粒子群算法分析及其求解露天矿道路路径优化问题①

孙臣良，刘　静

(辽宁工程技术大学 资源与环境工程学院，阜新 123000)

摘　要：粒子群算法作为一种优化工具具有简单、易实现的优点，它所具有的群体智能和收敛速度快优点更使其适合于大规模复杂的网络优化问题。分析几种粒子群算法的改进策略，得到它们相对于标准算法的优势，抓住粒子群算法收敛快特点，通过对算法参数和算法结构进行调整，有效的弥补了算法易于陷入局部最优缺陷，进而提高了其全局搜索能力。通过适当选择问题的解空间与粒子群算法中粒子们的对应关系，将粒子群算法成功的应用于露天矿道路网络的路径优化问题中。

关键词：粒子群算法；局部最优；路径优化

Surface Mine Transportation System Optimization on PSO

SUN Cheng-Liang, LIU Jing

(College of Resource and Environmental Engineering, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China)

Abstract: As an optimization tool, PSO has the advantages of being simple and easy to achieve. The advantages of swarm intelligence and fast convergence make it suitable for large-scale complex network optimization problems. This paper analyses several strategies to improve particle swarm optimization, identify the advantages relative to the standard algorithm, and seizes the fast convergence characteristics of PSO. Through adjusting the algorithm parameters and the algorithm structure, it compensates the defect of the algorithm's easy to fall into local optimum defect effectively, thereby increase its global search capability. Through proper selection of the correspondence of solution spaces and particles of PSO, it applies PSO to Open pit road network routing problem successfully.

Key words: PSO; local optimum; path optimization

粒子群优化（Particle Swarm Optimization,PSO）算法是由 Kennedy 和 Eberhart 于 1995 年提出的一种优化算法。与蚁群算法相似，粒子群优化算法也是一种基于群体智能的优化算法。它起源于对简单社会系统的模拟，并被证明为一种很好的优化工具。其优势主要体现在对大规模复杂网络进行寻优方面。人们从对鸟群捕食行为的研究中得到启发从而形成了粒子群算法的最初模型[1]。在 PSO 中，每个优化问题的解都是搜索空间中的一只鸟，抽象为一个粒子。每个粒子都有两个参数，一个是粒子的飞行速度，另一个是粒子的位置。所有的粒子都有一个由被优化的函数决定的适应度值。PSO 初始化为一群随机粒子(随机解)，然后,粒子们就通过追随当前的最优粒子在解空间中搜索最优解。在每一次迭代/飞跃中,粒子通过跟踪两个“极值”来更新自己。第一个就是粒子自己找到的最优解,称个体极值(Personal Best)；另一个极值是整个粒子群目前找到的最优解,称全局极值(Global Best)。

粒子群算法的数学模型如下：

假设用 $X_i^k=(x_{i1}^k,x_{i2}^k,x_{i3}^k,...,x_{id}^k)$ 表示第 i 个粒子，其中 d 是粒子的维数，x_{id}^k 表示第 i 个粒子在第 k 次迭代时的第 d 维位置分量，$pb=(p_{i1},p_{i2},p_{i3},...p_{id})$ 表示粒子 i 所经历过的最好位置，即它有最好的适应度值， $gb=(p_{g1},p_{g2},p_{g3},...p_{gd})$ 表示当前群体搜索过的最佳位置。粒子 i 第 k 次迭代的速度

① 收稿时间:2011-03-24;收到修改稿时间:2011-04-22

为 $V_i^k=(v_{i1}^k,v_{i2}^k,v_{i3}^k,...,v_{id}^k)$。每一代粒子通过追寻这两个最优值来更新自己的速度和位置，迭代公式为：

$$v_{id}^{k+1}=\omega\times v_{id}^k+c_1\times random\ ()\times(p_{id}-x_{id}^k)$$
$$+c_2\times random\ ()\times(p_{gd}-x_{id}^k) \quad (1)$$

$$x_{id}^{k+1}=x_{id}^k+v_{id}^{k+1} \quad (2)$$

式(1)中，ω 表示惯性权重，$random()$ 是(0,1)之间的随机数，c_1,c_2 表示学习因子(或称为加速度系数)。另外，粒子的每一维速度都受事先确定的最大速度 $V_{\max}$ 限定，超过 $V_{\max}$ 的每一维的速度被限定为 $V_{\max}$。

分析标准 PSO 数学模型(1)和(2)式不难发现，粒子在搜索时，总是追逐当前群体最优点和自己迄今为止所寻找到的最优点，这导致粒子速度很快降到接近于 0，使算法陷入局部最优的困境，而且很难跳出这种困境，算法的这种特性限制了粒子群的全局搜索能力，不利于最优路径的选择。针对这种弊端，要想扩大搜索范围，就要增加群体的粒子数，或者减弱粒子对整个粒子群当前搜索到的全局最优点的追逐。增加粒子数将导致算法计算时间复杂度增高，而减弱粒子对全局最优点的追逐又易使算法不易收敛。以下几种 PSO 的改进策略主要围绕如何避免算法陷入局部最优或提高算法的收敛速度方面进行改进。

1 全局模型与局部模型

标准 PSO 算法中，粒子主要跟踪两个极值：自身极值 pb（即粒子自己找到的最优解）和全局极值 gb（即整个粒子群目前找到的最优解），称为全局模型。此外，还存在一种对标准模型的改进型，改进型中将粒子跟踪的全局极值更改为与该粒子相邻的粒子的局部极值。因此粒子在进行速度和位置更新时跟踪粒子的自身极值和它邻居的历史最优值，而不再追踪群体最优值[2]。其迭代过程如下：

$$v_{id}=\omega\times v_{id}+c_1\times random\ ()\times(p_{id}-x_{id})$$
$$+c_2\times random\ ()\times(p_{ld}-x_{id}) \quad (3)$$

$$x_{id}=x_{id}+v_{id} \quad (4)$$

其中，p_{ld} 为局部极值，局部极值的引入使两种模型在收敛速度和全局搜索能力方面产生了差异。全局模型比局部模型有更快的收敛速度，但是更易陷入局部最优，这样整个种群容易最终收敛到群体的某个较好的解，而不是全局最优解。局部模型则受到相邻粒子最优值的影响，迭代过程中局部极值可能比种群最好值要差，但是较差个体仍然有可能最终进化得到较好个体，因此，局部模型增强了算法的全局寻优能力。

2 粒子群的协同优化及扰动策略

粒子群协同优化(Particle Swarm Cooperate Optimization,PSCO)算法基本思想是将整个粒子群分为 N 个粒子群，N 个子群相互配合进行协同寻优 ，其中前 N-1 个子群各自独立的根据标准粒子群优化算法迭代寻优，而第 N 个粒子群则是根据全部子群迄今搜索到的最优点来修正本群中粒子的速度和位置。这种方法保证了前 N-1 个子群在全局范围内的搜索，同时又利用第 N 个粒子群通过追逐全体子群的最优点来保证算法的收敛性，从而即保证了优化搜索范围的全局性又保证了算法运行的效率，加快了收敛速度[3]。此改进算法对每个粒子群的粒子数和子群的粒子状态更新策略都是相互独立的，不要求它们保持一致。对于相同粒子数目的粒子群体，PSCO 和标准 PSO 的计算时间复杂度是相同的。

对于标准 PSO 陷入局部极小时的粒子速度接近 0，这导致粒子在某个较优位置震荡，很难再跳出这个局部最优解。因此，另一种对 PSO 的改进提出在 PSO 中加入粒子速度扰动策略：如果迄今搜索到的全局最优点连续 u 步迭代没有更新，则重置粒子的速度。表示为:

$$\text{If}\ \ t-t_u>u\ \ \text{then reset}\ \ v_i \quad (5)$$

其中，t_u 表示最近一次全局最优点更新的迭代步数。将扰动策略加入到 PSCO 算法中，使算法跳出局部最优，进一步改善了 PSCO 算法的性能。

3 杂交粒子群算法模型

受遗传算法的启发，1998 年 Angeline 将选择机制引入到基本 PSO 算法中，提出 PSO 的另一种改进型——杂交 PSO 模型(Hybrid Particle Swarm Optimization，HPSO)。算法基本思想是：利用适应度函数对每一代粒子进行筛选，通过比较适应度值大小将粒子分成两类，然后用适应度值较高的一半粒子的位置和速度代替适应度值较低的一半粒子的位置和速度，但适应度较低一半粒子的个体历史极值保持不变。改进后的 PSO 在保持了较快收敛速度，保证了算法的全局搜索

能力，此改进算法在对多数 Benchmark 函数进行优化时比标准 PSO 效果更好。

随后 Lovbjegg，Rasmuwsen 和 Krink 等人经研究将遗传算法的交叉编译引入到 HPSO 中，实现了粒子的杂交操作。该模型以事先指定的交叉概率从粒子群中选择父代粒子，父代粒子经随机组合后进行交叉产生子代粒子。式(6)(7)表示子代粒子的位置的产生方式：

$$child_1(X) = p * parent_1(X) + (1-P) * parent_2(X) \tag{6}$$

$$child_2(X) = p * parent_2(X) + (1-P) * parent_1(X) \tag{7}$$

其中，X 是 D 维的位置向量；$child_k(X)$ 表示子代粒子的位置，$parent_k(X)$ 表示父代粒子的位置，k =1,2；P 是 D 维随机数向量，P 的每个分量都在[0,1]之间取值。式(8)(9)表示子代粒子速度的产生方式：

$$child_1(V) = \frac{parent_1(V) + parent_2(V)}{|parent_1(V) + parent_2(V)|}|parent_1(V)| \tag{8}$$

$$child_2(V) = \frac{parent_1(V) + parent_2(V)}{|parent_1(V) + parent_2(V)|}|parent_2(V)| \tag{9}$$

$child_k(V)$ 表示子代粒子的速度，$parent_k(V)$ 表示父代粒子的速度，它们都是速度矢量。

经过杂交 PSO 在速度和位置更新后的交叉操作，以及用子代粒子替换双亲粒子，使得子代粒子在继承双亲优点的同时增强了粒子对周围区域的搜索能力，在多此实验中发现，子代粒子增强了粒子群跳出局部最优区域的能力，从而增强了粒子群的全局搜索能力。还有实验证明杂交 PSO 具有比传统 PSO 搜索速度快，且比传统遗传算法收敛精度高的优点。

4　收敛因子模型和随机初始化模型

粒子群优化算法的数学基础相对薄弱。Clerc 在奠定粒子群优化算法的数学基础这方面做出了贡献，他在算法中引入了约束因子，它在一定程度上可以保证了算法的收敛。引入收敛因子后的粒子群算法迭代公式如下：

$$v_{id} = k \cdot [\omega \cdot v_{id} + c_1 \cdot r_1 \cdot (p_{id} - x_{id}) + c_2 \cdot r_2 \cdot (p_{gd} - x_{id})] \tag{10}$$

$$k = \frac{2}{\left|2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4 \cdot \varphi}\right|} \quad 其中\ \varphi = c_1 + c_2, \varphi > 4 \tag{11}$$

$$x_{id} = x_{id} + v_{id} \tag{12}$$

通常将 φ 设为 4.1，则由式(9)计算得 0.729。

随机初始化模型以一定的概率初始化一定数目粒子的速度。虽然某些较好粒子也可能被初始化为较差粒子，但这不影响整个粒子群的搜索精度。这种方法扩大了粒子群的搜索范围，尤其对于一些陷入局部最优困境的粒子，给这些粒子重置速度以后，使它们从新获得活性。进而加大了对解空间的搜索。

5　粒子群优化算法在露天矿道路路径选择中的应用

粒子群算法最初被应用在连续空间的优化问题，而对于解决露天矿道路网络这种组合优化问题需要适当设计优化问题和粒子群算法变量的对应关系[4]。

算法的最终目的是为了实现在给定优化起点和终点的条件下寻找最短路径,因此把一条路径作为粒子群算法的一个解。则粒子群转化为一组路径,粒子群的粒子数目即为路径数。每条路径对应粒子群算法的一个解,粒子在迭代过程中通过跟踪粒子自身迄今所搜索到的最短路径和所有路径中的最短路径来更新自己。粒子的适应度值就是该粒子所代表路径的路径长度值。

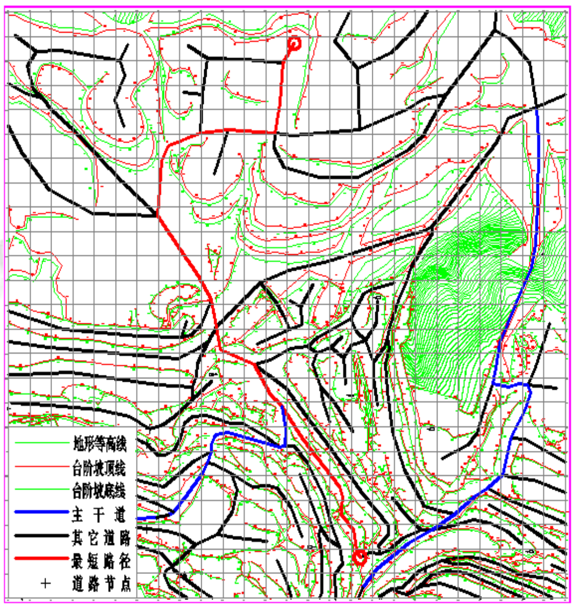

图 1　最优路径求解结果

对解决运输道路路径优化的改进粒子群群算法求解步骤如下：

1) 初始化权重系数 ω 和收敛因子 k；

2) 建立两个子群 a 和 b。初始化参数：粒子数 N

（a 群和 b 群粒子数相等），学习因子 c_1, c_2，迭代次数 G_1，杂交次数 G_2，初始化概率 p，杂交概率 q 和速度范围[$-V\max, V\max$]；

3) 按照 a，b 两个子群的粒子数目，初始化 $2N$ 条路径作为粒子的初始位置，初始化每个粒子的速度 $V_i \in [-V\max, V\max]$；

4) 对于 a 子群和 b 子群中每个粒子运行以下步骤；

① 计算每条路径的路径长度，并将其作为粒子的当前适应度值，把适应度值最小的粒子作为所属子群的最优粒子；

②粒子在各自的子群中更新粒子的速度和位置，把粒子的适应度值作为粒子更新过程中局部解和最优解的选择标准；

③选择 a 子群中的粒子 a_k 和 b 子群中的粒子 b_k 进行杂交，根据公式(6)，(7)，(8)和(9)产生子代的粒子；

④检查粒子的有效性，如果有超出搜索范围的粒子，将其初始化。

5)如果达到最大迭代次数 (即杂交了 次)，则停止迭代，输出最优结果，否则返回步骤(4) [5]。

图 1 为根据上面提出的粒子群算法求最优解流程，在内蒙某露天矿道路路径优化中的实现。红色线路为所圈定两个红色圆圈间的最短路径。

6 结论

在分析几个典型 PSO 模型基础上，设计出改进后的 PSO 算法，该算法流程通过杂交操作的引入扩大了粒子群的搜索范围，减缓了粒子速度的衰减速度，而从克服了基本粒子群算法容易陷入局部最优，且一旦陷入局部最优困境很难跳出困境的缺点[6]；设计算法流程在不增加粒子数目的同时保证了算法全局搜索能力和收敛速度，算法引入的随机初始化因素可以有效的控制边界粒子。通过实验证明，通过对粒子群算法的适当改进，应用于像露天矿运输道路网络这样的复杂网络寻优是科学合理的。

参考文献

1 李士勇.蚁群算法及其应用.哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2004.

2 张旭梅,邱晗.基于 k-中心点法的改进粒子群算法在旅行商问题中的应用.计算机集成制造系统,2004.

3 王小平,曹立明.遗传算法-理论应用于软件实现.西安:西安交通大学出版社,2002.

4 Lovbjerg M, Rasmussen TK, Krink T. Hybrid particle swarm optimiser with breeding and subpopulations. In: Spector L, ed. Proc. of Genetic and Evolutionary Computation Conference. San Fransisco: Morgan Kaufmann Publishers Inc, 2001.

5 梁震,陈新军.无向完全图的哈密顿贿赂.计算机科学,2000: 27–11.

6 Petter M, Wright J. A comparison of deterministic and probabilistic optimization algorithms for nonsmooth simulation-based optimization. Building and Environment, 2004.

(上接第 161 页)

度控制中的应用.材料与冶金学报,2005,4(4):321–325.

8 Burrat C, Hughey R, Karplus K. Scoring hidden Markov models. Computer Application mBioscience, 1997,13:191 –199.

9 万建伟,杨俊岭.基于 CHMM 的雷达海面回波建模与分析方法.电子与信息学报,2007,29(11):151–155.

10 翟琳琳,陈仪香.隐马尔科夫模型在智能学习系统中的应用.计算机工程与应用,2007,43(6).178–180.

11 邹健,诸静.模糊预测函数控制在水泥回转窑分解炉温控系统中的应用研究.硅酸盐学报,2001,29(4):318–321.

12 Rabiner LR. A tutorial on hidden Markov models an selected application in speech recognition. Proc. IEEE, February 1989,77(2):257–286

13 宋雪萍,马辉,毛国豪,闻邦椿.基 CHMM 的旋转机械故障诊断技术.机械工程学报,2006,42(5):126–130.

14 万建伟,杨俊岭.基于 CHMM 的雷达海面回波建模与分析方法.电子与信息学报,2007,29(11):2715–2719.

15 王士钊.氧化铝熟料窑烧成温度自动控制系统.工业仪表与自动化装置,19(5):24–29.