

基于最小代价流算法的多机空战目标分配^①

阴小晖, 董彦非, 彭世冲

(南昌航空大学 飞行器工程学院, 南昌 330063)

摘要: 目标分配是多机空战协同战术决策的核心内容之一, 属于资源分配以及最优指派问题, 符合最小代价流算法的求解范畴. 在空战态势评估和综合威胁评估模型的基础上, 建立了最小代价流空战目标分配模型. 该模型根据威胁评估结果, 用最小代价流算法进行处理, 找出带代价的网络流图中从起点到终点的一条最短路径, 经反复迭代, 直至找到所求的最小代价流, 实现对多个空战目标进行合理分配. 最后通过算例验证了模型的可行性.

关键词: 态势评估; 威胁评估; 最小代价流算法; 目标分配

Target Assignment of Multi-fighter Combat Based on Minimum Cost Flow Algorithm

YIN Xiao-Hui, DONG Yan-Fei, PENG Shi-Chong

(School of Aircraft Engineering, NanChang HangKong University, Nanchang 330063, China)

Abstract: The target allocation is one of the core content of the collaborative tactical decision of multiple-plane air combat, belonging to the allocation of resources as well as the optimal assignment problem, in line with the minimum cost flow algorithm for solving field. Based on combat situation assessment and comprehensive threat assessment model, a minimum cost flow target assignment model is established. The model is based on the threat assessment results, with the minimum cost flow algorithm processing, finding out the shortest path from the starting point to the end point of a network flow graph, after repeating iteration, until finding the minimum cost flow, multiple-air-combat target is achieved to reasonable allocation. Finally, an example is presented to verify the feasibility of the model.

Key words: situation assessment; threat assessment; the minimum cost flow algorithm; target allocation

1 概述

随着空中作战样式和航空科技的发展, 多目标攻击能力已经成为现代机载武器系统的研究方向和衡量现代战斗机的一个重要标准, 同时, 多目标攻击也是未来空战的主要形式和发展趋势. 研究空战中的协同战术决策对于单机的多目标攻击以及机群间协同多目标攻击都具有重要意义.

多目标攻击最显著特点就是面对多个敌方目标需要根据我方资源为各个友机进行目标分配和火力分配. 目标分配以多源传感器数据融合、多机间通讯和信息资源共享以及目标识别技术为基础, 是真正实现多机协同空战的关键, 也是多机空战协同战术决策的核心内容之一. 其特点就是使整体机群发挥最大的作战效能, 使其自身损失最小. 而图论中的最小代价流算法

能够解决资源分配以及最优指派等问题, 使最终结果最优, 符合目标分配的需求, 可以采用最小代价流算法解决多目标攻击中的目标分配问题.

威胁评估和空战态势评估是目标分配和火力分配的基础. 威胁评估的前提是空战态势评估, 它们都是数据融合的组成部分. 这里采用结合空战态势和战斗机空战能力的综合威胁评估模型^[1-6].

2 综合威胁评估模型

2.1 空战态势评估模型^[7]

在空战态势中, 包括三个关键因素: 双方速度矢量的方向、相对距离和飞行速度. 如图(1)所示, v_a 为我方速度矢量, v_b 为目标速度矢量, α 为目标前置角, β 为目标航向与目标线的夹角(下偏为正).

^① 基金项目: 航空科学基金(2011ZA56001); 江西省研究生创新专项基金(YC2011-S096)

收稿时间: 2013-03-22; 收到修改稿时间: 2013-04-11

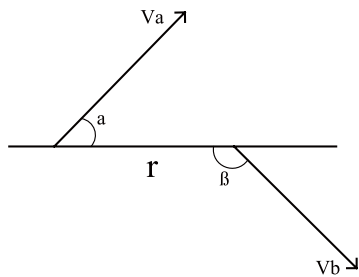


图 1 空战态势示意

方向威胁模型: $Y_d = (|\alpha| + |\beta|) / 360^\circ$ (1)

距离威胁模型:

$$Y_r = \begin{cases} 0.5 & r_i \leq rm, r_i \leq rmt_i \\ 0.5 - 0.2 \left(\frac{r_i - rmt_i}{rm - rmt_i} \right) & rmt_i < r_i < rm \\ 1.0 & rmt_i > r_i > rm \\ 0.8 & \max(rm, rmt_i) < r_i < rr \end{cases} \quad (2)$$

速度威胁模型:

$$Y_v = \begin{cases} 0.1 & v_i < 0.6v_z \\ -0.5 + v_i / v_z & 0.6v_z \leq v_i \leq 1.5v_z \\ 1.0 & v_i > 1.5v_z \end{cases} \quad (3)$$

其中, Y_d , Y_r 和 Y_v 分别为目标机对我机的方向威胁, 距离威胁和速度威胁. r_i 为目标机距离, rmt_i 为攻击距离, rm 为我机导弹的最大射程, rr 为我机雷达的最大跟踪距离, v_i 和 v_z 分别代表目标飞机速度和我方飞机速度.

作战经验和理论分析表明: 在角度占优势的情况下, 相对距离越大, 则优势越小; 相对距离越小, 则优势越大. 从概率论的角度出发, 方向威胁因子与距离威胁因子应该做相乘关系的处理. 同样地, 由于速度因子和其他两因子无相关性, 故在总体威胁指数的表达式中应该做相加关系的处理. 则总的空战态势威胁指数 T 为:

$$T = a_1 \times Y_r \times Y_d + a_2 \times Y_v \quad (4)$$

其中, a_1 , a_2 为权系数 ($0 \leq a_1, a_2 \leq 1$), 如果对前后两部分同等对待, 可以不考虑权值 ($a_1=1, a_2=1$).

2.2 空战能力评估模型

对于敌机空战能力的评估, 不涉及我机的对抗影响时, 可将该问题转化成对敌机空战效能的评估. 空战能力综合指数 C 的数学模型为:

$$C = 0.4 \times \bar{A} + 0.3 \times \bar{S} + 0.2 \times \bar{M} + 0.1 \times \bar{R} \quad (5)$$

其中 A 为攻击能力, 是火力与态势感知能力的乘积; 机动性能 M 是机动能力与操纵能力的乘积; R 表示

续航能力, S 表示生存能力.

2.3 综合威胁评估模型

由于空战能力与空战态势的诸值差别较大, 首先需要进行数据处理. 这里取空战能力的相对值 Tc_i :

$$Tc_i = C_i / \max(C_i) \quad (6)$$

将飞机的空战能力与空战态势进行综合, 得到总的威胁评估模型:

$$W_i = d_1 \times Tc_i + d_2 \times T_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

其中, W_i 为第 i 架敌方飞机对我方飞机的威胁指数, 由于空战局势多变复杂, 每次战役中各参战飞机的空战能力与所遇到的空战态势不尽相同, 则以上各权值可根据空战原理及专家经验, 采用专家评估法来确定, 这里 b_1 , b_2 为权系数 ($0 \leq b_1, b_2 \leq 1$), 一般取 $b_1=0.5$, $b_2=0.5$.

3 最小代价流目标分配模型

3.1 算法理论

1. 设 V 是一个有 n 个顶点的非空集合: $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$; E 是一个有 m 条有向边的集合: $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$, 则称 V 和 E 这两个集合组成了一个有向图, 记作有向图 $N=(V, E)$.

2. 有向图 $N=(V, E)$, 若对任一边 $e \in E$, 有相应的一个非负整数 $C(e)$, 且已取定 V 的两个非空子集 X 和 Y , $X \cap Y = \emptyset$, 则称 $N=(V, E, C, X, Y)$ 为一个运输网络. X 中顶点 x 称为 N 的源, Y 中顶点 y 称为 N 的汇, $I = V - (X \cup Y)$ 中顶点称为中间顶点, $C(e)$ 称为边 e 的容量.

3. 设运输网络 $N=(V, E, C, X, Y)$, 又设非负实数 $W(u, v)$ 为一个单位的流量从顶点 u 沿边 (u, v) 流到顶点 v 所花的代价, 这样的网络称为带代价的运输网络, 常用 $N=(V, E, C, W, X, Y)$ 表示.

4. 若对于网络 N , 其上非负整数函数 $f(e)$ 满足以下两条件:

$$1) 0 \leq f(e) \leq C(e), \text{ 任意 } e \in E$$

$$2) f^+(v) = f^-(v), \text{ 任意 } v \in I$$

则称 f 为 N 上一个网络流, 简称流. 并称 $f(e)$ 为流 f 在边 e 上的流量. 条件 1 称为容量约束条件, 条件 2 称为守恒条件 (直观上说, 在每一个中间点 v 上, v 的流入量之和等于 v 的流出量之和, 中间点的流量是守恒的).

5. 设 f 为带代价的运输网络 $N=(V, E, C, W, x, y)$ 上一个网络流, 现构造一个伴随 f 的增流网络 $N_f=(V_f, E_f, C', W', x, y)$ 如下:

$$\begin{aligned}
 &1) V_f = V(N) & (8) & E_f^+ = \{(u, v) | (u, v) \in E(N), f(u, v) < C(u, v)\}, & (9) \\
 &2) E_f = E_f^+ \cup E_f^-, \text{ 其中} & & E_f^- = \{(u, v) | (v, u) \in E(N), f(v, u) > 0\};
 \end{aligned}$$

$$3) \text{ 取 } C'(u, v) = \begin{cases} C(u, v) - f(u, v), & \text{若 } (u, v) \in E_f^+ \\ f(v, u), & \text{若 } (u, v) \in E_f^- \end{cases} \quad W'(u, v) = \begin{cases} W(u, v), & \text{若 } (u, v) \in E_f^+ \\ -W(v, u), & \text{若 } (u, v) \in E_f^- \end{cases} \quad (10)$$

其中, E_f^+ 中的边为正规边, E_f^- 中的边为非正规边.

6. 设 f 为 N 上一个流, $Valf = \lambda$, 则

1) $W(f) = \sum_{e \in E} W(e) f(e)$ 表示 N 内按照网络流 f 运

送流量 λ 个单位从源 x 到 y 所花的代价, 称 $W(f)$ 为流 f 的代价.

2) f 为 N 中流值为 λ 的最小代价流的充分必要条件为: 在 N_f 中不存在负回路.

3) 如果 f 为 N 中流值为 λ 的最小代价流, P 为 N_f 中一条从 x 到 y 的最短路径, δ 为任意不超过 $C(P)$ 的正整数, 则 f 关于 P, δ 的修改流 \hat{f} 为 N 中流值为 $\lambda + \delta$ 的最小代价流, 公式如下所示.

$$\hat{f}(u, v) = \begin{cases} f(u, v) + \delta, & \text{若 } (u, v) \in E, \text{ 且 } (u, v) \in P \cap E_f^+ \\ f(u, v) - \delta, & \text{若 } (u, v) \in E, \text{ 且 } (v, u) \in P \cap E_f^- \\ f(u, v), & \text{其他} \end{cases}$$

4) f 为 N 中最大流的充分必要条件: N_f 中不含一条从源 x 至汇 y 的路径.

方法: 在 N 中任取一个流值小于 λ 的最小代价流 f , 在其 N_f 中寻求一条 x 至 y 的最短路径 P , 取 $\delta = \min\{C(P), \lambda - Valf\}$, 作 f 关于 P, δ 的修改流 \hat{f} , \hat{f} 为流值是 $Valf + \delta$ 的最小代价流, 视 \hat{f} 为新的流 f , 重复上述步骤继续进行迭代, 直至找到所求的最小代价流.

3.2 算法描述

1. 取初始流 f 为零流.

2. $Valf = \lambda$?

若是, 则 f 即为 N 中流值为 λ 的最小代价流, 算法终止;

若否, 则作 $N_f = (V_f, E_f, C', W', x, y)$.

3. N_f 中是否存在一条 x 至 y 的路径?

若是, 则求 N_f 中一条 x 至 y 的最短路径 P . 取 $\delta = \min\{C(P), \lambda - Valf\}$, 作 f 基于 P, δ 的修改流 \hat{f} , $Val \hat{f} = Valf + \delta$. 取 $f = \hat{f}$, 步骤转 2;

若否, 则 N 中不存在流值为 λ 的流, f 为 N 中最小代价的最大流, 算法终止.

3.3 目标分配

由于最小代价流算法解决的是实际问题中最优分配的问题, 与本文所涉及的空战目标分配思想(整体机群作战损失最小)具有一致性. 故采用最小代价流目标分配模型对空战的总原则进行确定: 按目标威胁程度的高低进行分配, 无重复攻击, 充分体现了我方作战飞机中, 占据空战优势的飞机攻击处于劣势的敌机. 目标分配具体步骤如下(假设有 N 架飞机攻击 M 架目标机):

(1) 首先进行态势评估和威胁评估, 得到综合威胁评估指数.

(2) 根据威胁指数构建一个带权值的网络流图.

(3) 做当前网络流图中的增流网络, 找到一条最短路径, 并对当前网络图做修改流处理.

将步骤(3)进行重复迭代, 直到网络流图中再找不到一条从起点到终点的有向线段, 则算法结束. 对网络图进行整理, 根据最小代价流原理, 得到我方机群的目标威胁评估结果, 进行目标分配.

另一方面, 根据得到的威胁指数, 可以计算出我方的最小威胁, 即我方的最大胜率.

4 算例

设我方出动 3 架不同机型的攻击机, 分别记为 A, B, C , 速度均为 300m/s, 雷达的最大跟踪距离均为 90km, 各携带 2 枚同型号中距拦截弹, 可以同时攻击 2 个敌方目标, 最大射程 $rm = 50\text{km}$; 敌方出动 3 架不同机型的飞机, 分别记为 D, E, F , 且我方战机的火控雷达完全可以探测到对方.

敌机为 D, E, F 三种机型, 由公式(5)可以算出它们的空战能力指数是 0.78、0.82 和 0.89;

由于其算法简明易懂, 这里采用手工画图的方法来进行算例求解. 假设一架飞机只能攻击一个目标, 所以图 2 中 $C(e)$ 的容量都为 1. 由本文算法理论中的 2 和 3 所示, X 和 Y 为运输网络中的源和汇, 是该算法自身要求所设的虚点, 故 $W(x, x_i)$ 及 $W(y_i, y)$ 都为零, 无威

胁产生, $W(x_i, y_j)$ 由表 3 中相应威胁指数给出. A-C 点为
我方飞机, D-F 点为目标机, 图中点与点之间的位置并
不代表空中站位, 有向线段亦不代表威胁方向, 只是

从源到汇的网络流向(图 2 中的有向线段旁的参数为
 $C(e), W(e)$).

表 1 空战态势指数

目标机	A			B			C		
	D	E	F	D	E	F	D	E	F
α	-130	-80	-170	-160	-130	-130	-85	-145	-125
β	20	40	-55	-35	45	40	55	10	15
r_i 千米	60	75	50	40	60	60	70	65	60
v_i 米/秒	250	300	320	250	300	320	250	300	320

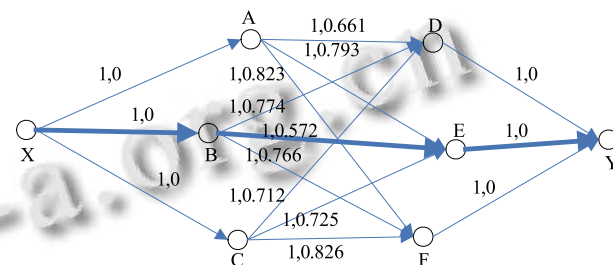
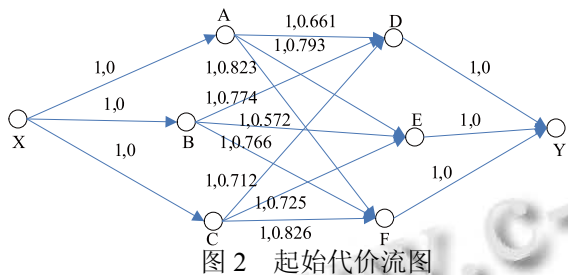
表 2 态势威胁指数

目标	A			B			C		
	D	E	F	D	E	F	D	E	F
Y_d	0.417	0.333	0.625	0.542	0.486	0.472	0.389	0.431	0.389
Y_r	0.500	0.800	0.300	0.800	0.500	0.300	0.800	0.300	0.500
Y_v	0.333	0.500	0.567	0.333	0.567	0.500	0.333	0.500	0.567
T_i	0.542	0.766	0.755	0.767	0.810	0.642	0.644	0.629	0.762
Tc_i	0.78	0.82	0.89	0.78	0.82	0.89	0.78	0.82	0.89

表 3 敌方各机威胁指数

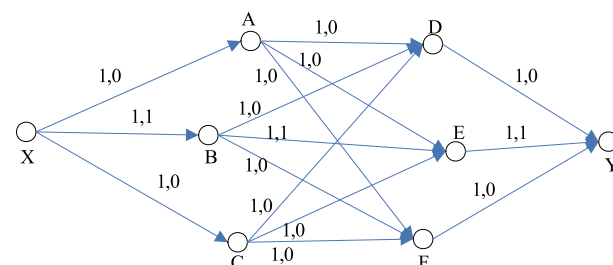
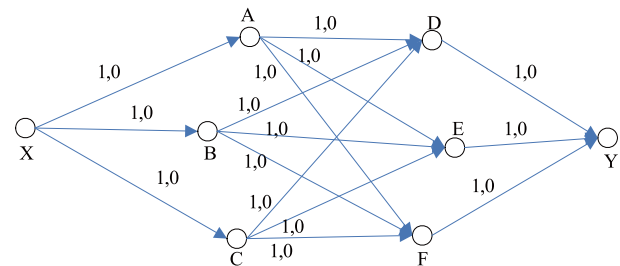
敌机威胁指数		我方战机		
		A	B	C
敌方战机	D	0.661	0.774	0.712
	E	0.793	0.572	0.725
	F	0.823	0.766	0.826

作图 3 的伴随 f 的增流网络 N_f , 如图 4 所示(边旁
参数为 $C'(e), W'(e)$). 在图 4 中, X 至 Y 的最短路径
 $P=XBEY$ (用粗线表示), 取 $\delta=C'(P)=\min\{C'(e)|e\in P\}=1$. 作 f 关于 P, δ 的修改流, 如图 5 所示,(有向线段
旁的参数为 $C'(e), f'(e)$).



计算过程如下:

第一步, 给定初始流为零流, 如图 3 所示(有向线
段旁的参数为 $C(e), f(e)$).



第二步, 作图 5 的伴随 f 的增流网络 N_f , 如图 6 所
示, 其 X 至 Y 的最短路径 $P=XADY$ (用粗线表示), 取 $\delta=C'(P)=\min\{C'(e)|e\in P\}=1$.

$C''(P)=1$, (有向线段旁的参数为 $C''(e)$, $W''(e)$). 对图 5 中流进行修改, 得 f 关于 P, δ 的修改流, 如图 7 所示(有向线段旁的参数为 $C''(e)$, $f''(e)$).

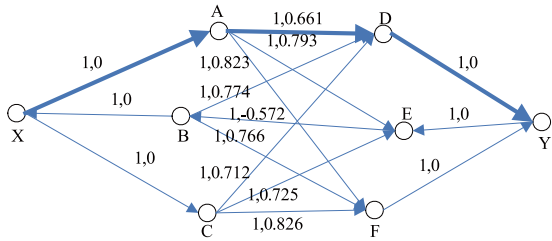


图 6 增流网络图

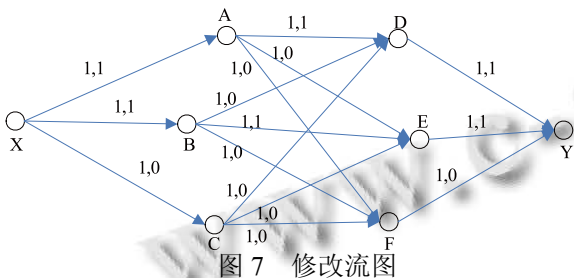


图 7 修改流图

第三步, 作图 7 的 N_f 网络, 如图 8 所示(有向线段旁的参数为 $C'''(e)$, $W'''(e)$). 在 N_f 中 X 至 Y 的最短路径 $P=XCFY$ (用粗线表示), 取 $\delta=C'''(P)=1$, 对图 7 中流进行修改, 得修改流如图 9 所示.

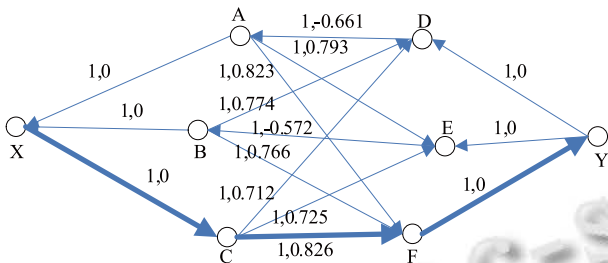


图 8 增流网络图

由本文算法描述的 3 可知, 图 9 中已经不存在一条 x 至 y 的有向路径, 故流已为最大流.

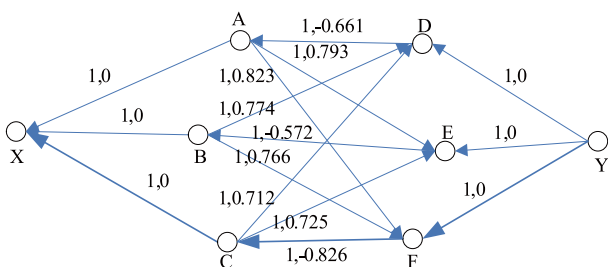


图 9 最大流图

下表为我方飞机的目标分配结果以及我方最小威胁指数.

表 4 目标分配结果

目标分配		威胁
D	A	0.661
E	B	0.572
F	C	0.826
我方最小威胁		2.059

参战飞机以己方机群所受的总威胁最小为原则. 由于算法具有在得到最优分配结果的同时还能进行整体代价评估等特点. 从表 4 中可以看出, 我方各机得到了合理目标分配的同时, 还得到了整体作战效能上的最小威胁评估.

为验证结果, 将目标进行重新分配组合, 所得总威胁均比上述大, 表明了该算法的合理性. 同时采用了匈牙利算法对其进行复验^[8], 得到的结果一致.

5 结论

基于最小代价流算法能够解决资源分配以及最优指派等特点, 建立的最小代价流模型实现了多机多目标的目标威胁分析和分配, 在作战效能上突显了机群所受威胁度最小的效果. 该算法分析过程较为直观, 底层运算只涉及加减, 编制的计算程序运算速度较快, 可用于空战仿真等研究.

参考文献

- 1 Austin F. Automated maneuvering decisions for air-to-air combat. AIAA Paper 87-2393, 1987: 659-669.
- 2 Michael W. Isherwood. Roadmap for Robotics. Airforce-Magazine, 2009.12.
- 3 Wilson JR. Unmanned aerial vehicles get ready for prime time. Military & Aerospace Electronics, 2009.07.
- 4 谢希权, 李伟仁. 单机多目标攻击逻辑的对策型决策. 系统工程与电子技术, 2000, 22(7): 28-31.
- 5 王红, 高晓光, 蔡小斌. 多目标攻击中的攻击逻辑与决策方法. 系统工程理论与实践, 1997, 9: 93-97.
- 6 张红, 李锋, 蓝伟华. 单机多目标攻击作战效能分析. 电光与控制, 1999, 3: 12-19.
- 7 董彦非, 冯惊雷, 张恒喜. 多机空战仿真协同战术决策方法. 系统仿真学报, 2002, 6.
- 8 柳毅, 佟明安. 匈牙利算法在多目标分配中的应用. 火力与指挥控制, 2002, 4.