

# 基于SVD的人脸对称性的两步人脸识别算法<sup>①</sup>

孙小琪<sup>1</sup>, 高文曦<sup>2</sup>, 镇丽华<sup>3</sup>

<sup>1</sup>(南通大学 教育科学学院, 南通 226000)

<sup>2</sup>(南通大学 商学院, 南通 226000)

<sup>3</sup>(南通大学 管理学院, 南通 226000)

**摘要:** 为了缓解人脸图像容易受光照、表情和姿态变化对人脸识别的影响, Yong 提出了利用了人脸的对称性产生新的样本来表示人脸特征的方法. 这种方法可以反映出人脸样本由于表情、姿态等外在因素引起的变化, 一定程度上提高识别效果. 但是当样本受外在因素影响产生较大变化时, Yong 的方法的识别结果并不理想. 而奇异值分解对光照等外在条件引起的灰度变化不敏感, 可以缓解人脸对称性在人脸识别中的不足. 因此作者在 Yong 提出的人脸对称性方法的基础上, 分别采用 SVD 和图像镜像的方式构造一幅对称图像则可以缓解其方法中的不足. 在 ORL、FERET 和 UMIST 三个人脸数据库上进行了重构和识别的实验, 并证明了改进算法在人脸重构和识别方面具有明显的优势.

**关键词:** 人脸识别; 奇异值分解; 图像镜像; 对称图像

## Using Symmetrical Face Training Samples Based SVD to Perform Representation Based Two-Step Face Recognition

SUN Xiao-Qi<sup>1</sup>, GAO Wen-Xi<sup>2</sup>, ZHEN Li-Hua<sup>3</sup>

<sup>1</sup>(College of Education Science, Nantong University, Nantong 226000, China)

<sup>2</sup>(Business College, Nantong University, Nantong 226000, China)

<sup>3</sup>(School of Management, Nantong University, Nantong 226000, China)

**Abstract:** Non-sufficient training samples cannot comprehensively convey the possible changes such as illumination, expression and gesture, so it is hard to improve the accuracy of face recognition. To overcome the problem, Yong proposed a method that exploits the symmetry of the face to generate new samples and perform face recognition. The new training samples really reflect some possible appearance of the face. However, it usually gets bad symmetrical face samples based mirror image with the changes of facial poses, which may affect the accuracy of recognition. The SVD has advantages of stability and shift in-variance, which can ensure the rate of recognition in the case of small changes of face images. To ease the shortage of the above method, the authors improved it by generating 'symmetrical face' training samples based SVD and mirror image, respectively. The experimental results in ORL, PEFET and UMIST databases show that the improved method outperforms the effect of Yong's method.

**Key words:** face recognition; SVD; mirror image; symmetrical image

人脸识别技术一直是多年来学者们的研究热点. 但是研究表明, 人脸识别特别容易受表情、光照、姿态等外部因素的影响, 导致传统的特征提取方法往往不能取得理想的识别效果, 算法鲁棒性差. 而大量实验表明, 更多的训练样本则更容易表示人脸因为光照、表情、姿态等因素所引起的这些变化, 从而更加

有利于识别效果的提高. 但是现实生活中训练样本的有限性一直是人脸识别研究领域的一个瓶颈, 导致一般的人脸识别方法不能全面的表示这些可能发生的变化, 所以很难提高人脸的识别精度.

为了解决以上问题, 取得更好的识别结果, 许多学者都做了大量的研究, 其中镜像对称性, 已经得到

① 收稿时间:2015-05-19;收到修改稿时间:2015-07-06

广泛应用<sup>[1-3]</sup>。人脸虽然没有办法完全表示为严格意义上的数学中的镜像对称，但研究表明，人们依然可以十分准确地判别通过镜像变换以后的人脸样本。很多心理学资料表明，对称性在很大程度上帮助人类检测和识别人脸<sup>[2-6]</sup>。song 等人利用人脸对称性克服了人脸图像阴影对识别的影响<sup>[7]</sup>，该方法将输入的人脸图像沿中轴分为左半脸与右半脸，并将两部分的差值与阈值相比，若大于阈值认为光照在图像中产生了阴影，则将较为明亮的部分镜像后得到完整的人脸图像后进行识别，该方法对于光照所产生的左右半脸的明亮不均有很大的鲁棒性。在二维 PCA 算法比 PCA 算法有优势的基础上，zeng 等人结合正面人脸图像的对称性，提出 s2DPCA 算法<sup>[8]</sup>，该方法克服了 2DPCA 对协方差信息的损失，最大程度地利用了协方差鉴别信息，用更少的系数表示一张人脸图像，得到了较好的识别效果。Yong 等人提出了基于人脸对称性的两步人脸识别算法<sup>[9]</sup>，利用人脸的对称性产生新的训练样本来表示人脸特征，通过这种方法可以真实地反映人脸图像中的一些变化。同时 Yong 还在算法中采用两步人脸识别的方法，充分利用了分数层次融合的优势，进一步提高算法的识别效果。

但是当样本图像的姿态发生变化比较大时，采用图像镜像构造对称样本图像的效果并不理想，因此会影响算法的识别效果。为了解决以上不足，我们在 Yong 等人的算法基础上做了进一步研究和改进。改进的方法通过取奇异值分解中前面较大的奇异值对应的特征向量，可以提取出图像中由光照、表情、姿势等噪声对应的高频信息，来重构镜像图像。由于奇异值特征向量具有稳定性、镜像不变性等优点，因此它对图像噪音、光照条件引起的灰度变化具有不敏感的特性，确保了人脸一定幅度变化情况下的识别率。因此我们实验中分别采用 SVD 和图像镜像的方式构造样本对称图像，则可以缓解其方法中的不足。

## 1 算法原理

### 1.1 算法主要步骤

本文算法主要包括以下几个步骤(详见图 1 算法步骤结构图):

1)针对每一个训练样本，分别采用 SVD 和图像镜像的方法生成与训练样本相对应的两个对称人脸样本(如图 2 所示原始图像与其镜像图像的结果，图 3 经一步

解释了利用镜像图像方法生成对称样本图像的原理)

2)对原始的训练样本采用 TSFR 方法(TSFR 将在 2.3 节详细介绍)

3)对对称人脸样本采用 TSFR 方法

4)分数融合——通过对第二步和第三步分别得到的权值按照公式  $s_j = \omega_1 s_j^1 + \omega_2 s_j^2$  (其中  $\omega_1 > \omega_2$  且  $\omega_1 + \omega_2 = 1$ )进行加权计算，得到最后的分类结果。

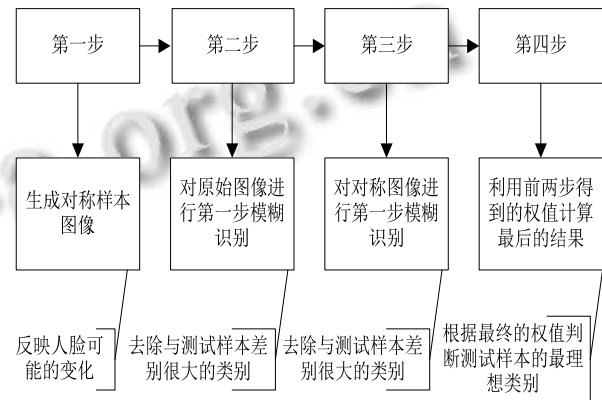


图 1 算法的主要步骤



图 2 原始图像和其镜像图像

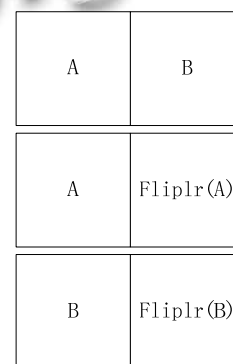


图 3 生成对称样本图像原理(其中 A, B 表示原始图像的左右半侧, fliplr(A)表示的意思是对称样本图像的右半侧是原始样本的左半侧 A 的镜像, 同理理解 fliplr(B))

### 1.2 SVD 算法主要原理

奇异值分解一直在数据压缩、信号处理和模式识

别等领域都得到了广泛的应用<sup>[10]</sup>。奇异值分解定理及其特性可详细描述如下:

定理:(奇异值分解定理)若  $A \in R^{m \times n}$  (不失一般性, 设  $m \geq n$ ),  $\text{rank}(A)=r$ , 则存在两个正交矩阵:

$$U=[u_1, u_2, \dots, u_m] \in R_{m \times m}, U^T U=I \text{ 和}$$

$$V=[v_1, v_2, \dots, v_n] \in R_{n \times n}, V^T V=I$$

以及对角阵  $S=\text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r, 0, \dots, 0] \in R_{m \times n}, \lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_r > 0$ . 使得下式成立:

$$A=USV^T = \sum_{i=1}^r \lambda_i u_i v_i^T \quad (1)$$

其中  $\lambda_i$  为  $A^T A$  并且也是  $AA^T$  的特征值,  $u_i, v_i$  分别是  $A^T A$  和  $AA^T$  的对应的  $\lambda_i$  的特征矢量. 式(1)可以写为以下投影形式:

$$S=U^T A V \quad (2)$$

即图像  $A$  在  $U, V$  上的投影为对角阵  $S$ . 取  $S$  的对角线上的元素构成的矢量即为图像的奇异值特征. Hong<sup>[9]</sup> 证明了图像的奇异值特征具有以下特性:

① 稳定性. 由于奇异值特征向量具有良好的稳定性, 所以它对图像噪声、图像光照条件引起的灰度变化具有不敏感的特性.

② 转置不变性.  $A$  和  $A^T$  具有相同的奇异值.

③ 旋转不变性. 图像  $A$  和旋转后的图像有相同的 SV 特征向量.

④ 唯一不变性. 对矩阵  $A$  换两行或两列具有相同的 SV 特征向量.

⑤ 镜像变换不变性. 若对任何一个正交于  $x$  的向量  $y$ , 有关系其中  $a$  是实常数, 则称变换  $T$  为镜像变换. SV 特征向量具有镜像变换不变性.

### 1.3 TSFR 算法的主要原理

第一步: 先模糊地将测试样本判别为某几个类范围内;

第二步: 在第一步的基础上, 再在已分类的结果内, 判断测试样本与哪一个类别最相似, 给出最终的识别结果.

假定  $C$  表示总的人脸类别数目,  $N_i$  是第  $i$  类的训练样本数目,  $N$  是总的训练样本数目(即  $N = \sum_{i=1}^C N_i$ ).

$x_i, y_i^1, y_i^2$  和  $z$  分别表示原始样本向量、SVD 分解方法重构的对称样本向量、图像镜像方法生成的对称样本向量和测试样本向量. 为了简化过程, 我们以原始训练样本为例介绍两步算法的主要原理, 针对对称样本的识别过程同原始训练样本, 只需把算法中的样本换为对称样本向量即可.

首先, 我们假设测试样本可通过下式表示:

$$z = a_1 x_1 + \dots + a_N x_N \quad (3)$$

其中  $a_i$  表示系数, 我们可以分别用矩阵  $X$  和  $A$  来标记样本矩阵和系数矩阵, 即, 则公式(3)可重新写成:

$$z = XA \quad (4)$$

通过公式(4)我们可以得到, 系数矩阵  $A$  可以通过  $\bar{A} = (X^T X + \mu I)^{-1} X^T z, \bar{A} = [\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_N]^T$  计算得到, 其中  $\mu$  是一个正的小数,  $I$  为单位矩阵.

则测试样本到任意第  $k$  类样本中心的距离可表示为:

$$d_k = \left\| z - \sum_{i=(k-1)n+1}^{kn} \bar{a}_i x_i \right\|, (k=1, \dots, C) \quad (5)$$

通过公式(5)我们可以看到,  $x_{(k-1)n+1}, \dots, x_{kn}$  表示第  $k$  类的  $n$  个训练样本, 而  $\bar{a}_{(k-1)n+1}, \dots, \bar{a}_{kn}$  为与之相对应的特征系数. 因此通过公式(5)我们可以得到测试样本分别到  $C$  个样本中心的距离.

若  $d_{r1} \leq d_{r2} \leq \dots \leq d_{rC}$  则与测试样本最相似的前  $t$  个类别标签可表示为  $r1, r2, \dots, rt$ . 换言之, 测试样本的最后类别一定在这前  $t$  个类别标签内.

因此, 通过以上步骤, 我们可以粗略的把测试样本的类别先确定在一个较小的范围内, 我们称为模糊分类过程.

然后, 我们还需要再在模糊分类的基础上, 在已得到的  $t$  个类别内, 进一步判断测试样本与哪一个类别最相似, 给出最终的识别结果.

假设前  $t$  个类别内训练样本分别为  $x'_1, \dots, x'_m$ , 则任意的一个随机变量  $z$  可表示为:

$$z = f_1 x'_1 + \dots + f_m x'_m \quad (6)$$

其中  $f_i$  表示特征系数, 我们可以把公式(6)重新表示为:

$$z = X'F \quad (7)$$

其中  $F$  可以通过如下公式计算得到:

$$\bar{F} = (X'^T X' + \gamma I)^{-1} X'^T z \quad (8)$$

其中  $\bar{F} = [\bar{f}_1, \dots, \bar{f}_m]^T, \gamma$  表示一个正的小数,  $I$  同样表示单位矩阵.

我们用  $x'_g, \dots, x'_h$  表示第  $r$  ( $r \in C_{r1}, C_{r2}, \dots, C_{rt}$ ) 类的所有训练样本,  $\bar{f}_g, \dots, \bar{f}_h$  表示与其相对应的系数, 则测试样本到第  $r$  类的欧式距离可表示为:

$$u_r = \left\| z - \sum_{i=g}^h \bar{f}_i x'_i \right\| \quad (9)$$

若  $k = \arg \min u_r$ , 则  $k$  即为与测试样本最相似的类别, 即也是最终的分类结果.

## 2 实验结果与分析

为了验证改进算法比原算法在人脸识别上有更高的准确性和可行性, 我们同时将改进算法与原算法分别在 ORL、FERET 和 UMIST 三个人脸数据库上做了实验来测试不同算法的重构性能和识别性能.

### 1) 利用图像镜像生成对称样本图像



图 4 在 ORL 人脸库上重构的对称样本图像



图 5 当人脸姿态发生变化时, 采用图像镜像构造对称样本的结果

图 4 和图 5 分别显示的是通过图像镜像原理重构得到的部分 ORL 人脸样本的对称样本图像. 其中图 4 第 1 行表示原始人脸样本, 第 2 行和第 3 行分别表示的是与原始样本相对应的两个对称样本图像. 图 5 表示的是当人脸姿态变化较大时, 采用图像镜像重构对称样本图像的结果, 其中左边第一列表示原始样本, 第二和第三列分别表示重构的对称样本图像. 从上面的重构实验结果可以看出, 利用图像的对称性可以较好地表示光照、姿态等因素对人脸变化的影响, 重构效果比较理想. 但是当姿态变化比较大时, 如扭头, 通过图像镜像重构得到的人脸样本效果则并不理想.

### 2) 通过 SVD 重构人脸图像



图 7 不同奇异值向量重构的人脸图像

图 6 和图 7 分别表示的是通过 SVD 重构的 ORL 人脸库中的部分样本图像. 其中图 6 表示的是不同人在不同姿态时的重构效果. 从中可以发现, 即使样本姿态发生较大的变化(抬头、低头、侧脸等), 通过奇异值分解的方法也可以取得比较理想的重构效果; 图 7 表示奇异值分解时取不同特征值时的重构效果, 只要特征值维数合适, SVD 重构得到的样本图像几乎与原始图像差别很小, 可以很好地表示原始样本的信息.

### 3) 在不同人脸库上的识别结果

表 1 候选类别取不同值时的识别结果

数据库	候选类别取不同值时的错误率(%)( $W_1=0.75; W_2=0.25$ )			
ORL	9.64(10)	9.29(20)	8.93(30)	12.50(40)
FERET	40.75(50)	45.25(100)	47.13(150)	51.25(200)
UMIST	23.40(30)	24.42(60)	25.64(90)	28.21(120)

表 2 ORL 人脸库上的识别结果

原始训练样本数		1	2	3
$W_1=0.85$	Xu 的方法	24.72	10.62	9.64
	改进方法	<b>24.44</b>	<b>11.25</b>	<b>8.93</b>
$W_1=0.75$	Xu 的方法	23.89	10.62	8.57
	改进方法	<b>22.78</b>	<b>10.31</b>	<b>8.93</b>
$W_1=0.65$	Xu 的方法	24.44	10.62	8.93
	改进方法	<b>22.78</b>	<b>9.69</b>	<b>8.21</b>

表 3 FERET 人脸库上的识别结果

原始训练样本数		1	2	3
$W_1=0.85$	Xu 的方法	51.58	37.40	44.38
	改进方法	<b>51.67</b>	<b>37.60</b>	<b>44.25</b>

$W_1=0.75$	Xu的方法	50.75	36.40	42.88
	改进方法	<b>51.50</b>	<b>36.60</b>	<b>42.13</b>
$W_1=0.65$	Xu的方法	49.50	35.30	40.87
	改进方法	<b>50.92</b>	<b>35.90</b>	<b>40.50</b>

表4 UMIST人脸库上的识别结果

原始训练样本数		1	2	3
$W_1=0.85$	Xu的方法	54.22	50.93	50.75
	改进方法	<b>53.73</b>	<b>50.93</b>	<b>50.15</b>
$W_1=0.75$	Xu的方法	54.22	51.73	50.45
	改进方法	<b>53.73</b>	<b>51.47</b>	<b>49.55</b>
$W_1=0.65$	Xu的方法	55.18	52	51.04
	改进方法	<b>53.98</b>	<b>50.67</b>	<b>48.36</b>

表1表示当权值系数一定时,第一步识别算法中的不同候选类别值对识别效果的影响,表2到表4表示Xu的算法和改进算法在ORL、FERET和UMIST三个人脸数据的识别结果比较。表中 $W_i$ 表示所选取的权值,实验过程中ORL和UMIST人脸库中所有样本图像都裁剪为 $56*46$ 大小,FERET人脸库中的样本图像统一裁剪为 $40*40$ 大小。比较上述实验结果,我们可以发现:

1)由于改进的方法在构造对称人脸样本图像时考虑了奇异值分解的镜像变换不变性的特性,可以提取出图像中由光照、表情、姿势等噪声对应的高频信息,提高了它对图像噪音、图像光照条件引起的灰度变化的鲁棒性。因此,通过在不同人脸库上的实验结果可以发现,与Xu的方法相比,改进后的算法在识别率上均有不同程度的提高,识别效果更好。

2)同时,不同的训练样本个数对实验结果也有不同的影响,而且相同的训练样本数在不同的人脸数据库上的识别性能也不一样。从表2到表4的实验结果可以看出,在ORL和UMIST人脸库上,训练样本数为3时的识别错误率明显低于1个和2个样本的情况;而在FERET人脸库上,在2个训练样本的情况下识别的错误率最低,识别效果最佳。

3)另一方面,通过实验可以发现,不同的权值对识别算法的识别性能也有一定的影响。比较分析可知,当权值系数 $W_i$ 取0.65值整体识别效果最好。因此,如何选取有效的权值系数也是我们进一步研究的重点。

### 3 结语

原有的利用图像镜像生成对称人脸样本进行两步人脸识别的方法,虽然在一定程度上可以很好地表示

光照、姿态等因素导致的人脸可能发生的变化,但是通过实验我们可以发现,当人脸姿态变化较大时,这种方法重构人脸的效果并不理想,影响最终的识别效果。为了缓解图像镜像方法的不足,我们分别采用SVD和图像镜像构造对称样本图像。这样既可以利用人脸的对称性的优点,又可以借助SVD保留了图像的物理特征,利用了SVD的稳定性、位移不变性等优点,确保了人脸表情、姿态等条件发生变化情况下的识别率。在ORL、FERET和UMIST三个人脸数据库上进行的重构和识别实验,也证明了改进算法的优势。

### 参考文献

- 1 Baumann F, Ernst K, Ehlers A, et al. Symmetry enhanced adaboost. *Advances in Visual Computing*, 2010, 6453: 286–295.
- 2 Loy G, Eklundh JO. Detecting symmetry and symmetric constellations of features. *Computer Vision-ECCV 2006*, 2006, 3952: 508–521.
- 3 Harguess J, Aggarwal JK. Is there a connection between face symmetry and face recognition? *Computer Vision and Pattern Recognition Workshops*, 2011: 66–73.
- 4 Abdullah M, Wazzan M, Saeed SB. Optimizing face recognition using PCA. *International Journal of Artificial Intelligence and Applications*, 2012, 3(2): 23–31.
- 5 Royer RF. Detection of symmetry. *Journal of Experimental Psychology Human Perception and Performance*, 1981, 7(6): 1186–1210.
- 6 Leyton M. *Symmetry, Causality, Mind*. London:MIT Press, 1992.
- 7 Song YJ, Kin YG, Chang UD, et al. Face Recognition robust to left/right shadows, facial symmetry. *Pattern Recognition*, 2006, 39: 1542–1545.
- 8 曾岳,冯大征.一种基于人脸垂直对称性的变形2DPCA算法. *计算机工程与科学*, 2011, 33(7): 74–79.
- 9 Xu Y, Zhu XJ, Li ZM, et al. Using the original and 'symmetrical face' training samples to perform representation based two-step face recognition. *Pattern Recognition*, 2013, 46: 1151–1158.
- 10 梁毅雄,龚卫国,潘英俊,等.基于奇异值分解的人脸识别方法. *光学精密工程*, 2004, 12(5): 544–549.