和ZigBee等技术具有低成本、低功耗、易部署等优势，使得基于RSSI的室内定位得到了广泛关注。

基于RSSI的定位方法的基本工作原理是利用RSSI值与距离之间存在的关系，根据终端测量接收到的信号强度和已知的无线测距模型，估算出收发方之间的距离。然而，在实际应用中，噪声的多模态和复杂多变的特性给精确定位带来巨大障碍，使得定位性能得不到保障。针对该问题，主流的处理方法有两种：一种以拓展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filtering, EKF)方法<sup>[8,9]</sup>为代表，根据噪声的统计特性进行分析；另一种以集员滤波(Set-Membership Filtering, SMF)方法<sup>[10,11]</sup>为代表，将噪声看作是幅值有界但大小未知的量进行分析。然而，在实际的应用中，精确的噪声统计特性是无法获取的，这大大降低了EKF的性能。而这些杂乱噪声信号虽是未知的，但是噪声的边界容易获得，因而本文考虑采用集员滤波方法来处理未知但有界的噪声。

文献[10]提出集员滤波后，集员滤波在理论与应用上都引起了很多学者的关注。文献[11]采用集员滤波对带有非线性约束的系统进行了分析，考虑了非线性函数线性化时基点误差和截断误差对状态估计的影响。文献[12]解决了一类具有传感器饱和的离散时变系统的集员滤波问题。然而这些研究成果仅适用于单目标系统。近年来，随着传感器成本的逐年下降以及高精度、多目标定位的需求越来越多，很多学者开始倾向于研究针对多目标的分布式多边椭圆定位，以提升定位精度并准确刻画目标状态。Le Thu Nguyen等<sup>[13]</sup>提出了基于序列蒙特卡罗方法的多源定位系统。Meng等<sup>[14]</sup>针对WSN中基于能量的多源定位，提出了一种有效的EM算法。在此基础上，Meng等<sup>[15,16]</sup>基于集员滤波思想，分析了声能损耗模型下的多源椭圆定位问题。然而，由于声能模型的结构特性，使得其分析难度过大，且当锚节点与待测节点距离过近时高阶余项无界，无法满足定位要求。

本文针对基于RSSI的多目标定位问题，提出点估计与椭圆估计相融合的分布式多边融合定位算法。首先，通过多边定位算法进行粗定位。其次通过集员滤波

方法求解多目标椭圆定位问题。值得指出的是，与以往的优化算法不同，本文提出的优化算法获得的结果为可以包含真实目标节点位置的椭圆集，而非一个最优估计点。

## 2 问题描述

### 2.1 系统组成

本文研究了无线传感网络上基于RSSI的室内多目标的定位问题。传感网络结构如图1所示。

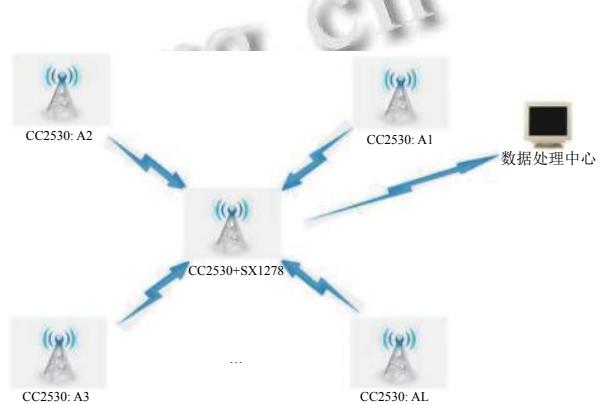


图1 传感网络结构

图1中， $N$ 个待测节点通过通信信道向附近的锚节点发送信号，分布在已知位置的 $N$ 个锚节点分别接收RSSI并传输到数据处理中心。数据处理中心首先通过多边定位算法进行粗定位，然后再通过集员滤波进一步优化定位性能。

### 2.2 RSSI测距模型

在利用RSSI定位时，一般采用对数分布阴影模型<sup>[17]</sup>来确定距离与测量值间的关系，其形式如下：

$$RSSI = \alpha - 10\gamma \times \lg(d/d_0) \quad (1)$$

式中， $\alpha = P_t - PL(d_0) - v$ ， $P_t$ 表示接收功率， $PL(d_0)$ 表示距离为 $d_0$ 时的路径损耗， $d_0$ 一般取为1 m， $v$ 为环境噪声，参数 $\gamma$ 是依赖于环境的信号损耗指数， $\gamma$ 一般在[2, 4]之间取值。由式(1)变形可得：

$$d = d_0 \times 10^{\frac{\alpha - RSSI}{10\gamma}} \quad (2)$$

本文假定参数 $\alpha$ 和 $\gamma$ 为先验已知的。

### 2.3 多边定位求初值

数据处理中心接收到各锚节点的RSSI信号后，即可利用RSSI测距模型得出测量距离，然后通过多边定位算法对待测节点位置进行估计。方法如下：

设分布在已知空间中特定位置的  $L$  个锚节点的坐标集为  $r = [r_1^T, r_2^T, \dots, r_L^T]^T$ , 其中  $r_l = (A_l, B_l)^T$ ,  $l = 1, 2, \dots, L$ . 估计的  $N$  个待测节点坐标集用  $\hat{x} = [\hat{x}_1^T, \hat{x}_2^T, \dots, \hat{x}_N^T]^T$  表示, 其中  $\hat{x}_n = (\hat{a}_n, \hat{b}_n)^T$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ . 第  $l$  个锚节点与第  $n$  个待测节点间的测量距离用  $d_{l,n}$  表示. 根据第  $n$  个待测节点与各锚节点的位置关系可得:

$$\left\{ \begin{array}{l} (A_1 - \hat{a}_n)^2 + (B_1 - \hat{b}_n)^2 = d_{1,n}^2 \\ (A_2 - \hat{a}_n)^2 + (B_2 - \hat{b}_n)^2 = d_{2,n}^2 \\ \vdots \\ (A_L - \hat{a}_n)^2 + (B_L - \hat{b}_n)^2 = d_{L,n}^2 \end{array} \right. \quad (3)$$

式(3)可以转化为:

$$\left\{ \begin{array}{l} -2A_1\hat{a}_n - 2B_1\hat{b}_n + \hat{a}_n^2 + \hat{b}_n^2 = d_{1,n}^2 - A_1^2 - B_1^2 \\ -2A_2\hat{a}_n - 2B_2\hat{b}_n + \hat{a}_n^2 + \hat{b}_n^2 = d_{2,n}^2 - A_2^2 - B_2^2 \\ \vdots \\ -2A_L\hat{a}_n - 2B_L\hat{b}_n + \hat{a}_n^2 + \hat{b}_n^2 = d_{L,n}^2 - A_L^2 - B_L^2 \end{array} \right. \quad (4)$$

式(4)可以表示为:

$$H\hat{x}_n = G_n \quad (5)$$

式中,  $\hat{x}_n = (\hat{a}_n, \hat{b}_n)^T$ .

$$G_n = \begin{pmatrix} d_{1,n}^2 - A_1^2 - B_1^2 - d_{L,n}^2 + A_L^2 + B_L^2 \\ d_{2,n}^2 - A_2^2 - B_2^2 - d_{L,n}^2 + A_L^2 + B_L^2 \\ \vdots \\ d_{L-1,n}^2 - A_{L-1}^2 - B_{L-1}^2 - d_{L,n}^2 + A_L^2 + B_L^2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$H = -2 \times \begin{pmatrix} A_1 - A_L & B_1 - B_L \\ A_2 - A_L & B_2 - B_L \\ \vdots & \vdots \\ A_{L-1} - A_L & B_{L-1} - B_L \end{pmatrix} \quad (7)$$

解方程(7)可得第  $n$  个待测节点坐标为:

$$\hat{x}_n = (H^T H)^{-1} H^T G_n \quad (8)$$

同理, 可以获得其它所有待测节点的坐标, 即可以求出坐标集  $\hat{x}$ . 在理想情况下, 各锚节点与待测节点间的定位距离与测量距离应当分别相同. 然而在实际应用中, 结果往往如图 2 所示, 多个圆未必交于一点. 但可获得一个包含真实坐标的较保守的椭圆集:

$$\beta_n^0 = \{x \in R^2 : (x_n - \hat{x}_n^0)^T (P_n^0)^{-1} (x_n - \hat{x}_n^0) \leq 1\} \quad (9)$$

式中,  $\hat{x}_n^0 = (\hat{a}_n, \hat{b}_n)^T$ ,  $P_n^0 = \text{diag}\{r_n^2, r_n^2\}$ , 其中,  $r_n = \max(|D_{m,n} - d_{m,n}| + \sup|\nu|_{m,n})$ .

包含真实状态集  $x$  的有界集  $\beta^0$  可用  $\beta_n^0$  的笛卡尔积表示, 即  $\beta^0 = \prod_{n=1}^N \beta_n^0$ .

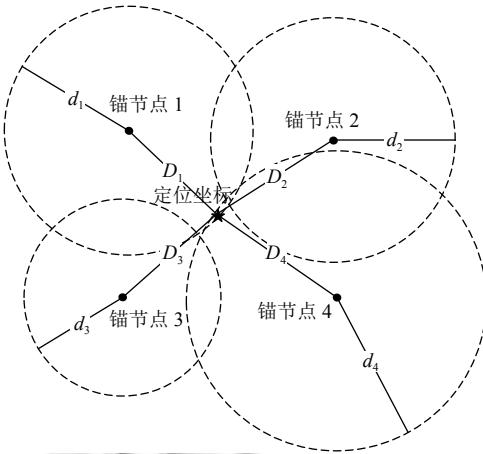


图 2 多边定位示意图

### 3 集员滤波

#### 3.1 优化模型构建

获得包含真实目标位置的初始椭圆后, 重新对定位模型进行分析, 每个传感器的测量值可重新表示为:

$$y_l = \sum_{n=1}^N \left( \alpha - 10\gamma \times \lg \left( \frac{\|x_n - r_l\|}{d_0} \right) \right) + \lambda_l v_l \quad (10)$$

式中,  $y_l$  表示第  $l$  个测量值,  $\|x_n - r_l\| \neq 0$  表示第  $n$  个目标节点与第  $l$  个锚节点间的距离,  $\lambda_l$  为已知的正定常量,  $v_l$  为独立且有界的噪声, 包含于有界集  $\mathcal{E}^v = \{v \in R^L : v^T Q^{-1} v \leq 1\}$ , 其中  $Q$  为已知的适当维度的正定矩阵.

此外, 将  $l$  个传感器的所有测量值记为  $y = [y_1, y_2, \dots, y_L]^T$ , 并定义:

$$f(x) = \sum_{n=1}^N f_n(x_n) \quad (11)$$

其中,  $f_n(x_n) = [f_{1,n}(x_n), \dots, f_{L,n}(x_n)]$ ,  $f_{l,n}(x) = \alpha - 10\gamma \times \lg \left( \frac{\|x_n - r_l\|}{d_0} \right)$ . 那么, 式(10)中的测量函数可整合为:

$$y = f(x) + v \quad (12)$$

式中,  $v = [v_1, v_2, \dots, v_L]^T$  是测量噪声.

#### 3.2 高阶余项分析

利用泰勒公式, 将函数  $f(x)$  线性化:

$$f(x) = f(\hat{x}) + J(\hat{x})(x - \hat{x}) + \nabla f(x, \hat{x}) \quad (13)$$

式中,  $\hat{x} = [\hat{x}_1^T, \hat{x}_2^T, \dots, \hat{x}_N^T]^T$ ,  $J(\hat{x}) = \frac{\partial f(x)}{\partial x}|_{\hat{x}}$  是雅克比矩阵, 对于任意的  $x \in \beta$ , 高阶余项  $\nabla f(x, \hat{x})$  始终包含于有界盒子  $\zeta$  内, 即:

$$\nabla f(x, \hat{x}) \in \zeta = \{z \in R^L : D_l^f \leq z_l \leq U_l^f\} \quad (14)$$

其中,  $D_l^f$  是有界集  $\zeta$  的下界  $D^f$  的第  $l$  个分量, 即  $D^f =$

$[D_1^f, \dots, D_L^f]^T$ ,  $U_l^f$ 是有界集 $\zeta$ 的上界 $U^f$ 的第 $l$ 个分量, 即 $U^f = [U_1^f, \dots, U_L^f]^T$ . 有界集 $\zeta$ 的上下界并非定值, 将通过实时在线给出.

结合式(11)和式(13)可得, 在第*i*次优化时:

$$\nabla f(x, \hat{x}^i) = \sum_{n=1}^N (f_n(x_n) - f_n(\hat{x}_n^i) - J_n(\hat{x}_n^i)(x_n - \hat{x}_n^i)) \quad (15)$$

式中,  $J_n(\hat{x}_n^i) = \frac{\partial f_n(x_n)}{\partial x_n}|_{\hat{x}_n^i}, x_n \in \beta_n^i, n = 1, \dots, N$ , 则:

$$\nabla f_n(x_n, \hat{x}_n^i) = f_n(x_n) - f_n(\hat{x}_n^i) - J_n(\hat{x}_n^i)(x_n - \hat{x}_n^i) \quad (16)$$

式中,  $\nabla f_n(x_n, \hat{x}_n^i) = [\nabla f_{1,n}(x_n, \hat{x}_n^i), \dots, \nabla f_{L,n}(x_n, \hat{x}_n^i)]^T$ .

对于任意 $x_n \in \beta_n^i$ , 有:

$$\nabla f_n(x_n, \hat{x}_n^i) \in \zeta_n^i = \{z \in R^N : D_{l,n}^{f,i} \leq z_l \leq U_{l,n}^{f,i}\} \quad (17)$$

式中,  $D_{l,n}^{f,i}$ 是有界集 $\zeta_n^i$ 的下界 $D_n^i$ 的第*l*个分量, 即 $D_n^i = [D_{1,n}^{f,i}, \dots, D_{L,n}^{f,i}]^T$ ,  $U_{l,n}^{f,i}$ 是有界集 $\zeta_n^i$ 的上界 $U_n^{f,i}$ 的第*l*个分量, 即 $U_n^{f,i} = [U_{1,n}^{f,i}, \dots, U_{L,n}^{f,i}]^T$ .

式(14)中有界余项 $\nabla f(x, \hat{x})$ 的上下界可表示为:

$$D^{f,i} = \sum_{n=1}^N D_{l,n}^{f,i}, U^{f,i} = \sum_{n=1}^N U_{l,n}^{f,i} \quad (18)$$

由文献[16]的命题1可知, 在求解有界集 $\zeta_n^i$ 的上下界时, 只需考虑集合 $\beta_n^i$ 的边界和估计状态 $\hat{x}_n^i$ , 不需要讨论有界集 $\beta_n^i$ 内除估计点 $\hat{x}_n^i$ 外的其它点. 因此, 包含余项 $\nabla f_n(x_n, \hat{x}_n^i)$ 的有界集 $\zeta_n^i$ 可通过如定理1得出.

定理1. 如果目标节点位置总包含于一个有界集 $\beta_n^i = \{x \in R^2 : (x_n - \hat{x}_n^i)^T (P_n^i)^{-1} (x_n - \hat{x}_n^i) \leq 1\}$ 中, 则有界余项 $\nabla f_{l,n}(x_n, \hat{x}_n^i)$ 的上下界为:

$$\begin{aligned} U_{l,n}^{f,i} &= \max_{x_n \in \beta_n^i} \nabla f_{l,n}(x_n, \hat{x}_n^i) \\ &= \max \left\{ \nabla \tilde{f}_{l,n}(-1, R_n^i), \nabla \tilde{f}_{l,n}(1, R_n^i), 0 \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

$$D_{l,n}^{f,i} = \min_{x_n \in \beta_n^i} \nabla f_{l,n}(x_n, \hat{x}_n^i) = \min \left\{ \nabla \tilde{f}_{l,n}(k_1, R_n^i), 0 \right\} \quad (20)$$

式中,  $k_1 = -\frac{R_n^i}{2\tau_l}, l = 1, \dots, L, n = 1, \dots, N$ .

证明: 令 $x_n = \hat{x}_n^i + \Delta x$ , 则函数 $\nabla f_{l,n}(x_n, \hat{x}_n^i)$ 可表示为:

$$\nabla \tilde{f}_{l,n}(\Delta x) = 10\gamma \times \left( \frac{(\hat{x}_n^i - r_l)^T}{\|\hat{x}_n^i - r_l\|^2 \ln 10} \Delta x + \lg \frac{\|\hat{x}_n^i - r_l\|}{\|\hat{x}_n^i - r_l + \Delta x\|} \right) \quad (21)$$

记 $\tau_l = \|\hat{x}_n^i - r_l\|, t = \|\Delta x\| \in [0, R_n^i], k = \cos(\theta), \theta \in [0, \pi]$ . 由式(21)得:

$$\nabla \tilde{f}_{l,n}(k, t) = 10\gamma \left[ \frac{kt}{\tau_l \ln 10} + \lg \tau_l - \frac{1}{2} \lg(t^2 + \tau_l^2 + 2t\tau_l k) \right] \quad (22)$$

式中,  $k \in [-1, 1], t = \|\Delta x\| \in [0, R_n^i]$ .

余下证明可分为两部分: (1) 求当 $k \in [-1, 1], t \in [0, R_n^i]$ 时,  $\nabla \tilde{f}_{l,n}(k, t)$ 的最大值; (2) 求当 $k \in [-1, 1], t \in [0, R_n^i]$ 时,  $\nabla \tilde{f}_{l,n}(k, t)$ 的最小值.

(1) 首先, 观察可知, 当 $t=0$ 时, 函数 $\nabla \tilde{f}_{l,n}(k, t)$ 恒为0. 其次, 函数 $\nabla \tilde{f}_{l,n}(k, t)$ 为关于 $k$ 的凸函数, 所以若要取得 $\nabla \tilde{f}_{l,n}(k, t)$ 的最大值, 仅需考虑如下两种情况:

① 当 $k=-1$ 时,  $\nabla \tilde{f}_{l,n}(-1, t)$ 为关于 $t$ 的凸函数, 故 $\nabla \tilde{f}_{l,n}(-1, t)$ 只可能在 $\nabla \tilde{f}_{l,n}(-1, 0)$ 和 $\nabla \tilde{f}_{l,n}(-1, R_n^i)$ 处取得最大值;

② 当 $k=1$ 时,  $\nabla \tilde{f}_{l,n}(1, t)$ 为关于 $t$ 的凸函数, 故 $\nabla \tilde{f}_{l,n}(1, t)$ 只可能在 $\nabla \tilde{f}_{l,n}(1, 0)$ 和 $\nabla \tilde{f}_{l,n}(1, R_n^i)$ 处取得最大值.

综上可得:

$$\max_{x_n \in \beta_n^i} \nabla \tilde{f}_{l,n}(x_n, \hat{x}_n^i) = \max \left\{ \nabla \tilde{f}_{l,n}(-1, R_n^i), \nabla \tilde{f}_{l,n}(1, R_n^i), 0 \right\} \quad (23)$$

(2) 同理, 可得:

$$\min_{x_n \in \beta_n^i} \nabla \tilde{f}_{l,n}(x_n, \hat{x}_n^i) = \min \left\{ \nabla \tilde{f}_{l,n}(k_1, R_n^i), 0 \right\} \quad (24)$$

式中,  $k_1 = -\frac{R_n^i}{2\tau_l}, l = 1, \dots, L, n = 1, \dots, N$ . 证毕.

### 3.3 集员优化

基于上述准备工作, 本节给出集员优化方法对估计的有界椭圆集进行优化.

定理2. 在第*i+1*次迭代中, 基于测量值 $y$ , 当前有界位置集 $\beta_1^i \times \dots \times \beta_N^i$ , 有界余项集 $\zeta_1^i \times \dots \times \zeta_N^i$ 和有界噪声集 $\varepsilon^i$ , 可得必定存在正定参数 $\tau_v^x, \tau_v$ 和 $\tau_l$ 使得式(25)成立:

$$\min Tr(P_n^{i+1}), \text{ s.t. } P_n^{i+1} > 0, \tau_v^x > 0, \tau_v > 0, \tau_l > 0 \quad (25)$$

$$\left[ \begin{array}{cc} -P_n^{i+1} & \Phi_n^{i+1}(\Psi^{i+1})_\perp \\ (\Phi_n^{i+1}(\Psi^{i+1})_\perp)^T & -(\Psi^{i+1})_\perp^T \Xi_n^{i+1}(\Psi^{i+1})_\perp \end{array} \right] \leq 0 \quad (26)$$

式中,

$$\Phi_n^{i+1} = [x_n^i - \hat{x}_n^{i+1}, E_n^i, \mathbf{0}, \mathbf{0}] \quad (27)$$

$$\Psi^{i+1} = [f(\hat{x}^i) + \hat{e}^i - y, J^i E^i, \text{diag}(\hat{b}^i), \lambda] \quad (28)$$

$$\Xi_n = \text{diag}(1 - \tau_n^x - \sum_{l=1}^L \tau_m - \tau_v, \tau_n^x I, \text{diag}(\tau_1, \dots, \tau_L), \tau_v Q^{-1}) \quad (29)$$

$Tr(\cdot)$ 表示矩阵的迹,  $P^i = E^i(E^i)^T > 0, J^i = \frac{\partial f(x)}{\partial x}|_{\hat{x}^i}, \lambda$ 为由 $\lambda_1, \dots, \lambda_L$ 组成的对角矩阵. 符号 $\perp$ 表示某个矩阵的正交矩阵,  $\mathbf{0}$ 为适当维数的零矩阵,  $I$ 为适当维度的单

位矩阵,  $\hat{e}^i = \frac{D^{f,i} + U^{f,i}}{2}$ ,  $\hat{b}^i = \frac{U^{f,i} - D^{f,i}}{2}$ .

证明: 由式  $x_n - \hat{x}_n^i = E_n^i \mu$  可得:

$$x_n - \hat{x}_n^{i+1} = \hat{x}_n^i + E_n^i \mu - \hat{x}_n^{i+1} \quad (30)$$

另外, 结合式(12)和式(13)可得:

$$y = f(x) + v = f(\hat{x}) + J^i E^i \mu + \hat{e}^i + \text{diag}(\hat{b}^i) A + \lambda v \quad (31)$$

记  $\xi = [1, \mu^T, A^T, v^T]^T$ ,  $\Phi_n^{i+1}$ ,  $\Psi^{i+1}$  如式(27)和式(28)所示, 则式(30)和式(31)可改写为:

$$x_n - \hat{x}_n^{i+1} = \Phi_n^{i+1} \xi \quad (32)$$

$$\Psi^{i+1} \xi = 0 \quad (33)$$

那么, 由  $x_n - \hat{x}_n^i = E_n^i \mu$  及式(32)可得:

$$(\Phi_n^{i+1} \xi)^T (P_n^{i+1})^{-1} \Phi_n^{i+1} \xi \leq 1 \quad (34)$$

其满足,  $\|\mu\| \leq 1$ ,  $|\Delta_l| \leq 1$ ,  $l = 1, \dots, L$ ,  $v^T Q^{-1} v \leq 1$ ,  $\Psi^{i+1} \xi = 0$ , 等价于:

$$\xi^T (\Psi^{i+1})^T \Psi^{i+1} \xi = 0 \quad (35)$$

$$\xi^T \text{diag}(-1, I, \mathbf{0}, \mathbf{0}) \xi \leq 0 \quad (36)$$

$$\xi^T \underbrace{\text{diag}(-1, \mathbf{0}, \dots, 0, \dots, 1, \dots, 0, \dots, 0)}_{\text{第 } l \text{ 个元素为 } 1} \xi \leq 0 \quad (37)$$

$$\xi^T \text{diag}(-1, \mathbf{0}, \mathbf{0}, Q^{-1}) \xi = 0 \quad (38)$$

由 S-procedure 引理<sup>[18,19]</sup> 可得, 存在正定参数  $\tau_x$ ,  $\tau_m$ ,  $\tau_v$  和参数  $\tau_y$  使得  $P_n^{i+1} > 0$  且式(39)成立:

$$\begin{aligned} & (\Phi_n^{i+1})^T (P_n^{i+1})^{-1} \Phi_n^{i+1} - \text{diag}(1, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}) \\ & - \sum_{l=1}^L \tau_l \text{diag}(-1, \mathbf{0}, \dots, 0, \dots, 1, \dots, 0, \dots, 0) \\ & - \tau_x^x \text{diag}(-1, I, \mathbf{0}, \mathbf{0}) - \tau_v \text{diag}(-1, \mathbf{0}, \mathbf{0}, Q^{-1}) \\ & - \tau_y (\Psi_n^{i+1})^T \Psi_n^{i+1} \leq 0 \end{aligned} \quad (39)$$

根据 Schur-Complements 引理<sup>[18]</sup>, 式(39)可转化为式(26). 证毕.

利用定理 2 中式(25), 式(26)对椭圆集进行优化时, 为了降低计算的复杂度, 可设置一个阈值  $\sigma$  进行控制, 当  $Tr(P_n^i) - Tr(P_n^{i+1}) \leq \sigma$  时, 停止优化, 与  $P_n^{i+1}$  相对应的椭圆即为最终定位区域. 此外, 也可以通过设置适当的迭代次数控制优化算法的复杂度.

## 4 实验和仿真

为验证本文所提算法的有效性和实用性, 选取面积为  $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$  的空地进行实验, 实验的场景如图 3 所示. 实验中采用带有 CC2530 芯片的无线模块接收

和发送信号, 以  $1 \text{ m}$  为单位长度, 9 个锚节点规则的分布在方形区域中, 其坐标分别为  $(0.5, 0.5)$ ,  $(0.5, 5)$ ,  $(0.5, 9.5)$ ,  $(5, 0.5)$ ,  $(5, 5)$ ,  $(5, 9.5)$ ,  $(9.5, 0.5)$ ,  $(9.5, 5)$ ,  $(9.5, 9.5)$ , 3 个待测节点坐标分别为  $(2.5, 7)$ ,  $(5, 2.5)$ ,  $(6, 7)$ .



图 3 实验场景

通过实验获取 RSSI 数据后, 在带有 YALMIP 和 SeDuMi 工具箱的 Matlab R2016a 仿真平台对数据进行处理. 仿真中初始参数设置如表 1 所示.

表 1 参数设置

| 参数名称         | 值    |
|--------------|------|
| $\delta/m^2$ | 0.01 |
| $\alpha$     | -53  |
| $\gamma$     | 3.5  |
| 锚节点数         | 9    |
| 待测节点数        | 3    |

简单处理实验数据, 得到 RSSI 的平均值, 然后通过 2.2 节和 2.3 节的定位算法计算出初值, 再利用第 3 节中集员滤波优化算法对初始估计区域进行优化, 仿真运行结果如图 4 所示.

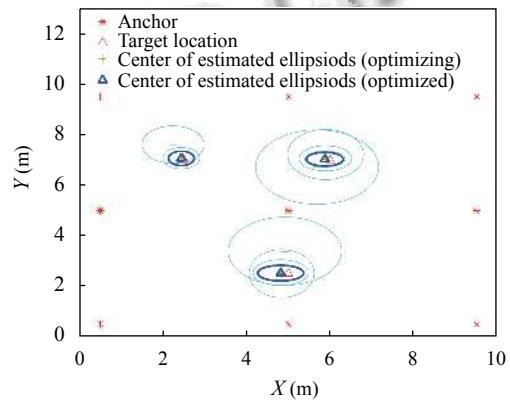


图 4 DMFL 算法的定位示意图

图 4 展示本文所提算法优化过程中和最终优化的各目标所处的椭圆区域, 定位所得椭圆的中心点分别为  $(2.3621, 7.0539)$ ,  $(4.9891, 2.7220)$ ,  $(6.0852, 6.9940)$ , 用椭球中心点与待测节点之间的距离差表示估计误差, 这种情况下所得的估计误差分别为  $0.0995 \text{ m}$ ,  $0.2747 \text{ m}$  和  $0.1052 \text{ m}$ . 另外从图 4 可以看出, 采用该算法定位获

得的椭圆集总能包含真实的待测节点坐标,体现了良好的定位性能。

为了证明 DMFL 算法的优越性,与文献 [20] 中的多边定位算法 (Multi-lateral Localization Algorithm, MLA) 算法和文献 [12] 中的分布式集员滤波 (Distributed Set-Membership Filtering, DSMF) 算法进行了对比。定位误差比较结果如表 2 所示。

表 2 3 种算法的误差比较 (m)

| 算法   | 目标1    | 目标2    | 目标3    | 均值     |
|------|--------|--------|--------|--------|
| MLA  | 0.7770 | 1.4602 | 0.6348 | 0.9573 |
| DSMF | 0.2437 | 0.5094 | 0.1420 | 0.2983 |
| DMFL | 0.0995 | 0.2747 | 0.1052 | 0.1598 |

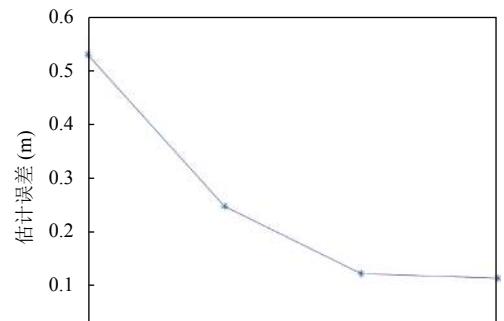
3 种算法的运行时间为 0.017 s, 1.864 s 和 2.427 s。

从表 2 中的均值栏可以看出,相比于 DSMF 和 MLA 算法,本文所提的 DMFL 算法定位的误差最小。此外,DMFL 算法对各待测节点的定位误差最大不超过 0.3 m,体现出该算法具有较好的鲁棒性能。从运行的时间成本来看,DMFL 算法与 DSMF 算法运行时间相近,均远大于 MLA 算法的运行时间,这也是这两种算法为实现高精度定位时所不可避免的。

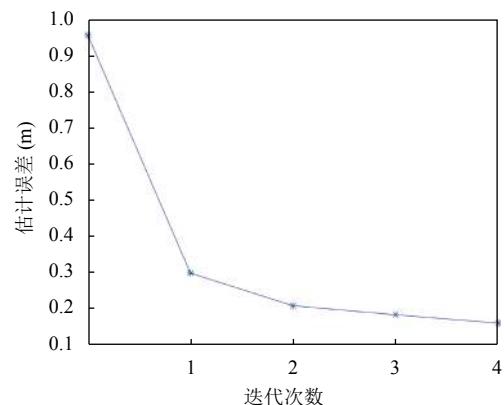
另外,为了探究锚节点个数、迭代次数与估计误差的关系,图 5(a) 中展示了优化迭代 4 次时锚节点个数与估计误差的关系,图 5(b) 中展示了有 9 个锚节点时迭代次数与估计误差的函数关系。

从图 5(a) 和图 5(b) 中可以看出估计误差随着锚节点数量的增多和迭代次数的增加而减小,最终趋于平稳。然而,锚节点数量的增多和迭代次数的增加意味着定位成本和时间消耗的增加。因此在实际应用中需要根据需要权衡锚节点的布置数量和优化算法的迭代次数。从图 5(a) 中可以看出迭代 4 次时布置 7 个锚节点是较优的选择,从图 5(b) 中可以得出布置 9 个锚节点时迭代 2 次是较优的选择。

当对多个目标进行定位时,由于受折射、衍射等的影响,定位性能与待定位目标个数也存在较大关系。一般待定位目标越多,信号受折射、衍射的影响越大,即获取的信号的噪声越大。为验证噪声未知但有界条件下,噪声大小对定位性能的影响,通过电脑模拟测量值进行了 200 次蒙特卡罗仿真验证,仿真中锚节点和待测节点布置方式相同,迭代次数为 4 次,仿真结果如图 6。此外,通过图 7 展示了锚节点不规则排布时仍能实现有效定位。



(a) 锚节点数与估计误差的关系



(b) 迭代次数与估计误差的关系

图 5 DMFL 锚节点数、迭代次数与估计误差的关系

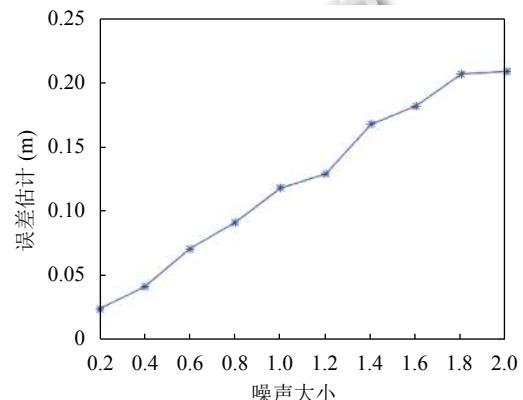


图 6 DMFL 噪声大小与估计误差的关系图

## 5 总结

本文针对多目标定位精度低、性能差的问题进行了详细分析,并提出了相应的优化方法。首先,采用多边定位算法进行粗定位,获取初值。其次,通过在线分析获取了泰勒展式的高阶有界余项。然后,利用迭代优化算法求解了多目标椭圆定位问题。最后,通过实验和

仿真证明了所提定位算法的可行性与有效性。结果表明：

(1) 本文所提出的算法定位精度高于 DSMF 和 MLA 算法, 且性能更为稳定, 定位误差最大不超过 0.3 m, 更适用于实际环境。

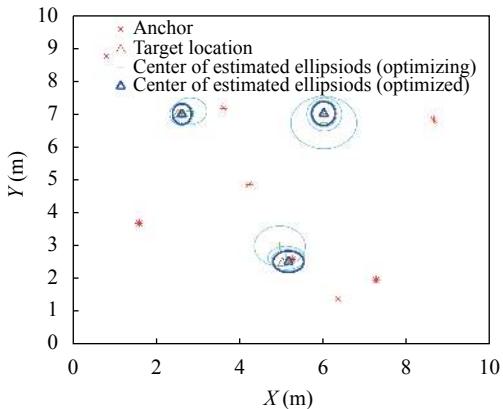


图 7 随机布置锚节点时 DMFL 算法的定位示意图

(2) 锚节点个数、迭代次数、噪声大小对估计误差均有较大影响。但随着锚节点个数和迭代次数的增加, 估计误差缩小的幅度在降低。

(3) 在锚节点规则分布和随机分布情况下, 该算法均可实现可靠定位, 给出包含目标位置的最优椭圆区域。

## 参考文献

- 1 Laoudias C, Moreira A, Kim S, et al. A survey of enabling technologies for network localization, tracking, and navigation. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2018, 20(4): 3607–3644.
- 2 Elhabyan R, Shi W, St-Hilaire M. Coverage protocols for wireless sensor networks: Review and future directions. *Journal of Communications and Networks*, 2019, 21(1): 45–60. [doi: [10.1109/JCN.2019.000005](https://doi.org/10.1109/JCN.2019.000005)]
- 3 游康勇, 杨立山, 郭文彬. 无线传感器网络下基于压缩感知的多目标分层贪婪匹配定位. *自动化学报*, 2019, 45(3): 480–489.
- 4 Behera TM, Mohapatra SK, Samal UC, et al. I-SEP: An improved routing protocol for heterogeneous WSN for IoT-based environmental monitoring. *IEEE Internet of Things Journal*, 2020, 7(1): 710–717. [doi: [10.1109/JIOT.2019.2940988](https://doi.org/10.1109/JIOT.2019.2940988)]
- 5 吴鹏, 于世东. 基于 UWB 室内送餐机器人定位信息系统. *计算机系统应用*, 2021, 30(1): 101–105. [doi: [10.15888/j.cnki.csca.007767](https://doi.org/10.15888/j.cnki.csca.007767)]
- 6 Zafari F, Gkelias A, Leung KK. A survey of indoor localization systems and technologies. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2019, 21(3): 2568–2599.
- 7 曹建荣, 张旭, 武欣莹, 等. 结合 CNN 和 WiFi 指纹库的室内定位算法. *计算机系统应用*, 2020, 29(7): 173–179. [doi: [10.15888/j.cnki.csca.007492](https://doi.org/10.15888/j.cnki.csca.007492)]
- 8 Kalman RE. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Basic Engineering*, 1960, 82(1): 35–45. [doi: [10.1115/1.3662552](https://doi.org/10.1115/1.3662552)]
- 9 Calafiore G. Reliable localization using set-valued nonlinear filters. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 2005, 35(2): 189–197. [doi: [10.1109/TSMCA.2005.843383](https://doi.org/10.1109/TSMCA.2005.843383)]
- 10 Schweppe FC. Recursive state estimation: Unknown but bounded errors and system inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1968, 13(1): 22–28. [doi: [10.1109/TAC.1968.1098790](https://doi.org/10.1109/TAC.1968.1098790)]
- 11 Yang FW, Li YM. Set-membership filtering for systems with sensor saturation. *Automatica*, 2009, 45(8): 1896–1902. [doi: [10.1016/j.automatica.2009.04.011](https://doi.org/10.1016/j.automatica.2009.04.011)]
- 12 Yang B, Qiu QW, Han QL, et al. Received signal strength indicator-based indoor localization using distributed set-membership filtering. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020. [doi: [10.1109/TCYB.2020.2983544](https://doi.org/10.1109/TCYB.2020.2983544)]
- 13 Le Thu Nguyen T, Septier F, Rajaona H, et al. A bayesian perspective on multiple source localization in wireless sensor networks. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(7): 1684–1699. [doi: [10.1109/TSP.2015.2505689](https://doi.org/10.1109/TSP.2015.2505689)]
- 14 Meng W, Xiao WD, Xie LH. An efficient EM algorithm for energy-based multisource localization in wireless sensor networks. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2011, 60(3): 1017–1027. [doi: [10.1109/TIM.2010.2047035](https://doi.org/10.1109/TIM.2010.2047035)]
- 15 Meng FQ, Shen XJ, Wang ZG, et al. Set-membership multiple-source localization using acoustic energy measurements. 2017 20th International Conference on Information Fusion (Fusion). Xi'an: IEEE, 2017. 1–7.
- 16 Meng FQ, Shen XJ, Wang ZG, et al. Multiple-source ellipsoidal localization using acoustic energy measurements. *Automatica*, 2020, 112: 108737. [doi: [10.1016/j.automatica.2019.108737](https://doi.org/10.1016/j.automatica.2019.108737)]
- 17 Braun WR, Dersch U. A physical mobile radio channel model. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 1991, 40(2): 472–482. [doi: [10.1109/25.289429](https://doi.org/10.1109/25.289429)]
- 18 Boyd SP, El Ghaoui L, Feron E, et al. Linear matrix inequalities in system and control theory. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994.
- 19 Skelton RE, Iwasaki T, Grigoriadis KM. A Unified Algebraic Approach to Linear Control Design. Bristol: Taylor & Francis, 1998.
- 20 Shu T, Chen YY, Yang J. Protecting multi-lateral localization privacy in pervasive environments. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 2015, 23(5): 1688–1701. [doi: [10.1109/TNET.2015.2478881](https://doi.org/10.1109/TNET.2015.2478881)]