

# 电力线数字灰度图像增强算法<sup>①</sup>

赵雨田, 都洪基

(南京理工大学 自动化学院, 南京 210094)

**摘要:** 无人机巡线大大提高了输电线路巡线的效率, 若利用计算机处理采集的数字图像可以进一步提高效率, 而图像增强处理是计算机处理图像的一个重要过程. 结合电力线数字灰度图像的特点, 讨论了利用随机数学模型和模糊数学模型两类不同灰度图像增强算法, 比较了这些算法的应用效果. 分析了现有图像增强算法在电力线灰度图像中应用的不足, 据此给出了一种基于模糊数学模型的改进型图像增强算法, 并利用实例验证其具有更好的适用性.

**关键词:** 电力线; 灰度图像; 图像增强; 随机数学; 模糊数学

## Gray Image Enhancement Algorithm of Power Line

ZHAO Yu-Tian, DU Hong-Ji

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** The efficiency of power line patrol is highly improved by Unmanned Aerial Vehicle, and it can be further improved if those collected digital images can be processed with computers. Image enhancement is an important procedure for image process. Two different kinds of gray image enhancement algorithm based on random mathematics model and fuzzy mathematics model respectively are discussed combined with the characteristics of power line gray image, and the performance of these algorithms is compared. The disadvantage of each current image enhancement algorithm in power line gray image is analyzed. Accordingly, we provide an improved image enhancement algorithm based on fuzzy mathematics model and its applicability is tested with examples.

**Key words:** power line; gray image; image enhancement; random mathematics; fuzzy mathematics

随着电力行业的飞速发展, 电网规模不断扩大, 超高压、特高压输电线路起着举足轻重的作用. 我国广阔的地域使得输电线路常常绵延数十公里, 所经之处的地形地貌也千变万化, 传统人工巡线方式效率低、周期长, 难以适应不断提高的供电可靠性要求. 2010年, 山东电网开始进行无人机巡线的实验性研究<sup>[1]</sup>. 无人机搭载数字摄像设备, 能够对电力线拍摄获取数字图像<sup>[2,3]</sup>, 这些图像可交由计算机或嵌入式设备进行处理. 为了提高图像的处理速度, 通常将采集的彩色图像转换为灰度图像处理<sup>[4]</sup>. 包含电力线的数字灰度图像多会以大面积的天空作为背景, 受光照的云彩在灰度图像中的灰度值可能与电力线灰度值相接近, 容易导致需要后续识别的部分不够突出, 使人员和计算机难以识别. 数字灰度图像增强算法在航空航天、交

通监视、医学影像等领域已广泛应用<sup>[5]</sup>, 可借鉴这些算法, 从中选择和改进合理的灰度图像增强算法, 将电力线图像中感兴趣的部分加以突出, 以便于人员和计算机的进一步处理.

数字灰度图像增强算法通常可以基于两类数学模型, 随机数学模型和模糊数学模型. 随机数学模型最典型的算法是直方图均衡化算法 (Histogram Equalization, HE), 该算法可以拉伸图像的对比度, 加大不同灰度值之间的差异. 但是 HE 算法对灰度分布于一个较小区间的图像增强效果较差, 会极大地增强图像中的噪声, 甚至完全无法实现图像的增强. 后有学者提出了多种 HE 改进算法, 主要包括灰度保持的双子图直方图均衡化算法 (Brightness preserving Bi-Histogram Equalization, BBHE)<sup>[6]</sup>、等面积双子图直

① 收稿时间:2016-06-06;收到修改稿时间:2016-07-14 [doi:10.15888/j.cnki.csa.005611]

方图均衡化算法(equal area Dualistic Sub-Image Histogram Equalization, DSIHE)<sup>[7]</sup>、最小灰度均值误差的双子图直方图均衡化算法(Minimum Mean Brightness Error Bi-Histogram Equalization, MMBEBHE)<sup>[8]</sup>、最大信息熵灰度保持直方图算法(Brightness Preserving Histogram Equalization with Maximum Entropy, BPHEME)<sup>[9]</sup>。基于模糊数学模型的增强算法中最经典的是 Pal-King 算法<sup>[10]</sup>，并沿用至今。这些算法在军事、医疗、航天以及消费类电子等领域已经得到了广泛的应用。

### 1 基于随机数学模型的算法

设灰度级为  $L$  的数字灰度图像，其归一化的灰度直方图是离散函数：

$$P(r_k) = \frac{n_k}{MN} \quad (1)$$

式中： $n_k$  为灰度级为  $k$  的像素数， $M$ 、 $N$  分别为图像像素的行数和列数。该函数表征了灰度级  $k$  在图像中出现的一个估计，即数字灰度图像的随机数学模型<sup>[11]</sup>。

HE 算法是找到一种变换函数，使变换后直方图的概率密度是均匀的，即拉伸的图像的对比度，让原图像各个灰度级之间的差异更明显。但由于数字图像的灰度级是离散的，所以实际各个灰度级的概率并不完全相等<sup>[12]</sup>。其离散形式的变换函数为：

$$s_k = T(r_k) = (L-1) \sum_{j=0}^k P_r(r_j) \quad (2)$$

式中  $s_k$  为变换后图像灰度级  $k$ ， $P_r(r_j)$  为原图像灰度级  $j$  的概率。

电力线图像多以天空作为背景，由于光照原因，背景灰度与电线灰度接近并存在较多的噪点，如图 1，在该图像的下半部分这种现象更加明显。该图像的灰度直方图如图 2 所示。



图 1 原图像

由此可见，原图像的像素灰度分布集中在区间  $[200, 250]$ ，这部分像素主要为大面积的高亮度天空，此类图像利用 HE 算法处理得到的图像如图 3 所示。

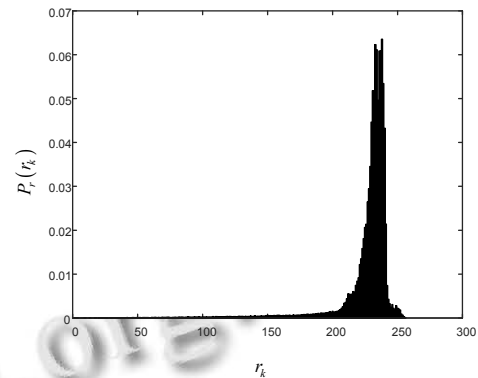


图 2 原图像直方图

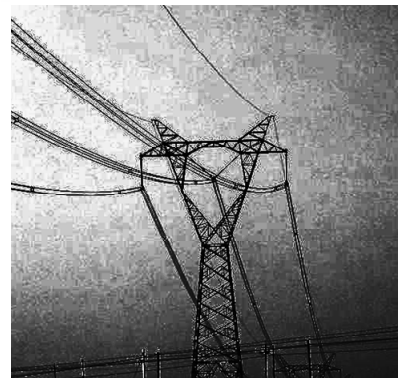


图 3 HE 算法

比较图 1 和图 3，虽然 HE 算法能够拉伸图像的对比度，但是也会极大地放大背景噪声，使得电力线附近出现明显的噪点，在图像的下半部分甚至无法分辨电力线和背景。由 HE 算法得到的图像直方图 4。

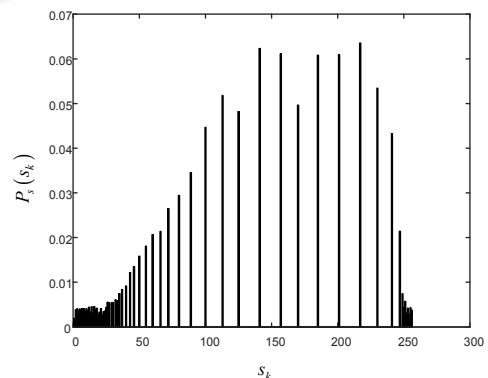


图 4 HE 算法生成的直方图

可见当原图像灰度集中分布在高灰度区时，HE 算法会将高灰度区过度拉伸，使之交叠至低灰度区，而电力线通常处于低灰度区，会使得电力线与背景发生混淆，

因此考虑使用改进的 HE 算法将图像前景与背景分离.

### 1.1 基于双子图分割的改进 HE 算法

设原图像为  $X = \{x_{ij} | \forall x_{ij}, 1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N\}$ , 其中  $x_{ij}$  表示图像  $X$  中第  $i$  行第  $j$  列像素所属的灰度级. 找到一个分割阈值  $x_c \in [0, L-1]$ , 将  $X$  分割为如下两个子图  $X_L$  和  $X_U$ :

$$X_L = \{x_{ij} | \forall x_{ij} \in X, 0 \leq x_{ij} \leq x_c\}$$

$$X_U = \{x_{ij} | \forall x_{ij} \in X, x_c < x_{ij} \leq L-1\}$$

将两个子图的直方图各自归一化, 再利用 HE 算法分别处理两个子图. 这类算法依据不同的性能指标确定分割阈值  $x_c$ , 基于双子图分割的改进 HE 算法主要有 BBHE、DSIHE、MMBEBHE.

#### 1.1.1 BBHE 算法

BBHE 算法的目的是在增强图像的同时保持变换后图像的灰度均值在一定范围内. 该算法以原图像的灰度均值为分割阈值, 即:

$$x_c = E(r_k) = \sum_{j=0}^{L-1} r_j P_r(r_j) \quad (3)$$

该算法能够保持变换后的图像均值在原图像灰度均值和灰度中值之间<sup>[6]</sup>. BBHE 算法的处理效果如图 5, 处理后图像的直方图如图 6.



图 5 BBHE 算法

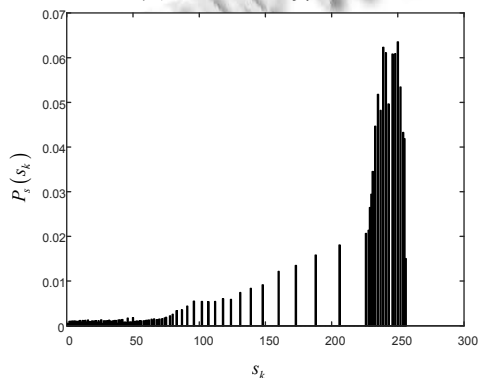


图 6 BBHE 算法生成的直方图

由图 5 可知, BBHE 算法的效果相比 HE 算法具有明显的提升, 但是由于原图像具有大面积的天空作为背景, 使得灰度均值处于较高灰度区域, 而电力线所处的灰度级通常在低灰度区, 这两个灰度值区间的距离较大, 因此对应像素的灰度容易出现过度的拉伸, 主要表现在图像的底部边缘和电力线附近的噪点.

#### 1.1.2 DSIHE 算法

DSIHE 算法的目的是使变换后的图像信息熵  $H$  达到最大, 即:

$$H = - \left[ \sum_{j=0}^{x_c} \left( \frac{C_r(r_c)}{x_c+1} \ln \frac{C_r(r_c)}{x_c+1} \right) + \sum_{j=x_c+1}^{L-1} \left( \frac{1-C_r(r_c)}{L-x_c-1} \ln \frac{1-C_r(r_c)}{L-x_c-1} \right) \right] \quad (4)$$

其中  $C_r(r_c)$  为子图  $X_L$  的累积概率, 即:

$$C_r(r_c) = \sum_{j=0}^{x_c} P_r(r_j) \quad (5)$$

当  $C_r(r_c)$  取得 0.5 时,  $H$  取得最大值<sup>[7]</sup>, 因此将  $x_c$  依次遍历  $[0, L-1]$ , 找到  $|C_r(r_c) - 0.5|$  取得最小值时的  $x_c$  作为分割阈值. DSIHE 算法的效果如图 7, 对应图像的直方图为图 8.

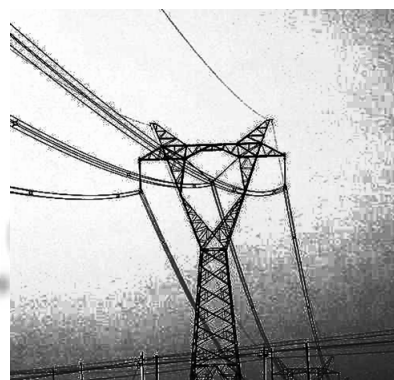


图 7 DSIHE 算法

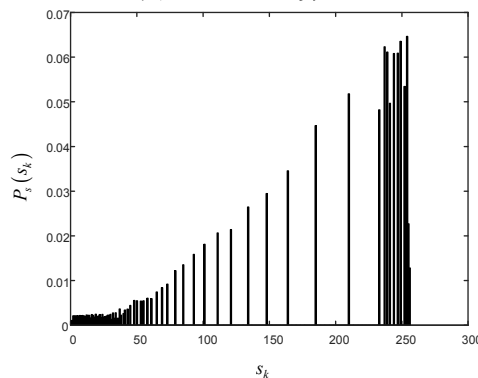


图 8 DSIHE 算法生成的直方图

由于原图像的像素灰度集中分布在高灰度区, 根据上述的分析, 分割阈值  $x_c$  通常也会落在这一区域内. 与 BBHE 算法类似, 这样的双子图分割会使原图像中略低于分割阈值的像素在变换后灰度值变得很低, 与原本灰度值较低的电力线像素相混淆.

### 1.1.3 MMBEBHE 算法

MMBEBHE 算法是找到一个分割阈值, 使得变换后图像灰度均值与变换前图像灰度均值误差最小. 假设原图像的灰度均值为:

$$E(r_k) = \sum_{j=0}^{L-1} r_j P_r(r_j) \quad (6)$$

若以  $t$  为分割阈值, 则变换后的图像灰度均值为:

$$E(s_k | t) = \frac{1}{2} \left\{ t \sum_{j=0}^t P_s(s_j) + (L+t) \left[ 1 - \sum_{j=0}^t P_s(s_j) \right] \right\} \quad (7)$$

为了方便计算机处理, 当遍历至下一灰度级  $t-1$  时, 与式(7)比较可得到:

$$E(s_k | t+1) = E(s_k | t) + \frac{1}{2} [1 - LP_s(s_{t+1})] \quad (8)$$

上式表示了一个递推关系, 能够使计算机快速遍历各灰度级, 求出变换后图像的灰度均值. 选取的分割阈值  $x_c$  满足  $|E(s_k|x_c) - E(r_k)|$  取得最小值.

MMBEBHE 算法处理效果如图 9, 处理后图像对应的直方图为图 10.



图 9 MMBEBHE 算法

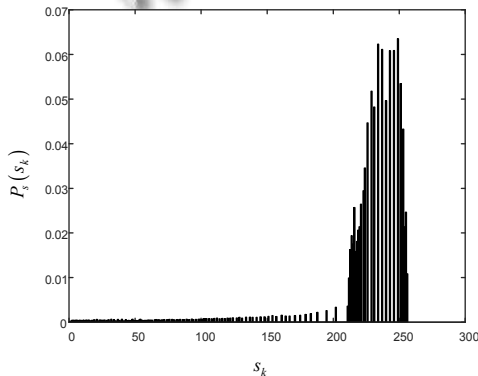


图 10 MMBEBHE 算法生成的直方图

由图 10 可知, MMBEBHE 算法由于有效地保持了图像变换前后的灰度均值, 没有使高灰度区过度地拉伸, 但是在图 9 中也可以看出该算法也将背景中的噪声进行了一定程度的放大.

### 2.1 基于直方图规定化的改进 HE 算法

直方图规定化(Histogram Specification, HS)是找到一种最优的直方图, 即得到灰度级的最优概率函数, 将给定的图像直方图变换到规定的最优直方图上的一种方法. 直方图均衡化是直方图规定化的一个特例. 直方图规定化满足一个基本的等式<sup>[12]</sup>, 即:

$$T(r_k) = G(s_k) \quad (9)$$

式中,  $T$  和  $G$  分别是变换前后图像直方图均衡化变换函数, 即:

$$T(r_k) = (L-1) \sum_{j=0}^k P_r(r_j) \quad (10)$$

$$G(s_k) = (L-1) \sum_{j=0}^k P_s(s_j)$$

由于  $r_k$  表征原图像的直方图,  $s_k$  表征给定的灰度直方图, 它们的分布都是已知的, 通过计算  $T$  和  $G$  并比较可建立  $r_k$  到  $s_k$  的变换关系. 因此确定最优的直方图, 即变换后图像各灰度级的最优概率函数, 是此类算法的主要目标.

BPHEME 算法给出了一种最优概率函数的确定方法, 其目的是保持图像变换前后的灰度均值并能够使变换后的图像信息熵达到最大. 由于直接使用离散变量的模型算法计算量极大, 即使计算机也难以直接利用, 因此考虑利用连续变量模型求解概率密度函数, 再通过离散化来近似求解最优的概率函数. 假设最优的概率密度函数为  $p_s(s)$ , 则变换后图像的信息熵是关于  $p_s(s)$  的泛函  $J[p_s(s)]$ , 表示为:

$$H = J[p_s(s)] = \int_0^{L-1} [-p_s(s) \ln p_s(s)] ds \quad (11)$$

式(11)表示了一个关于  $p_s(s)$  的最简积分型泛函. 因此可将求解最优的概率密度函数为  $p_s(s)$  的问题转化为泛函  $J[p_s]$  在等周约束条件和不等式约束条件下的变分问题, 其约束为:

$$\begin{cases} \int_0^{L-1} p_s(s) ds = 1 \\ \int_0^{L-1} s p_s(s) ds = \mu_r \\ p_s(s) \geq 0 \end{cases} \quad (12)$$

此变分问题的解就是所求的  $p_s(s)$ . 其中原图像的灰度均值:

$$\mu_r = \int_0^{L-1} r p_r(r) dr \quad (13)$$

根据变分法的相关理论<sup>[13]</sup>, 可求得该问题的解:

$$p_s(s) = C_1 e^{C_2 s} \quad (14)$$

其中  $C_1$  和  $C_2$  为待定实常数, 将该概率密度函数离散化可以得到最优概率分布函数的近似解, 即:

$$P_s(s_k) = C_1 e^{C_2 s_k} \quad (15)$$

其中  $C_2$  为下列超越方程的解:

$$\mu_r = \frac{(L-1)e^{C_2(L-1)}}{e^{C_2(L-1)} - 1} - \frac{1}{C_2} \quad (16)$$

对于给定的原图像均值  $\mu_r$  求解  $C_2$ , 可通过迭代方法求  $C_2$  的数值解, 同时可通过下式求解  $C_1$ :

$$C_1 = \frac{C_2}{e^{C_2(L-1)} - 1} \quad (17)$$

确定了  $C_1$  和  $C_2$  的值, 并将规定化的概率密度函数离散化, 可得到规定化的概率函数, 利用直方图规定化方法建立变换映射关系, 其处理效果如图 11, 对应的直方图为图 12.



图 11 BPHEME 算法

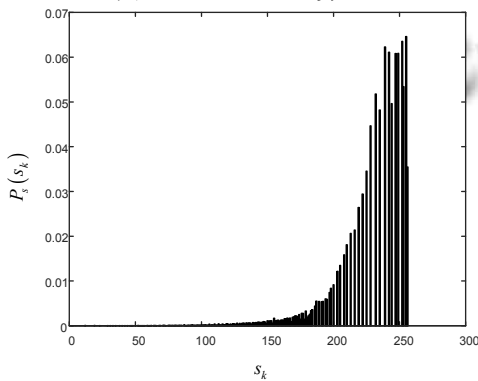


图 12 BPHEME 算法生成的直方图

由图 11 可见, BPHEME 算法能够很好地维持图像变换前后的灰度均值. 虽然利用信息熵最大作为目标能够在一定程度上突出图像中的细节, 但是高亮的噪

声也会被一定程度地放大, 如图 12, 实际效果不够理想. 此外该算法需要迭代求解超越方程来确定待定参数, 计算量较大, 效率不高.

## 2 基于模糊数学模型的算法

由于电力线灰度图像通常存在大面积天空背景, 该部分处于高灰度区, 如果在一定程度上压缩这部分区域, 就可以很好地抑制背景噪声. 同样电力线像素所在的低灰度区也需要进行一定的压缩, 使之从背景中突出. 但随机数学模型的算法对于这样的图像适应性不强, 因此可考虑建立模糊数学模型进行图像增强.

对于一幅灰度级为  $L$  的数字灰度图像  $X$ , 如果存在映射  $X \rightarrow [0,1]$  可用函数  $\mu_A(x)$  表示, 其值域表征了  $X$  中元素属于  $A$  的程度, 则称确定了论域  $X$  上的一个模糊子集  $A$ ,  $\mu_A(x)$  称为  $A$  的隶属度函数<sup>[14]</sup>. 灰度图像增强就是增大其前景和背景的区别度, 但是前景和背景的界线(分割阈值)附近的灰度级往往难以处理, 因此可建立模糊集合模型来描述灰度图像中像素的前景和背景属性<sup>[15]</sup>. 应用模糊集合模型描述数字图像时, 应首先将图像  $X$  映射为模糊特征平面  $I$ , 并按照前景或背景的属性确定  $X$  上的一个模糊子集  $A$ , 即:

$$I = \{ \mu_{ij} | \forall x_{ij} \in X, \mu_{ij} = \mu_A(x_{ij}) \}$$

隶属度函数取得 0.5 时的模糊程度最高, 称此时的  $x$  为过渡点<sup>[16]</sup>.

在  $I$  上通过非线性变换构成的模糊增强算子  $T(x)$  来实现模糊集合的去模糊化<sup>[17]</sup>, 从而增加图像前景和背景的区别度. 最后通过隶属度函数的反函数<sup>[18]</sup>求得增强处理后的图像  $Y$ . 因此运用模糊集合的方法进行图像增强处理, 其核心是确定模糊子集  $A$  的隶属度函数以及选取合适的模糊增强算子.

### 2.1 Pal-King 图像增强算法

Pal-King 算法给出了一种隶属度函数的形式, 如下:

$$\mu_{ij} = \mu_A(x_{ij}) = \left( 1 + \frac{L_{\max} - x_{ij}}{F_d} \right)^{-F_e} \quad (18)$$

其中  $F_d$  和  $F_e$  分别为分数模糊因子和指数模糊因子,  $L_{\max}$  为最大灰度级  $L-1$ .  $F_e$  通常选取 1 或 2,  $F_d$  则根据过渡点阈值  $x_c$  处隶属度为 0.5 来确定, 即:

$$F_d = \frac{L_{\max} - x_c}{1 - 2^{\frac{1}{F_e}}} \quad (19)$$

Pal-King 算法的隶属度函数曲线如图 13 所示.

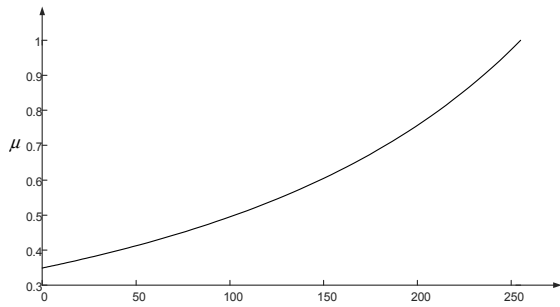


图 13 Pal-King 算法的隶属度函数

由图 13 可见, 该隶属度函数是区间 $[0, L-1]$ 到区间 $[a, 1]$ 的映射, 且  $a$  为正实数, 该区间是 $[0, 1]$ 的子集. 同时, Pal-King 算法还给出了一种模糊增强算子:

$$\mu_{ij}^* = T(\mu_{ij}) = \begin{cases} 2\mu_{ij}^2 & , 0 \leq \mu_{ij} \leq 0.5 \\ 1 - 2(1 - \mu_{ij})^2 & , 0.5 < \mu_{ij} \leq 1 \end{cases}$$

由此可以得到模糊增强后的特征平面:

$$I^* = \{ \mu_{ij}^* \mid \forall \mu_{ij} \in I, \mu_{ij} = T(\mu_{ij}) \}$$

将该平面通过隶属度函数的反函数变换后可得到模糊增强后的图像. 多次实验选取合适的过渡点  $x_c$ , Pal-King 的算法处理效果如图 14 所示.



图 14 Pal-King 算法

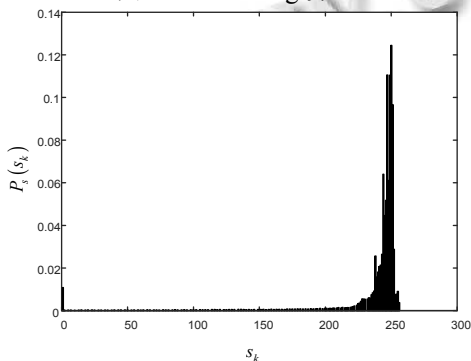


图 15 Pal-King 算法生成的直方图

可见 Pal-King 算法相比随机数学模型算法能够很

好地抑制高灰度区的噪声. 图 15 为图 14 对应的灰度直方图, 可以看出原图像灰度区间 $[200, 250]$ 在增强图像中被压缩在区间 $[230, 250]$ 内, 这使得增强图像中背景噪声得到抑制. 由于电力线处于低灰度区, 非线性模糊增强算子能够将该区域的像素灰度值压缩, 增加其与背景的对比度.

### 2.2 改进的模糊数学模型算法

由于 Pal-King 算法的隶属度函数是区间 $[0, L-1]$ 到区间 $[a, 1]$ 的映射, 且  $a > 0$ . 原模糊特征平面中隶属度在  $a$  附近的点在增强后隶属度可能小于  $a$ , 这使得利用隶属度函数反函数求解增强图像时, 这些点的灰度值被置为 0, 由图 15 可见其灰度级为 0 处出现一个较明显的尖峰. 而电力线像素有可能处于此区域, 这将丢失图像中电力线附近的某些细节. 另外, Pal-King 算法的过渡点阈值  $x_c$  需要根据经验选取, 不能自动选择阈值.

根据 Pal-King 算法存在的不足, 期望得到一种隶属度函数, 使之满足:

- (1) 在区间 $[0, 1]$ 上是严格单调的;
- (2) 在 $[0, 1]$ 到 $[0, 1]$ 上一一映射;
- (3) 在过渡点  $x_c$  处, 其隶属度为 0.5.

因此给出如下改进的隶属度函数:

$$\mu_{ij} = T(x_{ij}) = \frac{1}{2} \left( \frac{x_{ij}}{x_c} \right)^R \quad (20)$$

其中:

$$R = \frac{\ln 2}{\ln(L-1) - \ln x_c} \quad (21)$$

由于最大类间方差算法<sup>[19,20]</sup>可用于确定灰度图像向二值图像转化的分割阈值, 在模糊数学模型中, 该分割值的隶属度应等于 0.5, 且该算法不依赖除图像外的其它参数, 因此可作为过渡点的自动选取算法. 模糊增强算子与 Pal-King 算法相同. 实际应用效果如图 16, 对应的直方图如图 17.



图 16 改进的模糊增强算法

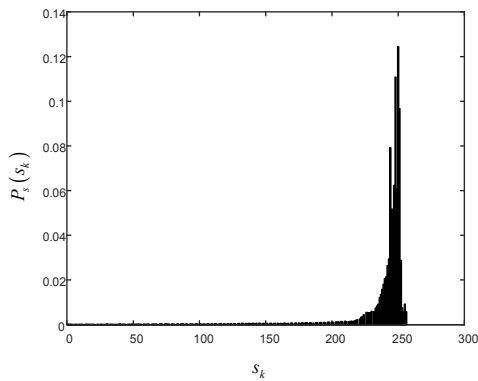


图 17 改进模糊增强算法生成的直方图

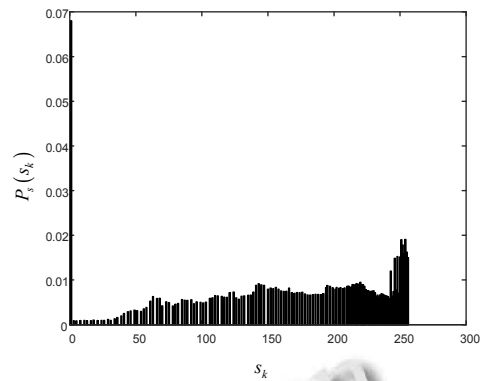


图 20 Pal-King 算法的生成的直方图

对比图 15 和图 17, 可以看出改进的算法不会将大量的低灰度区的像素点灰度置为 0, 直方图在 0 处无尖峰. 这种算法在电力线附近存在灰度相接近的背景时具有明显的优势.

图 18 和图 19 为两种算法的效果比较, Pal-King 算法在图像左上角处电力线附近出现了较明显的灰度混淆, 这正是由于直方图 0 处尖峰的影响.

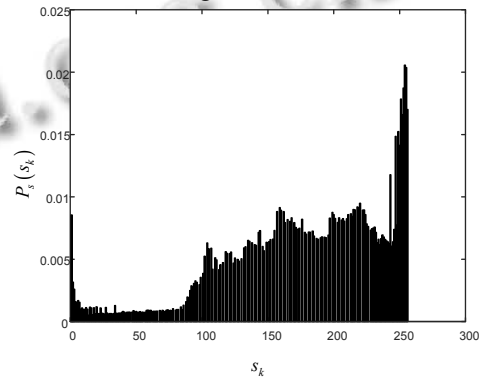


图 21 改进模糊增强算法的生成的直方图



图 18 Pal-King 算法低灰度区效果



图 19 改进模糊增强算法低灰度区效果

Pal-King 算法与改进模糊增强算法的直方图对比如图 20 与图 21.

可以看出 Pal-King 算法生成的直方图在灰度值为 0 处具有明显的尖峰, 这正是造成增强图像中左上角电力线附近像素灰度混淆的原因. 而改进的模糊数学模型算法生成的直方图在 0 处的尖峰明显小于 Pal-King 算法, 使得电力线所在的低灰度区在增强后具有更好的效果.

### 3 结语

虽然数字灰度图像增强算法多种多样, 在其它领域应用广泛, 但多数算法并不能直接用于电力线灰度图像, 尤其是基于随机数学模型的算法. 这些算法基于的假设是需要处理的图像是完全未知和随机的, 但是电力线灰度图像的前景和背景的像素灰度分布并非完全随机, 因为电力线通常分布在低灰度区, 背景多分布在高灰度区. 实验证实这些算法的应用效果不够理想, 针对含电力线的图像适用性不强.

基于模糊数学模型的算法可以根据图像像素灰度的分布选取合适的模糊增强算子, 且在分割点处灰度增强处理效果较好, 较为适合电力线灰度图像的增强. 同时本文改进了应用广泛的 Pal-King 算法, 使其能够保持原有的模糊增强效果, 在抑制图像噪声的同时不会丢失低灰度区的细节. 这种算法更加适合处理电力线灰度图像, 它使得处于低灰度区的电力线像素细节部分得到保留, 有利于计算机和人员对图像中电力线部分的识别, 该算法可用于电力线图像识别、电力线故障诊断等过程中的预处理操作, 具有一定的工程应用价值.

## 参考文献

- 1 全卫国.基于航拍图像的输电线路识别与状态检测方法研究[博士学位论文].保定:华北电力大学,2011:2-7.
- 2 于德明,武艺,陈方东,汪骏,张海军,刘伟东.直升机在特高压交流输电线路巡视中的应用.电网技术,2010,34(2):29-32.
- 3 李力.无人机输电线路巡检技术及其应用研究[硕士学位论文].长沙:长沙理工大学,2012:5-8.
- 4 陈文飞.基于概率统计方法的图像增强研究[硕士学位论文].武汉:武汉大学,2011:15-16.
- 5 刘锦辉.图像增强方法的研究以及应用[硕士学位论文].长沙:湖南师范大学,2009:2-4.
- 6 Kim Y. Contrast enhancement using brightness preserving bi-histogram equalization. IEEE Trans. on Consumer Electronics, 1997, 43(1): 1-8.
- 7 Wang Y, Chen Q, Zhang B. Image enhancement based on equal area dualistic sub-image histogram equalization method. IEEE Trans. on Consumer Electronics, 1999, 45(1): 68-75.
- 8 Chen S, Ramli AR. Minimum mean brightness error bi-histogram equalization in Contrast Enhancement. IEEE Trans. on Consumer Electronics, 2003, 49(4): 1310-1319.
- 9 Wang C, Ye Z. Brightness preserving histogram equalization with maximum entropy: A variational perspective. IEEE Trans. on Consumer Electronics. 2005, 51(4): 1326-1334.
- 10 Pal SK, King RA. Image enhancement using smoothing with fuzzy sets. IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, 1981, 11(7): 494-501.
- 11 陈永亮.灰度图像的直方图均衡化处理研究[硕士学位论文].合肥:安徽大学,2014:14-16.
- 12 Gonzalez RC, Wood RE. Digital image processing. Upper Saddle River. USA: Prentice Hall, 2008: 42-121.
- 13 老大中.变分法基础.北京:国防工业出版社,2015:128-142.
- 14 谢季坚,刘承平.模糊数学方法及其应用.武汉:华中科技大学出版社,2013:15-16.
- 15 孙东华.基于模糊逻辑的红外图像增强算法研究[硕士学位论文].北京:华北电力大学,2008:5-6.
- 16 姜庆伟.基于模糊理论的图像增强技术研究是实现[硕士学位论文].上海:华东师范大学,2009:28-29.
- 17 程丹松,黄建华,于志国,唐降龙,杨敬慧.基于模糊理论的医学图像增强方法.哈尔滨工业大学学报,2007,39(03):435-437.
- 18 刘玉雪.基于模糊理论的图像增强研究[硕士学位论文].上海:上海交通大学,2014:44-47.
- 19 陈峥,石勇鹏,吉书鹏.一种改进的Otsu图像阈值分割算法.激光与红外,2012,42(5):584-588.
- 20 Otsu N. A Threshold selection method from gray-level histograms. IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, 1979, 9(1): 62-66.