

层次分析法在大学生选购手机中的研究^①

屈正庚

(商洛学院 数学与计算机应用学院, 商洛 726000)

摘要: 智能手机为人们生活提供了巨大的方便, 是非常普通的必需品, 它既是一种时尚的象征, 也是一种身份的标志. 因此, 合理的选购一款智能手机对大学生来说是十分必要的. 本文运用层次分析法对大学生购买智能手机进行了深入的研究, 建立了层次模型, 从手机的性能、价格、外观入手, 按照九级尺度法详细地对手机因素进行分析, 利用求根法对各种因素计算, 并给予排序, 选择出最优的方案, 为准备购买手机的大学生提供一些参考意见.

关键词: 层次分析法; 判断矩阵; 智能手机; 权重值

Research on College Students to Buy Mobile Phones by Analytic Hierarchy Process

QU Zheng-Geng

(School of Mathematics and Computer Application, Shangluo University, Shangluo 726000, China)

Abstract: Smartphone life provides great convenience for people, it is very common essentials, it is a symbol of fashion, and also a symbol of identity. Therefore, reasonably choosing and buying a smartphone is very necessary for college students. In this paper, we use the analytic hierarchy process (ahp) to buy smartphones college students conducted in-depth research. It establishes the hierarchical model, from the performance, price, appearance of mobile phones, according to the level 9 scaling analysis of mobile factors in detail. The root method computing for a variety of factors is used. It sorts and selects the optimal solution, in preparation for college students to provide some references to buy mobile phones.

Key words: analytic hierarchy process(AHP); judgment matrix; smartphones; weight value

手机的出现, 使人与人之间的联系带来了巨大的方便. 21 世纪的今天, 手机是每个人日常生活中的必需品. 如今智能手机的普及, 众多的大学生都会选择它, 因为方便聊天、听音乐、下载文件、存储信息等, 可以代替计算机的基本功能. 与此同时, 越来越多的商家把大学生作为智能手机购买群体中最重要的消费者之一, 量身订做一些适合大学生消费档次的智能手机.

目前, 绝大多数大学生上学期间基本都是花父母的钱, 自己并没有太多的零花钱, 如果购买一部昂贵的智能手机还是存在一些经济问题. 商家看到这样一个庞大的用户群体, 又不舍得放弃, 所以设计出一些实用性强、价格低廉、外观时尚、功能丰富的智能手

机来满足学生. 手机作为重要的联络手段, 一种高科技产品的体现, 一种时尚的象征, 一种高贵身份的标志, 大学生如何选择一款经济时尚的、优美大方的智能手机尤其重要. 本文利用层次分析法讨论大学生购买智能手机过程需要考虑的因素, 在购买过程中提供一些指导性的意见.

1 层次分析法的基本原理

1.1 主要涵义

在日常生活中, 人们经常对一些重大的事情要做出决定, 层次分析法就是用定性分析与定量分析相结合的方式对一些复杂问题提供决策依据, 是一种新颖

^① 收稿时间:2014-06-24;收到修改稿时间:2014-07-24

的、简洁的、实用的决策方法^[1]。

假设需要在一袋大小基本相同的苹果中挑选出最重的苹果,此时最基本的方法就是两两比较来达到目的。如果有 n 个苹果,每个的重量分别利用 w_1, w_2, \dots, w_n 表示。要知道具体 w_1, w_2, \dots, w_n 的值,最常用的方法就是利用天平秤称出它们各自的重量,如果没有天平秤,就是两两比较,得到重量比矩阵 A 。

$$A = \begin{bmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \dots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \dots & w_2/w_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \dots & w_n/w_n \end{bmatrix} \quad (1)$$

将每一个苹果重量组成一个向量 $W=[w_1, w_2, \dots, w_n]^T$, W 乘以矩阵 A ,则又得到 AW 。

$$AW = \begin{bmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \dots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \dots & w_2/w_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \dots & w_n/w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} nw_1 \\ nw_2 \\ \dots \\ nw_n \end{bmatrix} = nW \quad (2)$$

由上述公式(2)式得知, n 是 A 的特征值, W 是 A 的特征向量。根据矩阵理论原理可以推出 n 是矩阵 A 的唯一非零解,也是最大的特征值。从而可以得出一个结论,求苹果重量可以利用判断矩阵的特征向量的方法来获得苹果真实的重量向量 W ,从而确定最重的苹果。

在实际应用中,可以把苹果的个数 n 表示成 n 个因素,苹果的重量向量就可以表示成各个因素的相对重要性向量,即权重向量。对两两因素进行比较建立起判断矩阵,再求出特征向量值就可以确定哪个因素最为重要。依此类推,如果 n 个苹果代表有 n 种方案,按照这种方法,就可以确定出哪个方案属于最优解^[2]。

1.2 主要步骤

1) 对于多目标、多依据的复杂问题,通过涉及的因素建立多级递阶的层次结构模型,即目标层、判断层、方案层。

2) 度量值及其描述。同一层次任意两个因素进行重要性比较,通过具体的数据来反映它们的重要性差距^[3]。

3) 属于同一层次上的各个因素要以上一级的因素为基准确定评价尺度,进行两两比较计算出相对重要性,以此构建判断矩阵 A 。

4) 计算判断矩阵的特征向量,确定各个层次因素的相对权重值。

5) 最后通过综合权重值的计算,按照最大权重值原则,确定最优方案。

2 数学建模

2.1 模型假设

1) 大学生都是在同一个市场里选购智能手机,即不考虑不同市场之间的存在智能手机的差价问题。

2) 不考虑性别对智能手机选择的影响,即在分析最佳智能手机时,它们的外型上不区分男式版和女式版。

3) 大学生都是通过正规渠道购买智能手机,即不考虑购买者是否能通过其他渠道使智能手机降价或者购买“水货”、二手等因素。

4) 由于智能手机的价格过一段时间后都会有上下变动,假定大学生购买智能手机的价格相对稳定,即不考虑价格变动问题。

2.2 建立模型

经过问卷调查和网络论坛访问得出,绝大多数大学生在购买手机时,最关注的是价格、性能、外观这三个方面,因此在建立数学模型时也是从这三方面的因素进行考虑^[4]。利用层次分析法对三种不同品牌的智能手机进行综合分析评价和排序,从中选出最优的一款智能手机名牌推荐给大学生,利用三级模式求出最优解,即目标层、判断层、方案层,具体的层次结构如图1所示。其中目标层用 A 来表示;判断层涉及到三个因素,即 B_1 表示性能, B_2 表示价格, B_3 表示外观;方案层选择了三个品牌,即 C_1, C_2, C_3 分别表示华为、三星、苹果三种不同的品牌智能手机。

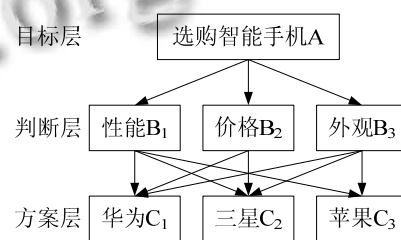


图1 选购手机层次模型

3 层次分析法的求解过程

3.1 尺度描述

通过定性分析法来区分解决问题的能力,习惯于用五个数字来表示,即1、3、5、7、9来表示事情的轻重缓急;当需要区别不同层次事情的重要性时,利用2、4、6、8来衡量,这样就形成了九个数据来解决问题,即称为九级度量法^[5],具体情况如表1所示。

表 1 因素比值表

尺度	因素 i 与 j 之间的比值
1	i 与 j 一般重要的比值
3	i 与 j 稍微重要的比值
5	i 与 j 较强重要的比值
7	i 与 j 特别重要的比值
9	i 与 j 尤其重要的比值
2、4、6、8	两个相邻层次因素之间的差值
倒数	i 与 j 比值得到判断矩阵为 a_{ij} j 与 i 比值得到判断矩阵为 $a_{ji}=1/a_{ij}$

在表 1 中需要注意的是, a_{ij} 表示因素 i 与因素 j 相对重要之间的比值, 而且满足 $a_{ij}=1/a_{ji}$, $a_{ii}=1$, $i,j=1,2,\dots,n$. 当比值越大, 则因素 i 的重要度就越高, 优先考虑的情况越大.

3.2 构建判断矩阵

层次分析法中最主要的一点就是构造判断矩阵, 它是衡量事情重要性的指标, 也是进行权重值计算的重要依据^[6]. 根据层次结构模型图 1 所知, 将图中各个因素两两比较并给予判断, 得到以下 4 个判断矩阵.

判断矩阵 A-B 表示购买手机的终极目标与判断层各个因素相对重要性比较值, 如表 2 所示.

表 2 判断矩阵 A-B

A	B ₁	B ₂	B ₃
B ₁	1	1/3	2
B ₂	3	1	5
B ₃	1/2	1/5	1

判断矩阵 B₁-C 表示手机的性能与各个方案层之间相对重要性比较值, 如表 3 所示.

表 3 判断矩阵 B₁-C

B ₁	C ₁	C ₂	C ₃
C ₁	1	1/3	1/5
C ₂	3	1	1/3
C ₃	5	3	1

判断矩阵 B₂-C 表示手机的价格与各个方案层之间相对重要性比较值, 如表 4 所示.

表 4 判断矩阵 B₂-C

B ₂	C ₁	C ₂	C ₃
C ₁	1	2	7
C ₂	1/2	1	5
C ₃	1/7	1/5	1

判断矩阵 B₃-C 表示手机的外观与各个方案层之间相对重要性比较值, 如表 5 所示.

表 5 判断矩阵 B₃-C

B ₃	C ₁	C ₂	C ₃
C ₁	1	3	1/7
C ₂	1/3	1	1/9
C ₃	7	9	1

3.3 计算判断矩阵的特征值与特征向量

在层次分析法中, 计算判断矩阵的最大特征值与特征向量时, 并不需要很精确的度量值, 所以一般来说, 采用求和法或求根法来计算特征值的近似值就可以了. 本文采用的是求根法的方式得出每个判断矩阵的特征值^[7].

求根法的基本过程:

① 首先对判断矩阵 A 中的每一行元素相乘后求 n

次方根, 表示为 $\bar{w}_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}}$, 其中 $i=1,2,\dots,n$.

$$w_i = \frac{\bar{w}_i}{\sum_{i=1}^n \bar{w}_i}$$

② 其次对 \bar{w}_i 进行归一化, 得到

$W=(w_1, w_2, \dots, w_n)^T$, 即 W 是 A 的特征向量近似值.

③ 最后求出特征向量 W 对应的最大特征值:

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{n} \sum_i \left(\frac{(AW)_i}{w_i} \right)$$

1) 针对上述表 2, 即判断矩阵 A-B 的特征根、特征向量具体过程如下:

① 矩阵 A-B 的特征向量

判断矩阵 A-B 的各行的 n 次方根, $M_1=1 \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$, $\bar{w}_1 = \sqrt[3]{M_1} = 0.874$; $M_2=3 \times 1 \times 5 = 15$,

$\bar{w}_2 = \sqrt[3]{M_2} = 2.466$; $M_3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times 1 = \frac{1}{10}$, $\bar{w}_3 = \sqrt[3]{M_3} = 0.464$.

由向量 $\bar{W} = [\bar{w}_1, \bar{w}_2, \dots, \bar{w}_n]^T$, 规格化后得到

$$w_1 = \frac{\bar{w}_1}{\sum_{i=1}^n \bar{w}_i} = \frac{0.874}{0.874 + 2.466 + 0.464} = 0.230$$

同样的计算方法得到 $w_2 = 0.648$, $w_3 = 0.122$. 则求解 A-B 特征向量为:

$$W = [0.230, 0.648, 0.122]^T$$

② 矩阵 A-B 的特征根

$$AW = \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \\ 1/2 & 1/5 & 1 \end{bmatrix} \cdot [0.230, 0.648, 0.122]^T$$

$AW_1 = 1 \times 0.230 + \frac{1}{3} \times 0.648 + 2 \times 0.122 = 0.690$, 同样的计算方法得到 $AW_2 = 1.948$, $AW_3 = 0.367$.

按照公式计算判断矩阵最大特征根:

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{n} \sum_i \frac{(AW)_i}{w_i} = \frac{0.690}{3 \times 0.230} + \frac{1.948}{3 \times 0.648} + \frac{0.367}{3 \times 0.122} = 3.004$$

2) 针对上述表 3, 即判断矩阵 B₁-C 的特征根、特征向量具体过程如下:

① 矩阵 B₁-C 的特征向量

判断矩阵 B₁-C 的各行的 n 次方根, $M_1 = 1 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$,

$\bar{W}_1 = \sqrt[3]{M_1} = 0.405$; $M_2 = 3 \times 1 \times \frac{1}{3} = 1$, $\bar{W}_2 = \sqrt[3]{M_2} = 1.000$;
 $M_3 = 5 \times 3 \times 1 = 15$, $\bar{W}_3 = \sqrt[3]{M_3} = 2.466$. 由向量 $\bar{W} = [\bar{W}_1, \bar{W}_2, \dots, \bar{W}_n]^T$,
 规格化后得到 $W_1 = \frac{\bar{W}_1}{\sum_{i=1}^n \bar{W}_i} = \frac{0.405}{0.405+1+2.466} = 0.105$, 同样的计算
 方法得到 $W_2 = 0.258, W_3 = 0.637$. 则求解 B₁-C 特征向量
 为: $W = [0.105, 0.258, 0.637]^T$.

② 矩阵 B₁-C 的特征根

$$B_1 W = \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1/5 \\ 3 & 1 & 1/3 \\ 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot [0.105, 0.258, 0.637]^T$$

$B_1 W_1 = 1 \times 0.105 + \frac{1}{3} \times 0.258 + \frac{1}{5} \times 0.637 = 0.318$, 同样的
 计算方法得到 $B_1 W_2 = 0.785$, $B_1 W_3 = 1.936$.

按照公式计算判断矩阵最大特征根:

$$\lambda_{\max} = \sum_{i=1}^n \frac{(AW)_i}{nW_i} = \frac{0.318}{3 \times 0.105} + \frac{0.785}{3 \times 0.258} + \frac{1.936}{3 \times 0.637} = 3.037$$

3) 针对上述表 4, 即判断矩阵 B₂-C 的特征根、特
 征向量具体过程如下:

① 矩阵 B₂-C 的特征向量

判断矩阵 B₂-C 的各行的 n 次方根, $M_1 = 1 \times 2 \times 7 = 14$,
 $\bar{W}_1 = \sqrt[7]{M_1} = 2.410$; $M_2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 5 = \frac{5}{2}$, $\bar{W}_2 = \sqrt[5]{M_2} = 1.357$;
 $M_3 = \frac{1}{7} \times \frac{1}{5} \times 1 = \frac{1}{35}$, $\bar{W}_3 = \sqrt[35]{M_3} = 0.306$. 由向量
 $\bar{W} = [\bar{W}_1, \bar{W}_2, \dots, \bar{W}_n]^T$, 规格化后得到
 $W_1 = \frac{\bar{W}_1}{\sum_{i=1}^n \bar{W}_i} = \frac{2.410}{2.410+1.357+0.306} = 0.592$, 同样的计算方
 法得到 $W_2 = 0.333, W_3 = 0.057$. 则求解 B₂-C 特征向量为:
 $W = [0.592, 0.333, 0.075]^T$.

② 矩阵 B₂-C 的特征根

$$B_2 W = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 1/2 & 1 & 5 \\ 1/7 & 1/5 & 1 \end{bmatrix} \cdot [0.592, 0.333, 0.075]^T$$

$B_2 W_1 = 1 \times 0.592 + 2 \times 0.333 + 7 \times 0.075 = 1.783$, 同样
 的计算方法得到 $B_2 W_2 = 1.004$, $B_2 W_3 = 0.226$.

按照公式计算判断矩阵最大特征根:

$$\lambda_{\max} = \sum_{i=1}^n \frac{(AW)_i}{nW_i} = \frac{1.783}{3 \times 0.592} + \frac{1.004}{3 \times 0.333} + \frac{0.226}{3 \times 0.075} = 3.013$$

4) 针对上述表 5, 即判断矩阵 B₃-C 的特征根、特
 征向量具体过程如下:

① 矩阵 B₃-C 的特征向量

判断矩阵 B₃-C 的各行的 n 次方根, $M_1 = 1 \times 3 \times \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$,
 $\bar{W}_1 = \sqrt[7]{M_1} = 0.754$; $M_2 = \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{9} = \frac{1}{27}$, $\bar{W}_2 = \sqrt[27]{M_2} = 0.333$;

$M_3 = 7 \times 9 \times 1 = 63$, $\bar{W}_3 = \sqrt[63]{M_3} = 3.979$. 由向量
 $\bar{W} = [\bar{W}_1, \bar{W}_2, \dots, \bar{W}_n]^T$, 规格化后得到
 $W_1 = \frac{\bar{W}_1}{\sum_{i=1}^n \bar{W}_i} = \frac{0.754}{0.754+0.333+3.979} = 0.149$, 同样的计算方法
 得到 $W_2 = 0.066, W_3 = 0.785$. 则求解 B₃-C 特征向量为:
 $W = [0.105, 0.258, 0.637]^T$.

② 矩阵 B₃-C 的特征根

$$B_3 W = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1/7 \\ 1/3 & 1 & 1/9 \\ 7 & 9 & 1 \end{bmatrix} \cdot [0.149, 0.066, 0.785]^T$$

$B_3 W_1 = 1 \times 0.149 + 3 \times 0.066 + \frac{1}{7} \times 0.785 = 0.459$, 同
 样的计算方法得到 $B_3 W_2 = 0.203$, $B_3 W_3 = 2.422$.

按照公式计算判断矩阵最大特征根:

$$\lambda_{\max} = \sum_{i=1}^n \frac{(AW)_i}{nW_i} = \frac{0.459}{3 \times 0.149} + \frac{0.203}{3 \times 0.066} + \frac{2.422}{3 \times 0.785} = 3.081$$

3.4 向量值一致性检验

在实际生活评价体系中, 一般只能对 A 进行大致
 判断, 没有进行定量或者定型的分析, 容易引起不一
 致性的错误. 例如 A₁ 比 A₂ 重要, A₂ 比 A₃ 重要, 则 A₁ 应
 该比 A₃ 更为重要, 如果得出的结论是 A₁ 比 A₃ 一般重要
 或同等重要时, 就出现了逻辑性的错误, 这时就急需
 一致性的检验^[8].

根据层次分析法基本原理, 判断矩阵的最大特征
 值 λ_{\max} 与 n 一致性验证的基本方法是: $CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1}$,
 $CR = \frac{CI}{RI}$. 其中 RI 的值代表平均随机一致性检验指标,
 具体如表 6 所示.

表 6 一致性指标

阶数	3	4	5	6	7	8
RI	0.53	0.85	1.04	1.24	1.32	1.39

1) 针对于判断矩阵 A-B, 计算
 $CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1} = \frac{3.004 - 3}{3-1} = 0.002$, $CR = \frac{CI}{RI} = \frac{0.002}{0.53} = 0.004$.
 一旦 CI < 0.1、CR < 0.1 时, 保证了判断矩阵的一致性原
 则.

2) 针对于判断矩阵 B₁-C, 计算
 $CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1} = \frac{3.037 - 3}{3-1} = 0.019$, $CR = \frac{CI}{RI} = \frac{0.019}{0.53} = 0.036$.
 一旦 CI < 0.1、CR < 0.1 时, 保证了判断矩阵的一致性原
 则.

3) 针对于判断矩阵 B₂-C, 计算
 $CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1} = \frac{3.013 - 3}{3-1} = 0.007$, $CR = \frac{CI}{RI} = \frac{0.007}{0.53} = 0.013$.
 一旦 CI < 0.1、CR < 0.1 时, 保证了判断矩阵的一致性原

则.

$$4) \text{ 针 对 于 判 断 矩 阵 } B_3-C, \text{ 计 算 } CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = \frac{3.081 - 3}{3 - 1} = 0.041 \quad CR = \frac{CI}{RI} = \frac{0.041}{0.53} = 0.077$$

一旦 $CI < 0.1$ 、 $CR < 0.1$ 时, 保证了判断矩阵的一致性原则.

4 方案结果

通过求根法计算出同一层次各因素之间的相对重要性之后, 就可以获得各个层次因素对整体目标的综合重要性^[9]. 假设判断层共有 m 个因素 c_1, c_2, \dots, c_m , 它们分别对应的权重值为 w_1, w_2, \dots, w_m ; 方案层共有 n 个因素 p_1, p_2, \dots, p_n , 因素 p_i 对 c_j 的重要性的权重值为 v_{ij} , 则

$$\text{因素 } p_i \text{ 的整体重要度为: } W_i' = \sum_j w_j v_{ij}$$

由此可得, 方案层 C_1 的权重值 $W_{C1} = 0.230 \times 0.105 + 0.648 \times 0.529 + 0.122 \times 0.149 = 0.426$, 方案层 C_2 的权重值 $W_{C2} = 0.230 \times 0.258 + 0.648 \times 0.333 + 0.122 \times 0.066 = 0.283$, 方案层 C_3 的权重值 $W_{C3} = 0.230 \times 0.637 + 0.648 \times 0.075 + 0.122 \times 0.785 = 0.291$. 依据各方案综合重要性的大小, 可对方案进行排序、决策. 层次总排序如表 7 所示.

表 7 层次总排序

层次	B ₁	B ₂	B ₃	方案层
层次	0.230	0.648	0.122	排序权重
C ₁	0.105	0.592	0.149	0.426
C ₂	0.258	0.333	0.066	0.283
C ₃	0.637	0.075	0.785	0.291

从表 7 的结果可以看出, 三种方案中 C_1 处于最优, C_2 处于最差. 所以大学生在购买智能手机时, 更加优先考虑性能, 其次是外观, 最后再谈价格, 更注重经济实用性智能手机.

5 结语

智能手机是生活中必备用品, 它可以代替计算机

的基本功能, 是一种最佳的移动上传、下载、影视工具. 通过判断矩阵的权重值表明, 智能手机的性能在大学生购买时具有很强烈的吸引力, 价格并没有很大的优势, 体现出现在人们生活水平的提高, 精神生活的丰富. 本文采用九级尺度表示因素的权值, 做出的判断矩阵十分良好, 也成功地解决如何给出判断矩阵和如何具备更好一致性验证的问题^[10]. 最后, 希望层次分析法得出的结论为准备购买智能手机的大学生提供一些指导性意见.

参考文献

- 1 杨艳屏. 基于层次化分析的全网业务健康度评价. 计算机系统应用, 2013, 22(5): 9-13.
- 2 王新民, 康度, 秦健春. 层次分析法-可拓学模型在岩质边坡稳定性安全评价中的应用. 中南大学学报(自然科学版), 2013, 44(6): 2455-2463.
- 3 章毅, 李立寒. 基于层次分析法的沥青路面施工质量评价模型. 同济大学学报(自然科学版), 2011, 39(2): 253-259.
- 4 李锋, 尹洁. 基于层次分析法的复合型人才综合素质评价体系研究. 江苏科技大学学报(自然科学版), 2012, 26(3): 300-305.
- 5 李冰, 朱田, 张玉廷. 基于层次分析法的船舶舵机等效性分析. 仪器仪表学报, 2013, 34(2): 434-437.
- 6 卢福强, 薛岩松. 基于随机层次分析法的虚拟企业风险评价. 信息与控制, 2012, 41(1): 110-117.
- 7 史睿冰, 姚兴太, 史圣兵. 基于层次分析法的通信系统效能评估. 计算机工程与设计, 2013, 34(12): 4131-4136.
- 8 谢海涛, 仲梁维. 基于层次分析法的装配序列评价技术. 计算机系统应用, 2012, 21(2): 72-75.
- 9 胡晓冉, 左家平, 王坤. 基于层次分析法的软件质量量化研究. 计算机应用与软件, 2013, 30(11): 138-142.
- 10 冯莹莹, 于干, 周红志. 层次分析法和神经网络相融合的教学质量评价. 计算机工程与应用, 2013, 49(17): 235-250.