

结合高阶微分的非局部均值图像去噪算法^①

彭 扬

(重庆大学 数学与统计学院, 重庆 401331)

摘 要: 非局部均值算法是近年来去噪效果优秀并且引起广泛研究的算法, 但是该算法对于弱纹理, 弱边缘不能很好地保持. 在非局部均值算法的基础上, 利用高阶微分可以很好地反映图像的弱边界和振荡等特征的特点, 改进了非局部均值算法. 改进的算法能够在去噪的同时保留更多的细节、纹理和弱边缘.

关键词: 图像去噪; 非局部均值; Hessian 矩阵; 高阶微分; 特征方向

Non-Local Means Algorithm Combined with High Order Differential

PENG Yang

(College of Mathematics and Statistics, Chongqing University, Chongqing 401331, China)

Abstract: Non-local Means algorithm is a very effective and widely studied algorithm, but it cannot maintain the texture and weak edges of image very well. By using the characteristics of high order differential which can reflect the weak boundary and oscillation characteristics of image well, we improve the Non-local Means algorithm. The improved algorithm cannot only remove noise, but also keep more details, textures and weak edge.

Key words: image denoising; non-local means; hessian matrix; high order differential; feature direction

1 系统概述

图像去噪是图像分割、图像边缘检测、图像匹配的预处理过程, 因此图像去噪是图像处理中的一个重要组成部分. 通常一幅图像可表示为:

$$v(i) = u(i) + n(i), \quad i \in 1, \dots, N$$

i 为像素点, $v(i)$ 为观察到的图像, $u(i)$ 是真实的图像, $n(i)$ 代表噪声分布. 为了去除噪声, 找到真实图像 u , 人们提出了很多方法. 尽管他们在实现方法上有各自的差异, 但是都遵循着一个主要的思想: 利用平均思想来达到去噪目的. 常见的算法包括各种自适应中值滤波算法、小波阈值算法、各向异性扩散方程算法、总变分最小化算法、非局部均值滤波算法, 等等. 其中, 非局部均值算法(Non-local Means, NLM)^[1]起源于邻域滤波算法^[2], 邻域滤波算法的思想是: 根据像素点邻域灰度值的相似性, 对当前像素点进行重新估计. NLM 算法是对邻域滤波算法的一种推广, NLM 算法不是对图像的单个像素灰度值和其他像素点灰度值作对比得到, 而是对像素点周围整个区域的

灰度值整体作对比, 根据灰度分布的相似性决定权重, 灰度分布结构越相似, 权重越大, 相反, 则权重小.

NLM 算法虽然有很好的去噪性能, 但是由于该算法采用的指数型加权核函数只利用了图像灰度信息, 对图像大的邻域特征, 如振荡、线间断等不能很好地刻画, 导致图像在细节和纹理处容易因过度平滑变得模糊. 近年来许多研究者提出了改进的 NLM 算法^[3-6], 文献[7]指出高阶微分可以很好地反映图像的弱边界和振荡等特征. 通过以上分析对非局部均值算法进行了改进, 给出结合高阶微分的非局部均值算法. 实验表明, 新的非局部均值算法在去噪的同时, 能很好的保持图像细节, 纹理及弱边界.

2 非局部均值算法(NLM)

NLM 去噪算法^[1]的基本思想是: 当前像素点的估计由与当前像素点所在区域灰度结构相似的所有区域加权平均得到. 给定一幅离散的图像 $v = \{v(i) | i \in I\}$, I 表示图像的像素集合. NLM 算法表达式如下:

^① 收稿时间:2013-05-27;收到修改稿时间:2013-09-12

$$NL(v)(i) = \sum_{j \in I} w(i, j)v(j)$$

权重定义如下:

$$w(i, j) = \frac{1}{Z(i)} \exp \left[- \frac{\|v(N_i) - v(N_j)\|_{2,a}^2}{h^2} \right]$$

其中 $Z(i) = \sum_j \exp \left[- \frac{\|v(N_i) - v(N_j)\|_{2,a}^2}{h^2} \right]$ 为归一化常数, 使

得权值 w 介于 0 和 1 之间, 且满足 $\sum_{j \in I} w(i, j) = 1$. 式中

$\|v(N_i) - v(N_j)\|_{2,a}^2$ 为像素 i 和 j 所在邻域 $N(i)$ 和 $N(j)$

基于灰度级的高斯加权欧氏距离, a 为高斯加权方差, 由邻域窗口大小决定. 参数 h 的取值与图像中的噪声强度成正比, 取为 $h = \lambda\sigma$, 其中 σ 为噪声的标准差, 一般取为 0.8~1.5 之间.

依据算法原理, 像素邻域及其搜索范围应是整幅图像, 但是在整幅图像中计算执行效率较低. 为了提高计算效率, 我们在实际执行时, 选择了两个窗口, 一个是像素邻域窗口 $K \times K$, 也就是说 $N(i)$ 和 $N(j)$ 是 $K \times K$ 的, 一个是像素搜索范围的窗口 $L \times L$, 即在 $L \times L$ 大小的区域里面选择 $K \times K$ 的区域进行滑动, 根据区域灰度结构相似性确定区域中心像素灰度的贡献权值.

实验中发现, NLM 虽然有很好的去噪效果, 但是由于图像中的纹理, 弱边缘灰度分布“相似块”与邻域的平滑区域差别不大, 所以图像的纹理, 弱边缘容易在求均值的过程中被模糊掉. 文献[7]提到, 高阶微分能够较好的反映图像的震荡部分和弱边界, 它强调图像中灰度的突变及灰度缓慢变化的区域, 考虑到这一点, 我们采用对纹理, 弱边界能较好反映的图像灰度二阶微分改进 NLM 去噪算法.

3 结合高阶微分的非局部均值算法

设 H 为关于 I_σ 的 Hessian 矩阵, 则定义:

$$H_\rho = G_\rho * H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 I_\sigma}{\partial x^2} * G_\rho & \frac{\partial^2 I_\sigma}{\partial x \partial y} * G_\rho \\ \frac{\partial^2 I_\sigma}{\partial x \partial y} * G_\rho & \frac{\partial^2 I_\sigma}{\partial y^2} * G_\rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{12} & H_{22} \end{bmatrix}$$

其中 I_σ 为图像 I 的高斯滤波图像, σ 为高斯滤波器的方差, 使得微分对尺度小于 σ 的噪声不敏感. 求出 H_ρ 的两个正交的单位特征向量 ω, ν

$$\omega = \left[2H_{12}, H_{22} - H_{11} + \sqrt{(H_{11} - H_{22})^2 + 4H_{12}^2} \right],$$

$$\nu = \frac{\omega}{\|\omega\|}, \quad \nu = \omega_1^\perp,$$

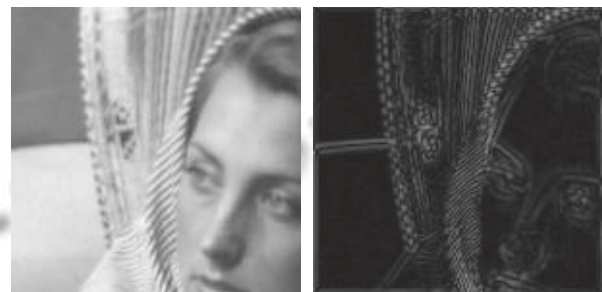
其中 ω, ν 对应的特征值为

$$\mu_1 = \frac{1}{2} \left(H_{11} + H_{22} + \sqrt{(H_{11} - H_{22})^2 + 4H_{12}^2} \right)$$

$$\mu_2 = \frac{1}{2} \left(H_{11} + H_{22} - \sqrt{(H_{11} - H_{22})^2 + 4H_{12}^2} \right)$$

H_ρ 也可以看作是关于图像的二阶张量, 我们选取 μ_1 对应的特征向量 ω 为垂直于图像边缘和纹理的方向, 与 ω 垂直的向量 ν 为图像特征的方向, μ_1 和 μ_2 分别表示在这两个方向上震荡程度的大小. 我们用特征值相减 $u = \mu_1 - \mu_2$ 来度量图像 I 在某点的震荡和灰度突变等特征^[8]. 需要指出的是, 本文使用二阶 sobel 算子计算微分.

下面用一组图来说明 u 在图像平滑区域, 边界和纹理区域的不同特征:



(a) 原始图像 (b) 图像

图 1 u 图像特征

从图 1 可以看出, 在图像的平滑区域, $u \approx 0$, 在震荡或者边界区域, $u \geq 0$. 说明 Hessian 矩阵可以很好的刻画图像中的边界, 特别是纹理特征.

非局部均值算法在去噪的过程中, 容易模糊掉部分纹理、细节和弱边缘. 由前面分析可知, 灰度二阶微分能够很好地刻画图像纹理, 弱边界等特征, 所以本文提出了结合高阶微分的非局部均值算法. 为了避免值与图像灰度差别过大, 影响其在算法中的作用, 我们定义函数

$$U(x, y) = 1 + \frac{u(x, y) - \text{Min}(u(x, y))}{\text{Max}(u(x, y)) - \text{Min}(u(x, y))} M$$

其中, M 取图像灰度的最大值. 函数 $U(x, y)$ 将 u 的取值调整到 $[1, 1+M]$ 之间.

改进的 NLM 算法离散形式如下:

$$NL(v)(i) = \sum_{j \in I} w(i, j) v(j)$$

$$w(i, j) = \frac{1}{Z(i)} \exp \left[- \frac{\|v(N_i) - v(N_j)\|_{2,a}^2}{h^2} \right] \exp \left[- \frac{\|U(N_i) - U(N_j)\|_{2,a}^2}{h^2} \right]$$

式中

$$Z(i) = \sum_j \exp \left[- \frac{\|v(N_i) - v(N_j)\|_{2,a}^2}{h^2} \right] \exp \left[- \frac{\|U(N_i) - U(N_j)\|_{2,a}^2}{h^2} \right]$$

为归一化常数, w 介于 0 和 1 之间, 且满足 $\sum_{j \in I} w(i, j) = 1$,

$h = \sigma$.

本文在 NLM 算法中引入二阶微分, 使得 NLM 算法在求“相似块”权重时, 不仅考虑了灰度值, 而且考虑了灰度的二阶微分, 即图像的震荡, 线间断, 孤立点等特征. 因此提出的算法在灰度结构相同的情况下, 能够让具有相同震荡特征的局部块具有更高的权重, 所以对当前像素块的估计更加准确. 实验表明, 改进的算法能够在去噪的同时, 保留更多的图像细节、纹理和弱边界.

4 实验结果

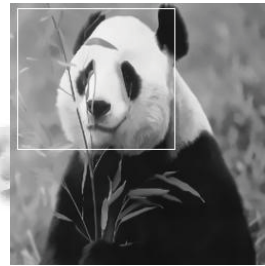
对本文算法进行仿真实验, 并与 NLM 算法进行比较. 程序用 matlab7.4 编写, 实验中参数 $L=5, K=2$.

实验一

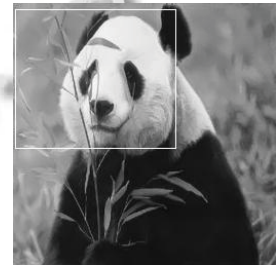
图 2(a) 是一幅带高斯噪声的熊猫图片. 由于二阶微分对纹理和弱边缘敏感, 使得图 2(c) 比图 2(b) 保留了更多的毛发, 而且熊猫的眼珠也保留了下来, 如图中框出的部分所示. 本实验说明相比 NLM 算法, 改进的算法能够保留更多图像的细节信息.



(a) 原始图像



(b) NLM 算法



(c) 本文算法



(e) 图(b)中的细节



(f) 图(c)中的细节

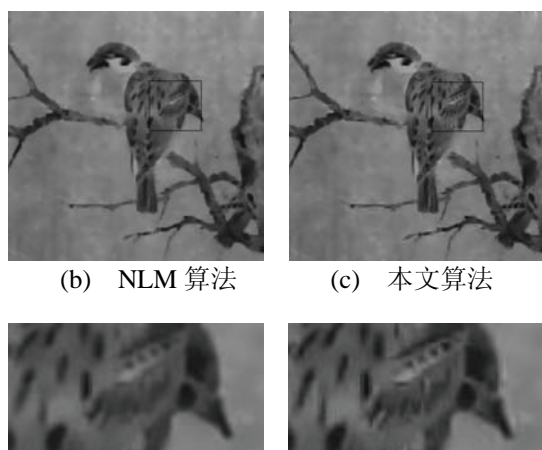
图 2 细节保持对比 ($h=10$)

实验二

图 3(a) 是一幅既包括噪声又含有细节的图像, 对于这类图像的去噪是很困难的. 从图 3(b) 可以看出, 在图像平滑的过程中, 羽毛的纹理几乎已经被平滑掉. 图 3(c) 在去噪后, 仍然能保留鸟身上、尾巴上羽毛条纹的层次. 本实验说明改进的算法比 NLM 算法保留了更多的纹理.



(a) 原始图像



(b) NLM 算法 (c) 本文算法

(e) 图(b)中的细节 (f) 图(c)中的细节

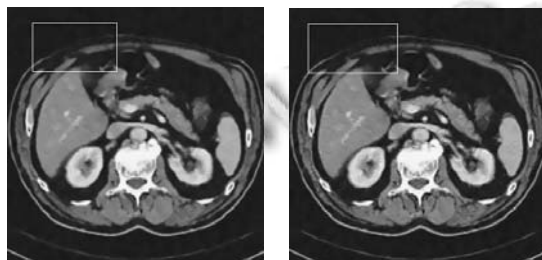
图 3 纹理保持对比($h=20$)

实验三

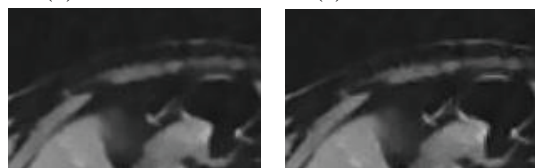
这是一幅医学图像, 由于二阶微分对于弱边缘更加敏感, 由图 4(b)和(c), 可以看出在图上方边界处, 图 4(b)的边界已经有些模糊, 而图 4(c)边界却很清晰. 同时, 4(c)保留了更多原图像的细节, 出现了更多的细纹理. 从实验三可以看出, 提出的模型可以很好的保持图像弱边缘.



(a) 原始图像



(b) NLM 算法 (c) 本文算法



(e) 图(b)中的细节 (f) 图(c)中的细节

图 4 弱边界保持效果对比($h=20$)

实验四

这是一幅含纹理信息较多的图片. 由图 5(c), (d)和表 1 可知, 对比传统的 NLM 算法, 本文提出的算法在去噪过程中不仅保留了图像的细节、纹理等信息, 而且具有较高的峰值信噪比.



(a) 原始图像 (b) 噪声图像



(c) NLM 算法 (d) 本文算法

图 5 去噪效果对比($h=20$)

表 1 峰值信噪比(PSNR)对比

模型	噪声图像	NLM 算法	本文算法
PSNR(dB)	21.29	28.55	28.62

实验五

从图 6(c), (d)可以看出, 本文提出的算法在去噪的同时保留了更多石头的细节, 并由表 2 可知, 本文算法具有较高的峰值信噪比. 进一步表明本文提出的算法具有较好的去噪性能.



(a) 原始图像 (b) 噪声图像



(c) NLM 算法 (d) 本文算法

图 6 去噪效果对比($h=20$)

表 2 峰值信噪比(PSNR)对比

模型	噪声图像	NLM 算法	本文算法
PSNR(dB)	22.08	28.59	28.66

5 结语

利用二阶微分改进 NLM 算法中的权重, 本文提出了一个新的非局部均值算法. 实验表明, 相对于传统的 NLM 算法, 本文算法不仅能有效去除图像噪声, 而且能更好地保持图像的细节、纹理、弱边缘等重要特征.

参考文献

1 Buades A, Coll B, Morel JM. A non-local algorithm for image

- denoising. *Computer Vision and Pattern Recognition*, 2005, 2(2): 60–65.
- 2 Yaroslavsky L. *Digital Picture Processing- An Introduction*. Springer Verlag, Berlin, 1985.
- 3 Lou Y, Zhang X, Osher S, Bertozzi A. Image recovery via nonlocal operators. *Journal of Scientific Computing*, 2010, 42(2): 185–197.
- 4 Ji Z, Chen Q, Sun Q, Xia D. A moment-based nonlocal- means algorithm for image denoising. *Information Processing Letters*, 2009, 109(23-24): 1238–1244.
- 5 Gilboa G, Osher S. Nonlocal linear image regularization and supervised segmentation. *Multiscale Modeling and Simulation*, 2007, 6(2): 595–630.
- 6 Wang S, Xia Y, Liu Q, Luo J, Zhu Y, Feng DD. Gabor feature based nonlocal means filter for textured image denoising. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2012, 23(7): 1008–1018.
- 7 Carmona RA, Zhong S. Adaptive smoothing respecting feature directions. *IEEE Trans. on Image Processing*, 1998, 7(3): 353–358.
- 8 喻罡, 张红梅, 卞正中, 郭佑民. 一种改进的一致性扩散图像增强方法. *电子与信息学报*, 2005, 27(9): 1408–1411.

(上接第 157 页)

电路与系统学报, 2009, 14(4): 60–65.

- 4 Liang ZJ, Lv M. 2012 International Conference on A Joint Rapid Parameter Estimate Method of Frequency-Hopping Signal. *Control Engineering and Communication Technology. ICCECT-2012*. 952–954.
- 5 Lei YK, Wu YH. A New Hop Rate Estimation Method for High-Speed Frequency-Hopping Signals. *ICCS 2008*. 1330–1333.
- 6 雷迎科, 钟子发, 吴彦华. 基于 RSPWVD 高速跳频信号跳周期估计算法. *系统工程与电子技术*, 2008, 30(5): 803–805.
- 7 Richard C, Lengell Ré. Joint recursive implementation of time-

frequency representations and their modified version by the reassignment method. *Signal Process*, 1997, 60(2): 163–179.

- 8 Nilsen GK. Recursive Time-Frequency Reassignment. *IEEE Trans. Signal Processing*, Aug. 2009, 57(8): 3283–3287.
- 9 刘本永. 非平稳信号分析导论. 北京: 国防工业出版社, 2006.
- 10 郭建涛, 王林. 基于熵测度的跳频信号谱图分析. *计算机应用*, 2013, 33(5): 1230–1232, 1236.
- 11 李秀梅, 吕真, 姬宇佳. 基于时频分析方法 LPFT 的语音处理 GUI 系统. *计算机系统应用*, 2013, 22(2): 48–52.
- 12 余松煜. *数字图像处理*. 上海: 上海交通大学出版社, 2007.