

一种求解组卷问题的量子粒子群算法^①

李欣然¹, 靳雁霞²

¹(中北大学 电子与计算机科学技术学院, 太原 030051)

²(中北大学 仪器科学与动态测试教育部重点实验室, 太原 030051)

摘要: 为提高智能组卷的效率, 提出一种求解组卷问题的带自适应变异的量子粒子群优化 (AMQP SO) 算法。首先在算法中嵌入有效判断早熟停滞的方法, 一旦检索到早熟迹象, 根据构造的变异概率对粒子进行变异使粒子跳出局部最优; 其次基于项目反应理论, 构建分步组卷问题的数学模型, 减少组卷冗余度和提高组卷效率。仿真实验表明, 与遗传算法相比, 所提出的算法在组卷成功率和组卷质量方面均具有更好的性能。

关键词: 基于量子行为的粒子群优化算法 (QP SO); 早熟; 变异; 项目反应理论 (IRT); 智能组卷

Quantum-Behaved Particle Swarm Algorithm on Autogenerating Test Paper

LI Xin-Ran¹, JIN Yan-Xia²

¹(College of Computer Science and Technology, North University of China, Taiyuan 030051, China)

²(Ministry of Education Key Laboratory of Instrumentation Science and Dynamic Measurement, North University of China, Taiyuan 030051, China)

Abstract: This paper puts forward an adaptive mutation of the quantum particle swarm optimization (AMQP SO) algorithm in order to improve the efficiency of autogenerating test paper. Firstly, a method of effective premature and stagnation judgement is embedded in the algorithm. Once premature signs are retrieved, the algorithm mutates particles to jump out of the local optimum particle according to the structure mutation. Secondly, the algorithm constructs a mathematical model of autogenerating test paper in steps based on Item Response Theory to reduce redundancy and improve the efficiency of autogenerating. Simulation results showed that compared with the genetic algorithm, the proposed algorithm is of better performance in both success rate and quality of autogenerating test paper.

Key words: quantum-behaved particle swarm optimization; premature; mutation; item response theory; autogenerating test paper

智能组卷技术是将人工智能技术与教育专家的组卷知识和经验相结合, 由计算机来完成试卷内容的设计, 并使生成的试卷达至专家级水平的一项顺应网络教学发展的新技术。智能组卷问题实质上是一个多重约束目标的优化问题, 其解决的关键体现在高效、科学、强壮的算法上。目前应用于智能组卷的算法主要有遗传算法(GA)及其改进算法^[1-5]、基于项目反映理论的组卷算法^[6]、基于粒度合成计算的组卷算法^[7]、自适应算法^[8]及微粒群算法等。但现有的算法大多以所生成试卷与用户需求的最小误差为目标。受这种局限性的制约, 现有算法生成的试卷与用户需求可能存在误

差, 组卷质量不高。

本文提出了一种带自适应变异的量子粒子群算法 (AMQP SO), 在算法中嵌入有效判断早熟停滞的方法, 一旦检索到早熟迹象, 根据构造的变异概率对粒子进行变异使粒子跳出局部最优, 从而减少无效迭代, 大大提高算法的收敛速度和计算精度; 并尝试将改进的QP SO 算法应用于计算机自动组卷系统中。同时依据文献[9], 基于项目反应理论构建分步组卷数学模型, 减少组卷冗余度和提高组卷效率。实验结果表明, 与基本遗传算法相比, 该方法能更有效地解决计算机自动组卷问题。

① 基金项目:中北大学教改基金(2010-6)

收稿时间:2011-11-10;收到修改稿时间:2011-12-10

1 PSO与QPSO

1.1 基本的粒子群算法

在 PSO 中, 每个优化问题的解都是搜索空间中一个“粒子”的状态。每个粒子都有一个由被优化函数决定的适应值(fitness value), 同时还有一个速度决定它们的飞行的方向和距离。粒子根据自身及同伴的飞行经验进行动态调整, 也可以说是通过跟踪两个位置来更新自身。一个是粒子本身所找到的最优解 p_{best} , 即个体最好位置; 另一个是整个种群当前找到的最优解 g_{best} , 即全局最好位置。PSO 算法运行过程中, 随机产生一个初始种群并赋予每个粒子一个随机速度, 并根据公式(1)和(2)来更新粒子的速度和位置^[10]

$$v_{id}(t+1)=w*v_{id}(t)+c_1\phi_1*(p_{id}(t)-x_{id}(t))+c_2\phi_2*(p_{gd}(t)-x_{id}(t)) \quad (1)$$

$$x_{id}(t+1)=x_{id}(t)+v_{id}(t+1) \quad (2)$$

其中, v_{id} 是粒子的速度, w 是惯性因子, c_1 、 c_2 为学习因子, ϕ_1 、 ϕ_2 是介于(0, 1)之间的随机数, x_{id} 是粒子当前位置, p_{id} 代表粒子当前最好位置, p_{gd} 代表种群当前最好位置, 也就是全局最优。

1.2 基于量子行为的 PSO 算法

为了使粒子能够更好地满足全局收敛, 2004 年 Jun Sun 等人运用量子理论, 并将量子进化算法引入到微粒群算法中, 提出了量子粒子群算法(QPSO)^[11]。由于在量子空间中的粒子满足聚集态的性质完全不同, 粒子移动时没有确定的轨迹, 这使粒子可以在整个可行解空间中进行探索寻找全局最优解, 因而 QPSO 算法的全局搜索能力远远优于经典的 PSO 算法。在 QPSO 算法中, 设种群规模为 M , 在进化过程中粒子以一定概率取加或减, 更新每个粒子的位置, 并生成新的粒子群体, 由公式(3)至(6)决定:

$$P = \alpha * P_{best}(i) + (1 - \alpha) * G_{best} \quad (3)$$

$$mbest = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_{best}(i) \quad (4)$$

$$b = 1.0 - \text{generation} / \text{maxgeneration} * 0.5 \quad (5)$$

$$\text{position} = P \pm b * |mbest - \text{position}| * \ln(1/\mu) \quad (6)$$

其中, $mbest$ 是粒子群 P_{best} 的中间位置, 即平均值; b 为收缩扩张系数, 在 QPSO 收敛过程中线性减小; α 、 μ 为 0 至 1 之间的随机数, 如果产生的 μ 大于 0.5,

式(6)取加, 否则取减; generation 为当前进化代数, maxgeneration 为设定的最大进化代数。

2 改进的具有量子行为的粒子群算法

2.1 判断并克服早熟停滞的方法

像许多其他的进化算法一样, QPSO 面对的主要问题是随着优化问题规模的增加, 粒子易于落入到局部最优解中而导致搜索能力的下降。为解决上述问题首先应该判断算法何时进入早熟停滞状态, 其次赋予其克服早熟的能力, 使其跳出局部最优解。本文利用全局最大适应值与个体平均最大适应值的比值来判断是否早熟停滞, 根据构造的变异概率对粒子进行变异使粒子克服早熟。

设第 t 代粒子群发现的全局最大适应值 G_{best} , 个体平均最大适应值 $mbest$ 即式(4)。如果 $G_{best}(t+1)$ 优于 $G_{best}(t)$ 或 $mbest(t+1)$ 优于 $mbest(t)$, 则说明粒子群正在向好的方向进化。在算法运行初期, 由于粒子之间的差异较大, 全局最大适应值与个体平均最大适应值之比 γ 即式(7)一般比较大; 当算法接近收敛时, γ 趋向于 1。因而如果 γ 长时间接近 1 但仍不满足终止准则, 则认为粒子群处于暂时停滞状态。根据构造的变异概率对粒子进行变异使粒子分散开来。根据式(8)^[12]对每个个体极值进行一个扰动。

$$\gamma = G_{best} / m_{best} \quad (7)$$

$$P_{best}(i) = P_{best}(i) * (1 + 0.5\eta) \quad (8)$$

这里, $P_{best}(i)$ 是第 i 个粒子目前为止的最好位置, η 是服从 (0, 1) 正态分布的 n 维随机向量。通过这种判断停滞和增加随机扰动的方法, 可有效地减少无效迭代, 从而大大提高算法的收敛速度和提高优化结果的精度。

2.2 改进的具有量子行为的粒子群算法思想流程

步骤 1. 初始化粒子群; 确定粒子维数 D , P_{best} 和 G_{best} 。

步骤 2. 根据目标函数计算每一个粒子的适应度; 判断算法收敛准则是否满足, 如果满足, 转步骤 7; 否则, 执行步骤 3。

步骤 3. 对于粒子群中的所有粒子, 根据其适应度, 更新个体最优位置 $P_{best}(i)$ 和群体最优位置 G_{best} ; 根据公式(3)~(6)以一定概率取加或减, 更新每个粒子的位置, 生成新的粒子群体。

步骤 4. 根据式(4)和式(7)计算 γ 的值。

步骤 5. 如果 γ 长时间接近 1 但仍不满足终止准则, 按式(8)执行变异操作; 否则, 转向步骤 6。

步骤 6. 若达到终止条件(足够小的适应值或预设的最大迭代次数)则转向步骤 7; 否则返回步骤 2。

步骤 7. 输出全局最优位置 G_{best} 及其适应值。

3 改进的具有量子行为的粒子群算法求解组卷问题算法设计

3.1 基于项目反应理论的分步组卷数学模型

项目反应理论提出了一个能够用来描述试题或测试、挑选试题以及比较测试的相对效果的方法, 该方法需要使用项目信息函数作为建立、分析与诊断测试的主要参考依据^[13]。

文献[14]中提出的最大信息量组卷模型基于项目反应理论, 把组卷的要求(包括计量学和非计量学的要求)转化成了线性规划中的 0—1 整数规划问题; 但在实际的应用中耗时量大, 而且有时无法找到最优解。针对线性规划的最大信息量组卷模型方法的缺点, 文献[15]提出了离差加权模型方法, 在实际的应用中, 通过牺牲次要的约束条件来满足重要的约束条件以求得最优解, 这种方法被认为是一种可行的方法。文献[9]将离差加权值最小和测验项目信息函数值最高这两个目标规划相结合, 来构建组卷问题目标函数。即:

$$\min \left[\frac{1}{\sum_i I_i(\theta) x_{i+1}} \cdot \sum_{j=1}^J w_j d_{L_j} + \sum_{j=1}^J w_j d_{U_j} \right] \quad (9)$$

将目标函数分解为两步, 可以将多目标问题转化为单目标问题。第一步, 先选出总分等于 M , 题型、知识点等非计量学指标的分数分布都尽可能的符合组卷要求的试卷, 即选出离差加权值最小或较小的试卷; 第二步, 在题库中挑选题型、知识点等非计量学指标相同但信息贡献量大的试题替换已选出的试题, 即选择出测验项目信息数值最高的试卷。分步模型如下所示。

$$\min \left(\sum_{j=1}^J w_j d_{L_j} + \sum_{j=1}^J w_j d_{U_j} \right) \quad (10)$$

- (a) $\sum_j S_j x_j = M$
- (b) $\sum_i b_{ij} x_i + d_{L_j} - e_{L_j} = L_j$
- (c) $\sum_i b_{ij} x_i - d_{U_j} + e_{U_j} = U_j$
- (d) $d_{L_j}, e_{L_j}, d_{U_j}, e_{U_j} \geq 0$

其中 $x_i=0$ 表示第 i 题未入选测验, $x_i=1$ 表示第 i 题入选测验。 w_j 是组卷者对第 j 个约束条件所赋的权重, (b)、(c)式分别代表了 J 个约束条件。其中, L_j 、 U_j 分别是第 j 个约束条件的下限和上限, d_{L_j} , e_{L_j} , d_{U_j} , e_{U_j} 与上相同, 分别表示所得结果与下限和上限的正离差, $b_{ij}=0$ 表示第 i 题不具备第 j 个约束条件, $b_{ij}=1$ 表示第 i 题具备第 j 个约束条件。

$$\max \sum_i I_i(\theta) x_i \quad (11)$$

$$\begin{cases} \sum_{i \in G_m} x_i = 1 & (m=1, 2, \dots, n) \\ x_i \in \{0,1\} \end{cases}$$

其中 $I_i(\theta)$ 是第 i 题在 θ 点上的信息函数值。约束条件 (11) 共有 n 个约束条件, 其中 G_m 是试题的集合, 在求解出模型(1)选出 n 个题目后, 根据这 n 个题目的题型、知识点等, 可以将题库分成 n 个题型、知识点等与已选出的试题相同的试题集合 G_m ($m=1, 2, \dots, n$)。故 (11) 式要求在与原来选出的试题的题型、知识点等都相同的试题中另选出一题。这样模型(2)就是在模型(1)已选出的试题的基础上选出题型、知识点分布等相同但在某一点的测验信息函数值尽可能大的一批试题。

另外, 通过增加一个约束来控制曝光率, 即使每道试题在连续的 n 份试卷中不能重复出现。设试卷 X 中任意试题 x 上一次在试卷 $B_1(x)$ 中出现, 本次组卷中试卷的流水编号为 $B(x)$ 。则对曝光率的要求可以表示为:

$$B_2(x) - B_1(x) > n \quad x \in X \quad (12)$$

3.2 求解组卷问题算法设计

在组卷问题中, 粒子是一个试题集 $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ 。每个粒子用一个向量表示, 向量的长度是试卷中试题总数, 向量取值就是试题对应的编码。因为向量的取值是自然数, 所以我们需要对 AMQPSO 算法位置公式进行限制。我们对公式(6)进行取整得公式(13)。

$$\text{position} = (\text{int}) (P \pm b * |\text{mbest-position}| * \ln(1/\mu)) \quad (13)$$

因为 x 更新后可能会超出取值范围(题号最大值)所以采用求余的方法限制 x 的值。

$$\text{if}(x > \text{题号最大值(TMAX)})$$

$$\text{position} = \text{position} \bmod \text{TMAX} \bmod \text{为求余运算} \quad (14)$$

组卷算法如下:

步骤 1. 初始化粒子群、粒子个体最优值 P_{best} 、

群体最优值 Gbest。对每个粒子，分别从题库中随机地抽出各题型所需试题数，组成 1 套含有 n 道试题的试卷，共生成 M 个粒子组成粒子群。

步骤 2. 根据目标函数式(10)和式(11)计算每一个粒子的适应度；判断算法收敛准则是否满足，如果满足，转步骤 7；否则，执行步骤 3。

步骤 3. 对于粒子群中的所有粒子，根据其适应度，更新个体最优位置 Pbest(i) 和群体最优位置 Gbest；根据公式(3)~(5)和(13)以一定概率取加或减，更新每个粒子的位置，生成新的粒子群体。如果位置超出取值范围(题号最大值)采用公式(14)更正。

步骤 4. 根据式(4)和式(7)计算 γ 的值。

步骤 5. 如果 γ 长时间接近 1 但仍不满足终止准则，按式(8)执行变异操作；否则，转向步骤 6。

步骤 6. 若达到终止条件(足够小的适应值或预设的最大迭代次数)则转向步骤 7；否则返回步骤 2。

步骤 7. 输出全局最优位置 Gbest 及其适应值。

4 仿真实验

为验证所提出的组卷算法性能，本文采用的模拟题库是基于三参数模型($a_i \sim N(0, 1); b_i \sim N(0, 1); c_i = 0.2$)的《C 语言程序设计》题库，题库的试题总数为 1000，题型有选择题、填空题、编程题、改错题、判断题，每种题型各 200 道。为了使试题的各种属性(如难度、教学要求、知识单元等)分布合理，试题的该些属性值均用随机函数产生，并给出目标试卷的要求。根据常用考试时间，将试卷的预期完成时间按 60, 90, 120 分钟三个时间段进行组卷实验。

实验结果完全满足试题总数、题型分布等约束条件。利用本文提出算法与基本遗传算法做比较，基本遗传算法的参数:交叉概率为 0.7，变异概率为 0.003，种群大小为 10。基于 AMQPSO 的组卷算法仅有一个参数 b，它在区间[1.2, 0.4]内均随迭代次数的增加而线性减少。种群规模 50(试卷题量)、最大迭代次数 100。

根据三种不同组卷时间需求，分别将基于 AMQPSO 的组卷算法和基本遗传组卷算法(SGA)各运行 20 次，算法的运行结果分别如表 1、表 2、表 3 所示。

表 1, 表 2 和表 3 中, “组卷成功率”为算法运行 20 次找到可行解的概率, “最好值”、“最差值”和“平均值”分别为算法运行 20 次所找到可行解的最好值、

最差值和平均值。从表 1, 表 2 和表 3 可以看出, 基本遗传算法在上述三种组卷实验中找到可行解的概率分别为 86%、100%、90%, 而基于 AMQPSO 智能组卷算法找到可行解的概率均为 100%, 且基于 AMQPSO 智能组卷算法在最好值和平均值两项指标也均优于遗传算法。

表 1 60 分钟试卷的算法运行结果

算法	组卷成功率	最好值	最差值	平均值
SGA	86%	0.82	0.73	0.78
AMQPSO	100%	0.84	0.72	0.82

表 2 90 分钟试卷的算法运行结果

算法	组卷成功率	最好值	最差值	平均值
SGA	100%	0.86	0.78	0.82
AMQPSO	100%	0.88	0.81	0.87

表 3 120 分钟试卷的算法运行结果

算法	组卷成功率	最好值	最差值	平均值
SGA	90%	0.84	0.78	0.79
AMQPSO	100%	0.86	0.82	0.80

本研究的实验表明创造力系数 b 是影响 AMQPSO 智能组卷算法性能的重要参数。在算法中, 参数的取值对组卷成功率和组卷质量的影响分别如图 1、图 2 所示。

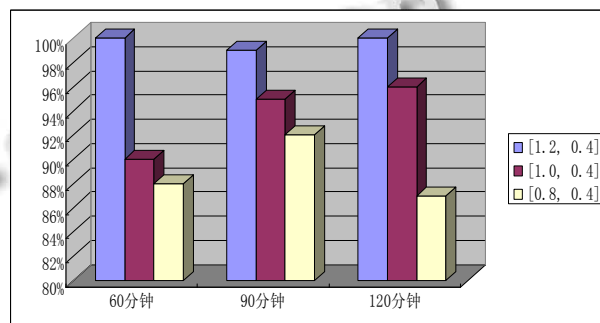


图 1 参数对组卷成功率的影响

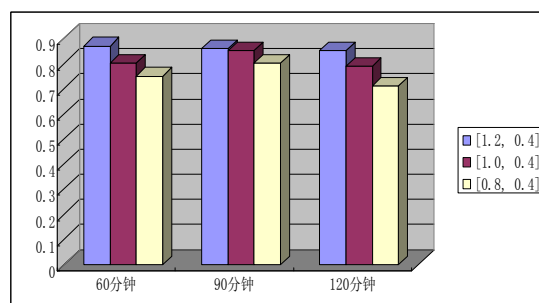


图 2 参数对组卷质量的影响

从图1和图2可以看出,按三种不同组卷时间要求进行组卷,参数 b 对组卷成功率和组卷质量的影响是比较一致的。 b 的变化范围较大从1.2递减到0.4时,效果最佳。原因是前期较大的 b 有利于算法跳出局部最小值,提高算法的搜索能力,后期较小的 b 有利于算法快速收敛。所以, b 在[1.2, 0.4]范围变化内变化比在[1.0, 0.4]及[0.8, 0.4]范围内变化有较好的组卷质量和较高的组卷成功率。

5 结论

本文基于项目反应理论构建了组卷问题的数学模型,基于AMQPSO设计一种求解组卷问题算法。实验证明,本文提出算法较基本遗传组卷算法能显著地提高组卷效率,较好地完成组卷要求。本文基于QPSO改进的自动组卷算法,算法性能还有待于在实际的系统中进行测试,还需要在实践中不断完善和改进。

参考文献

- 1 杨军.一种改进的遗传算法在自动组卷中的应用.计算机应用与软件,2009,26(12):225-227.
- 2 李会民,张仁津,马桂英.基于遗传算法的交规考试自动组卷方法研究.计算机工程与设计,2009,30(18):1026-1030.
- 3 毛秉毅.基于遗传算法的智能组卷系统数据库结构的研究.计算机工程与应用,2008,39(6):230-232.
- 4 刘贝贝,肖明,马晓敏.基于推理的组卷数学建模及其应用.计算机工程,2010,36(4):195-197.
- 5 孟朝霞.基于自适应免疫遗传算法的智能组卷.计算机工程. 2008,34(14):203-205.
- 6 董敏,霍剑青,王晓蒲.基于IRT智能组卷的模型管理系统.中国科学技术大学学报,2004,34(5):612-617.
- 7 刘仁金.基于粒度合成计算的智能组卷策略研究.广西师范大学学报(自然科学版),2005,23(4):33-36.
- 8 姜伟.基于自组织映射网络的智能组卷系统.辽宁师范大学学报(自然科学版),2005,28(3):283-284.
- 9 张建国.智能教学系统中的自动组卷算法研究.郑州:河南大学,2009.
- 10 Kennedy J, Eberhart RC. Particle swarm optimization. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1995,(11): 1942-1948.
- 11 Sun J, Feng B, Xu WB. Particle swarm optimization with particles having quantum behavior. Proc. of 2004 Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ: IEEE Press. 2004. 325-331.
- 12 刘俊芳,高岳林.带自适应变异的量子粒子群优化算法.计算机工程与应用,2011,47(3):41-43.
- 13 漆书青,戴海崎,丁树良.现代教育与心理测量学原理.北京:高等教育出版社,2002.
- 14 Van der Linden WJ, Boekkooi-Timminga E. A maxmin model for test design with practical constraints. Psychometrika, 1989,54(2):237-247.
- 15 Swanson L, Stocking ML. A model and heuristic for solving vety large items selection problems. Applied Psychological Measurement, 1993,17(2):151-166.
- 9 Schapire RE. The strength of weak learnability. Machine Learning, 1990,5(2):197-227.
- 10 Ho TK. The random subspace method for constructing decision forests. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1998,20(8):832-844.
- 11 沈凤仙,朱巧明.基于特征倾向的网页特征提取方法研究. 计算机工程与设计,2009,30(16):3894-3896.
- 12 Online movie reviews data. <http://www.cs.cornell.edu/people/pabo/movie-review-data/2010-12-28>.
- 13 Leopold E, Kindermann J. Text categorization with Support Vector Machines: How to Represent Texts in Input Space. Machine Learning, 2002,46(1-3):423-444.

(上接第181页)