

改进的 BA 网络演化模型的研究及应用^①

邓凯英, 邓竞伟, 李应兴

(西北民族大学 数学与计算机科学学院, 兰州 730124)

摘要: 利用主方程和连续域理论分析了 BA 无标度网络的度分布以及初始吸引因子对网络节点度分布的演化过程。对 BA 模型进行了改进和推广, 提出了随机吸引因子网络演化模型。此网络演化模型通过理论分析和数值模拟验证是吻合的, 该模型是无标度网络演化模型。实验结果表明, 改进的模型能够很好地反映现实系统中的一些重要性质, 具有实际应用价值。

关键词: 吸引因子; 择优连接; 度分布; BA 网络; 无标度

Research and Application of Improved BA Networks Evolving Models

DENG Kai-Ying, DENG Jing-Wei, LI Ying-Xing

(School of Mathematics and Computer Science, Northwest University for Nationalities, Lanzhou 730124, China)

Abstract: In this paper, we use master equation and continuum theory approach to investigate a number of problems in complex networks. The paper improves some extending to BA scale-free network model's algorithm. This paper provided a kind of scale-free networks model attractive factor by random, which analyzed degree distribution as well as the range of significant influence to degree distribution. The results of computer simulation were in concordance with the theoretical analysis. It is a scale-free networks. The new model could reflect some important characters of actual networks well and has application value.

Key words: attractive factor; preferential attachments; degree distribution; BA networks; scale-free

现实世界的大部分网络都不是随机网络, 往往只有少数的网络节点拥有大量的连接, 而大部分节点之间的连接却很少, 将度分布符合幂律分布的复杂网络称为无标度网络。现实生活中的许多系统, 有少量的异常节点不是按照 BA 网络演化模型^[1-3]中的择优连接原则来获得新边的。对于这些网络节点在最初演化的时间步里, 它们可能连接的边很少, 根据 BA 网络演化模型中的节点度择优连接原则, 它们获得新边的概率应该很小, 并且具有较高的连接概率来获得新的连接。

复杂网络在社会网络、舆情传播、即时通讯网络等领域都有应用, 涉及领域较广泛。运用复杂网络理论, 美国学者对美国生物技术产业联盟网络的形成机制进行了研究, 其研究成果在商业领域也广泛发挥了

应用价值。

1 扩展的无标度网络模型

1.1 BA 网络演化模型

由 Barabasi 和 Albert 首先提出的无标度网络演化模型是 BA 网络演化模型^[4]。BA 网络演化模型的提出, 为人们研究复杂系统提供了新的角度, 开创了复杂网络研究的新格局。BA 网络演化模型^[5-6]是增长型的复杂网络演化模型。网络的构造机制遵循以下两个主要原则:

- 1) 增长: 在每一个时间步, 增加一个具有条连线的新节点, 并将这条连线连接到已经存在的节点。
- 2) 择优连接: 新节点与已有的连接度大的节点连接, 也就是说, 节点的度越大, 被连接的概率就越大。

^① 基金项目: 教育部人文社科青年基金项目(12YJCZH027); 教育部人文社科规划基金项目(11YJAZH053)

收稿时间: 2011-12-21; 收到修改稿时间: 2012-03-12

BA 网络模型连接概率如下:

$$\prod(k_i) = \frac{k_i}{\sum_j k_j} \quad (1)$$

$N = t + m_0$ 个节点和 mt 条边的网络。该网络演化到一个标度不变的状态, 连接度分布服从幂律分布 $p(k) \sim k^{-r}$, 幂指数 r 为 3, 与平均度值和网络节点数无关^[7,16]。

1.2 DMS 网络演化模型

Dorogovtsev-Mendes-Samukhin 模型^[8-9]是由 Dorogovtsev、Mendes 和 Samukhin 三个人提出的, 此模型简称为 DMS 模型, 它是一个线性增长模型, 是 BA 无标度网络演化模型的一个扩展模型。

在网络中存在的每个节点对加入的新节点都有一定的吸引因素, 将节点具有的对新节点的吸引力称为吸引因子^[10]。

$$\Pi(k_i) = \frac{k_i + k_0}{\sum_j (k_j + k_0)} \quad (2)$$

其中, k_0 为一个常数, 它用来表示网络节点的吸引因子, $-m < k_0 < m$, $\sum_j (k_j + k_0)$ 为网络中其余节点的度数与吸引因子之和。

DMS 模型是在 BA 模型基础进行扩展的一种模型, 它考虑了节点的吸引因子, 但这个吸引因子是一个常数。也就是说, 每个节点的吸引度是相同的, 且网络中节点总的吸引度随着时间线性增长, 这与实际情况是不同的。

2 改进的模型理论及其应用

复杂网络演化模型可以研究现实生活中网络演化模型的统计规律^[11-13], 检验 BA 网络演化模型的择优连接性假设, 理论上可以发展成为具有形成特定几何性质的网络机制演化模型。在网络中存在的每个节点对加入的新节点都有一定的吸引因素, 我们把节点本身具有的对新节点的吸引能力定义为吸引因子。例如, 名人的个人主页被链接的可能性相对就比较大, 这主要是由它的吸引力决定的。

本文用主方程和连续域理论^[14,15]的方法来分析随机吸引因子网络演化模型, 当网络规模很大时, BA 模型可以用主方程方法进行求解。若网络中已经存在的

节点数为, 当网络增长到有个节点的网络, 并且在公式 (1) 的偏好连接的规则下增长 $p(k, n)$, 表示度值为 k 的概率, 则对任一节点有:

$$(n+1)p(k+k_0, n+1) - np(k+k_0, n) =$$

$$\frac{k+k_0-1}{n-1} \times np(k-1, n) \times m - \sum_{i=m}^{n-1} inp(i, n)$$

$$\frac{k+k_0-1}{n-1} \times np(k, n) \times m, \quad (3)$$

由 $\sum_{i=m}^{n-1} inp(i, n) \approx 2mn$ 可得:

$$(n+1)p(k+k_0, n+1) - np(k+k_0, n) =$$

$$\frac{k+k_0-1}{2} p(k+k_0-1, n) - \frac{k+k_0}{2} \times p(k+k_0, n) \quad (4)$$

当 $k+k_0 \geq m+1$ 时, 同理有:

$$(n+1)p(m, n+1) - np(m, n)$$

$$= 1 - \frac{m}{2} p(m, n) \quad (5)$$

$$p(k+k_0) = \frac{2m(m+1)}{(k+k_0+m)(k+k_0+m+1)(k+k_0+m+2)}$$

当 k 足够大时, $p(k+k_0)$ 服从幂律分布, 其指数 $r \approx 3$ 。

由连续域理论方法进一步可以得到, 网络中的所有节点的度分布均近似服从指数为 $r = 3 + \frac{\langle \delta \rangle}{m}$ ^[17] 其中, $\langle \delta \rangle$ 来表示变量 δ 的数学期望, 数学期望反映了随机变量取值的平均水平, 则:

$$\begin{aligned} \frac{\partial k_i}{\partial t} &= m \prod(k_i) = \frac{k_i + \delta_i}{2t + m^{-1} \sum_j \delta_j} \\ &= \frac{k_i + \delta_i}{2t + m^{-1} \langle \delta \rangle t} \end{aligned} \quad (6)$$

同理, 结合每个进入网络新节点的初始条件 $k_i(t_i) = m$, 可以得到 (6) 式的解为:

$$k_i(t) = -\delta_i + (m + \delta_i) \left(\frac{t}{t_i}\right)^{1/\beta} \quad (7)$$

其中, $\beta = 2 + \frac{\langle \delta \rangle}{m}$ 。节点 i 的度分布与时间 t 无关, 当网络节点度 k 稍大时, 节点初始吸引因子的影响就会很小。

因此, 当 k 稍大时, 有

$$\frac{\partial \ln(p(k))}{\partial (\ln(k))} \approx -(\beta + 1) \quad (8)$$

即网络所有节点的度分布均近似服从指数为

$$r = \beta + 1 = 3 + \frac{\langle \delta \rangle}{m} \quad (9)$$

的幂律分布形式, 这表明由随机初始吸引因子模型所生成的网络是无标度网络, 它是对 BA 模型的改进和扩展的一种模型。

互联网是广大用户进行交流的平台, 它为信息的传播提供了媒介场所, 特别是一些新型媒体的发展更是对信息的迅速广泛传播产生了深远影响。从复杂网络度分布的理论角度分析, 节点数量的增加能够推动网络信息的传播, 点击率和受众数量在某一时刻会达到稳定状态, 但是当类似事件再次发生时, 由于相似性, 人们会习惯性的回过头来关注此前 (点击率和受众数量已达到稳定状态) 的事件, 也就是说新事件的发生往往会引起某些旧事件的再次被关注。例如, 某个明星因为酒驾入狱了, 事件在发生的第一时间会备受社会各界关注, 随后趋于平稳, 直至无人提及。然而, 当类似的事情再次发生, 如又有一位知名人士发生类似事件, 那么似乎之前被人们淡忘的明星酒驾入狱事件便会再次成为焦点。例如, 某个明星因为酒后驾车入狱了, 这件事情会流行一段事件, 随后趋于平稳, 直至无人关注。但是, 当类似的事情再次发生时, 又有一位知名人士做了类似的事件, 那么之前被人们淡忘的明星酒驾入狱事情会再次成为焦点。由于事情的产生和关注度具有随机特性, 因此我们引入了随机吸引因子这一参数。社会网络在互联网中的传播也是类似的, 传播过程中每次传播的节点的选择是随机的, 且被传播的节点的选择也是随机的。因此, 网络中节点的变化是有一定规律可循的, 实证结果表明互联网是服从幂律分布的, 进一步说明改进的 BA 模型在社会网络舆情分析中具有一定的应用价值。通过本文的研究方法可以使人们更好地了解这种网络类型的结构来改善网络结构, 更好地满足人们的实

际需要。

3 数值模拟结果分析

图 1 和图 2 分别描述了 BA 无标度网络演化模型的度分布情况。网络图是通过计算机编程实现的随机网络, 从图中可以看到 BA 无标度网络演化模型的度分布服从幂律分布。

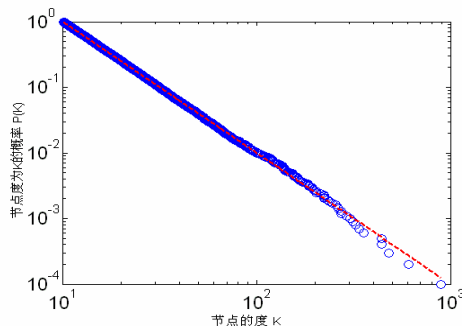


图 1 BA 模型度分布图

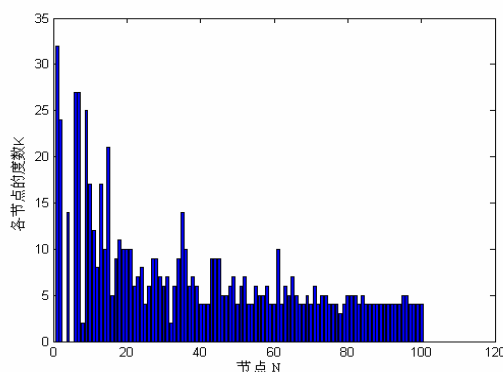


图 2 随机网络节点度大小分布图

图 3 和图 4 是对改进的 BA 模型进行的数值模拟。其中, 蓝星表示网络模拟的结果, 红圈表示网络度分布的理论分析结果, 网络演化模型在随机变量取不同值 (分别取了两个不同的区间: $\delta \in [-6,0]$ 、 $\delta \in [0,6]$) 时网络节点度分布的演化情况, 由图 3 和图 4 可知, 在

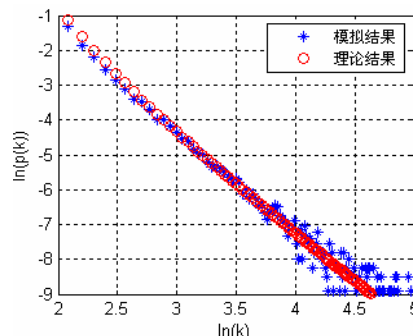
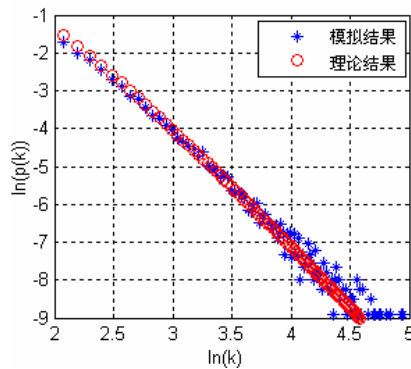


图 3 $\delta \in [-6,0]$

图 4 $\delta \in [0,6]$

有初始吸引因子的影响下网络节点的度分布服从幂律分布，并且分布形式是由连续递减的函数表示的，提出的随机初始吸引因子网络演化模型具有无标度特性，实验结果验证了改进的模型的正确性。

3 结语

本文首先讨论了 BA 网络演化模型和 DMS 网络演化模型，并在此基础上改进了算法，提出了新的网络演化模型，即考虑随机初始优势的随机吸引因子网络演化模型，并利用主方程和连续域理论方法得到了网络模型度分布的演化情况，验证了提出模型是服从幂律分布的无标度网络演化模型。

由此可知，改进的网络演化模型是 BA 网络演化模型的一种扩展，BA 网络演化模型是改进的网络演化模型的特例。基于多节点的随机网络图，利用改进的模型能够模拟现实中许多复杂网络的演化及其特征。围绕舆情演化问题，本文分析了信息的传播过程和网络演化机制，对舆情的传播机理进行了阐述，并讨论了其应用价值。

参考文献

- 1 Albert R, Barabasi AL. Statistical mechanics of complex networks. Review of Modern Physics, 2002, 74(1): 47-97.
- 2 Newman MEJ. The structure and function of complex networks. SIAM Rev, 2003, 45(2): 167-256.
- 3 Barabasi AL, Albert R. Emergence of scaling in random

networks. Science, 1999, 286(5439): 509-512.

- 4 李增扬, 韩秀萍, 陆君安, 何克清. 内部演化的 BA 无标度网络模型. 复杂系统与复杂性科学, 2005, (2): 1-6.
- 5 章忠志, 荣莉莉. BA 网络的一个等价演化模型. 系统工程, 2005, 23(2): 1-5.
- 6 陈力军, 刘明, 陈道蓄, 谢立. 基于随机行走的无线传感器网络簇间拓扑演化. 计算机学报, 2009, 32(1): 70-76.
- 7 Strogatz SH. Exploring complex networks. Nature, 2001, 4(10): 268-276.
- 8 Krapivsky PL, Redner S, Leyvraz F. Connectivity of growing random networks. Phys. Rev. Lett., 2000, 85: 4629-4632.
- 9 Dorogovtsev SN, Mendes JFF, Samukhin AN. Structure of growing networks with preferential linking. Phys. Rev. Lett., 2000, 85: 4633-4636.
- 10 陶少华, 杨春, 李慧娜, 张勇. 基于节点吸引力的复杂网络演化模型研究. 计算机工程, 2009, 35(1): 111-113.
- 11 杨波, 陈忠, 段文奇. 基于个体选择的小世界网络结构演化. 系统工程, 2004, 22(12): 1-5.
- 12 Gomez-Gardenes J, Echenique P, Moreno Y. Immunization of real complex communication networks. The European Physical Journal B, 2006, 49: 259-264.
- 13 汪小帆, 李翔, 陈关荣. 复杂网络理论及其应用. 北京: 清华大学出版社, 2006.
- 14 Kleinberg A, Grenfell BT. Mean-field type equations for spread of epidemics: The 'small-world' model. Physica Am 1999, 274: 355-360.
- 15 Barabasi AL, Albert R, Jeong H. Mean-field theory for scale-free random networks: The topology of the World Wide Web. Physica A, 2000, 281: 69-77.
- 16 张嘉龄. 基于复杂网络的信息传播[硕士学位论文]. 厦门: 厦门大学, 2008. 23-24.
- 17 Sun TL, Deng JW, Deng KY, Tian SL. The complex networks with random initializing and preferential linking. International Journal of Modern Physics B, 2010, 24(24): 4753-4759.