基于分块二维线性鉴别分析的人脸识别①

Face Recognition Based on Modular Two Dimensional Linear Discrimination Analysis

裴佳佳 古 辉 (浙江工业大学 信息工程学院 浙江 杭州 310014)

摘 要： 基于 2DLDA 方法，提出了一种基于图像分块的二维线性鉴别分析(M2DLDA)的人脸识别方法。该方法首先对原始人脸图像进行必要的预处理后进行分块，再对分块后的子图像分别采用 2DLDA 方法进行特征提取，最后用最小距离分类器进行识别。该方法的优点：分块后能有效的抽取人脸图像的局部特征有利于分类；降低了 2DLDA 方法提取的特征矩阵的维数；特征提取是基于图像矩阵的，抽取方便快速。在 ORL 人脸数据库上的实验结果表明：该方法在识别性能上优于 2DLDA 方法。

关键词： 特征提取 二维线性鉴别分析 分块二维线性鉴别分析 人脸识别

1 引言

人脸识别与其它生物特征识别相比具有非侵犯性、方便、友好等特点，因而有更广阔的应用前景。特征提取是人脸识别非常重要的一个环节，人脸识别的特征抽取与描述方式可分为基于几何特征和基于统计特征两大类。早期提出的基于几何特征的提取方法对光照、表情、姿态等变化非常敏感，所以稳定性不高，识别率较低。近年来提出的方法大多数是基于统计特征的。其中线性鉴别分析 LDA 是以样本的可分性为目标，寻找一组线性变换使每类的类内离散度最小，并且使类间的离散度达到最大，因此从理论上说，比较适合于模式识别问题。但是对人脸识别的应用来说，由于通常没有足够的训练样本来保证类内离散度矩阵 Sw 为满秩，无法直接求解，因此需要加入一定的条件或策略才行。Swets[1]等最先提出结合主元分析的线性判决方法，即先用主元分析降维然后再在此基础上作线性判决分析。 后来 Belhumeur 等[2]把它发展为 Fisher 脸(Fisherface)方法。近年来 Liu 等[3] Yu 等[4] Chen 等[5]都提出了一些策略和方法来解决人脸识别问题。另外，文献[6-8]中是结合 Foley－Sammon(F－S)变换[9]来求解 Fisher 准则，其思想是在满足 Fisher 准则求极值的条件下，先求一组满足正交条件的最佳判决矢量，然后再将高维的特征矢量投影到这些判决矢量上。

以上方法都在一定程度上解决了小样本问题，但是都存在一些缺陷：如利用主元分析降维、利用对角化 S_b 和 S_w 的方法都是以牺牲 S_w 的零空间为代价的，而零空间方法计算和存储的代价都非常大。后来 Ming Li 和 Baozong Yuan 提出了 2D-LDA[10]人脸识别方法。该方法是一种直接基于二维图像矩阵的方法，分别计算二维图像的类内和类间离散度矩阵，在一定最优准则下确定最优的投影坐标系。将原始图像向坐标系投影得到人脸图像的 2DLDA 特征，该方法很好的解决了 LDA 方法遇到的小样本问题，但是，2DLDA 方法抽取的特征数据的维数比较 高，需要更多的系数才能表征一幅图像。本文提出的方法是对 2DLDA 方法的改进和推广。

本文提出了分块二维线性鉴别分析方法(M2DLDA)。该方法的基本思想是先对经过预处理的人脸图像进行分块，然后用 2DLDA 方法对分块后的图像进行特征提取，最后用最小距离分类器进行分类。与 2DLDA 相比，该方法的特点是：分块后图像维数大幅度降低，从而也降低了 2DLDA 方法提取的特征矩阵的维数，并能有效地抽取图像的局部特征，更加有利

① 收稿时间:2009-01-06

于分类，而且特征提取是基于图像矩阵的，不需要把图像矩阵转换成向量，因而抽取方便快捷，同时也避免了小样本问题。

2 传统的LDA方法

LDA 的目的是从高维特征空间里提取出最具有判别能力的低维特征，这些特征能帮助将同一个类别的所有样本聚集在一起，不同类别的样本尽量分开，即选择使得样本类间离散度和类内离散度的比值最大的特征。

假设有 N 幅训练图像，模式识别数目有 C 个：$\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_c$，第 i 类有训练样本图像矩阵 n_i 个：$A_{i1},A_{i2},\cdots,A_{in_i}$，每个样本图像是 m×n 矩阵，将其向量化得到相应的图像向量，A_{ij} 对应的图像向量表示为 ξ_{ij}，即 $\xi_{ij}=Vec(A_{ij})$，$N=\sum_{i=1}^{C}n_i$ 为训练样本总数，则类间散布矩阵 S_b、类内散布矩阵 S_w 和总体散布矩阵 S_t 分别定义为：

$$S_b=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{C}n_i(\xi_i-\overline{\xi})(\xi_i-\overline{\xi})^T \tag{1}$$

$$S_w=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{C}\sum_{j=1}^{n_i}(\xi_{ij}-\xi_i)(\xi_{ij}-\xi_i)^T \tag{2}$$

$$S_t=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{C}\sum_{j=1}^{n_i}(\xi_{ij}-\overline{\xi})(\xi_{ij}-\overline{\xi})^T \tag{3}$$

其中，$\xi i=\frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i}\xi_{ij}$ 为第 i 类训练样本的均值，$\overline{\xi}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{C}\sum_{j=1}^{n_i}\xi_{ij}$ 为全体训练样本的均值。类间散布矩阵为类与类之间的离散度，类内散布矩阵为类内部各个样本的离散度。由式(1)、(2)、(3)知，S_b、S_w、S_t 均为非负定矩阵，而且满足 $S_t=S_b+S_w$。

经典的Fisher线性鉴别分析旨在通过最优化准则函数找到一个最优的投影矩阵 W_{opt}。

$$W_{opt}=\arg\max_{w}\frac{|W^TS_bW|}{|W_TS_wW|} \tag{4}$$

通过线性代数理论，(4)转化成

$$S_bW=\lambda S_wW \tag{5}$$

事实上，经典的 LDA 的最优投影轴，即 W_{opt} 的列向量 $u_1,u_2,\cdots,u_d$ 一般取为 $S_w^{-1}S_b$ 的 d 个最大的特征值对应的特征向量。即 $u_1,u_2,\cdots,u_d$ 满足以下条件：

$$S_bu_j=\lambda_jS_wu_j,\ j=1,2,\cdots d,$$
$$\text{其中}\ \lambda_1\ge\lambda_2\ge\cdots\ge\lambda_d \tag{6}$$

在将 LDA 方法应用于人脸识别时，由于人脸图像维数一般都比较高，而训练样本的数目又非常有限，从而使得类内散布矩阵几乎总是奇异的，不能直接求解。所以 Swets 和 Weng 提出了先用 PCA 给图像降维，然后再使用 LDA，即 Fisherfaces 方法。该方法解决了 LDA 遇到的小样本问题，但是 LDA 方法前先使用 PCA 降维，而 PCA 方法固有的缺点是在降维的同时丢失了很多帮助判别的有用信息，因此很多人开始寻找直接使用 LDA 降维的方法。

3 2DLDA方法

2DLDA 是一种直接基于二维图像矩阵的方法，分别计算二维图像的类内和类间离散度矩阵，在一定最优准则下确定最优的投影坐标系。将原始图像向坐标系投影得到人脸图像的 2DLDA 特征。

设 X 表示 n 维单位化的列向量，2DLDA 的思想是将 m×n 的图像矩阵 A 通过线性变换 Y=AX 直接投影到 X 上。于是，得到一个 m 维列向量 Y，称之为图像 A 的投影特征向量。

令训练样本为 $T=\{A_1,A_2,\cdots,A_N\}$，其中 N 为训练样本个数，模式识别数目有 C 个，假设第 i 类包含 n_i 个样本：$A_{i1},A_{i2},\cdots,A_{in_i}$，因此 $N=\sum_{i=1}^{C}n_i$，所有样本的均值为 $\overline{A}$，第 i 类样本的类内均值为 A_i，则类间散布矩阵 S_B 和类内散布矩阵分别 S_w 定义为：

$$S_B=\sum_{i=1}^{C}n_i(A_i-\overline{A})(A_i-\overline{A})^T \tag{7}$$

$$S_w=\sum_{i=1}^{C}\sum_{j=1}^{n_i}(A_{ij}-A_i)(A_{ij}-A_i)^T \tag{8}$$

根据准则函数，对 $S_W^{-1}S_B$ 进行特征值分解，最大的 d 个特征值对应的特征向量为最优投影矩阵。

对于每一幅 m×n 的图片有 $rank(A_i)=\min(m,n)$，从公式(8)可知：

$$rank(S_w)=rank\Big(\sum_{i=1}^{C}\sum_{j=1}^{n_i}(A_{ij}-A_i)(A_{ij}-A_i)^T\Big)\le(N-L)\cdot\min(m,n) \tag{9}$$

即当 $N \ge L + \dfrac{n}{\min(m,n)}$ 时，S_W 是非奇异的。而且一般情况下该条件都成立。因此 2DLDA 方法很好的解决了小样本问题。但是也存在一定的缺陷，与 LDA 相比，2DLDA 需要更多的系数才能表征一幅图像，这是 2DLDA 的一个明显的不足。

4 M2DLDA方法

本文提出的 M2DLDA 人脸识别方法主要包括以下几个步骤：预处理、图像分块、特征提取、分类识别。

① 预处理：

首先要对原始人脸图像进行预处理，主要包括几何归一化、直方图均衡化等操作，经过预处理后的人脸图像尺寸固定，有利于后面的分块。

② 图像分块

图像分块是将一个 m×n 的图像矩阵 A 分成 p×q 块子图像矩阵。即

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} A_{12} \cdots A_{1q} \\ A_{21} A_{22} \cdots A_{2q} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ A_{p1} A_{p2} \cdots A_{pq} \end{bmatrix} \tag{10}$$

其中,每个子图像矩阵 A_{kl} 是 $m_l \times n_l$ 矩阵，$pm_l = m, qn_l = n$。这里需要注意的是，图像分块有很多种，目前还没有固定的划分方法，需要通过不断实验来总结归纳出最佳的分块方法。本文采用了 2×2、4×4、6×6 三种分块方法。

③ 特征提取

经过上述步骤后，对每一个图像块，使用 2DLDA 方法分别计算图像块的类内和类间散度矩阵，在 Fisher 准则函数下确定最优的投影坐标系，即得到图像块对应的特征子空间。具体实施方法如下：

分块后子图像矩阵的类间散布矩阵为

$$S_b = \sum_{i=1}^{C} n_i (A_i - \overline{A})(A_i - \overline{A})^T \tag{11}$$

类内散布矩阵为

$$S_w = \sum_{i=1}^{C}\sum_{j=1}^{n_i}\sum_{k=1}^{p}\sum_{l=1}^{q} ((A_{ij})_{kl} - A_i)((A_{ij})_{kl} - A_i)^T \tag{12}$$

其中：$A_i = \dfrac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i}\sum_{k=1}^{p}\sum_{l=1}^{q}(A_{ij})_{kl}$ 为第 i 类训练样本所有子图像矩阵的均值，$\overline{A} = \dfrac{1}{M}\sum_{i=1}^{C}\sum_{j=1}^{n_i}\sum_{k=1}^{p}\sum_{l=1}^{q}(A_{ij})_{kl}$ 为所有训练样本子图像矩阵的均值，$M = \left(\sum_{i=1}^{C} n_i\right) pq = Npq$ 为所有训练样本子图像矩阵总数。

最优投影向量组 $u_1, u_2, \cdots, u_r$ 可取 $S_w^{-1}S_b$ 的 r 个最大特征值所对应的特征向量，设投影矩阵 U=$[u_1, u_2, \cdots, u_r]$,则训练样本：

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} (A_{ij})_{11} (A_{ij})_{12} \cdots (A_{ij})_{1q} \\ (A_{ij})_{21} (A_{ij})_{21} \cdots (A_{ij})_{2q} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ (A_{ij})_{p1} (A_{ij})_{p1} \cdots (A_{ij})_{pq} \end{bmatrix} \tag{13}$$

它的特征矩阵为

$$B_{ij} = \begin{bmatrix} U^T(A_{ij})_{11} U^T(A_{ij})_{12} \cdots U^T(A_{ij})_{1q} \\ U^T(A_{ij})_{21} U^T(A_{ij})_{21} \cdots U^T(A_{ij})_{2q} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ U^T(A_{ij})_{p1} U^T(A_{ij})_{p1} \cdots U^T(A_{ij})_{pq} \end{bmatrix} \tag{14}$$

④ 分类识别

通过 2DLDA 提取特征后，每个图像对应一个特征矩阵，对此特征矩阵，利用最小距离分类器进行分类。第 i 类训练样本的均值图像矩阵 $\overline{A}_i$ (i=1,2,···,C) 的分块图像矩阵为

$$\overline{A}_i = \begin{bmatrix} (\overline{A}_i)_{11} (\overline{A}_i)_{12} \cdots (\overline{A}_i)_{1q} \\ (\overline{A}_i)_{21} (\overline{A}_i)_{22} \cdots (\overline{A}_i)_{2q} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ (\overline{A}_i)_{p1} (\overline{A}_i)_{p2} \cdots (\overline{A}_i)_{pq} \end{bmatrix} \tag{15}$$

其特征矩阵为

$$\overline{B}_i = \begin{bmatrix} U^T(\overline{A}_i)_{11} U^T(\overline{A}_i)_{12} \cdots U^T(\overline{A}_i)_{1q} \\ U^T(\overline{A}_i)_{21} U^T(\overline{A}_i)_{21} \cdots U^T(\overline{A}_i)_{2q} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ U^T(\overline{A}_i)_{p1} U^T(\overline{A}_i)_{p1} \cdots U^T(\overline{A}_i)_{pq} \end{bmatrix} \tag{16}$$

测试样本：

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} A_{12} \cdots A_{1q} \\ A_{21} A_{22} \cdots A_{2q} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ A_{p1} A_{p2} \cdots A_{pq} \end{bmatrix} \tag{17}$$

它的特征矩阵为：

$$B=\begin{bmatrix} U^T A_{11} U^T A_{12} \cdots U^T A_{1q} \\ U^T A_{21} U^T A_{22} \cdots U^T A_{2q} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ U^T A_{p1} U^T A_{p2} \cdots U^T A_{pq} \end{bmatrix} \tag{18}$$

计算 $d(\overline{B}_i,B)=\left\|\overline{B}_i,B\right\|_F, i=1,2,\cdots,C$，其中 $\|*\|_F$ 表示矩阵的Frobenius范数。如果 $d(\overline{B}_l,B)=\min_i d(\overline{B}_i,B)$，那么 $A\in\omega_l$。

5　实验与分析

本文实验环境：Intel Pentium processor 1.86 GHz、1.25G 内存计算机上进行，Matlab 语言编程。采用的是英国剑桥大学 Olivetti 研究所制作的 ORL (Olivetti research laboratory)人脸数据库。该数据库包括 40 个不同人，每人 10 幅图像，共 400 幅。每幅原始图像为 256 个灰度级，分辨率为 112 ×92。图 1 是人脸库中某一人的 5 幅图像。图 2 是图 1 中的图像经过预处理后的 48×48 的图像。

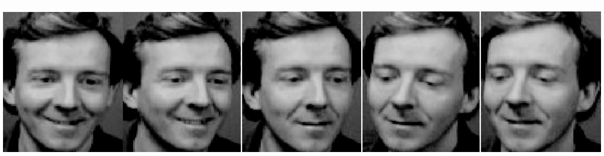

图 1　ORL 人脸库中一人的 5 幅图像

图 2　48×48 的标准图像

实验以每人的前 5 幅图像作为训练样本，后 5 幅作为测试样本，这样训练样本和测试样本的总数均为 200。对预处理后的图像分别采用了 2×2、4×4、6×6 三种分块方法，分别得到子图像的大小为 24×24、12×12、8×8。取 k 个投影轴，则所得的投影特征向量的维数分别为 24×k、12×k、8×k。采用最小距离分类器进行分类。为了便于比较，分别给出了 LDA、2DLDA、M2DLDA 的实验结果，如表 1 所示(表中的数据是各个方法在最高识别率下得出的)：

表 1　实验结果

	LDA	2DLDA	M2DLDA		
			2×2	4×4	6×6
最优投影轴数	38	8	4	3	3
鉴别特征维数	39	112×8	24×4	12×3	8×3
正确识别率	93.5	95	96	97．5	96.5
错误识别数	13	10	8	5	7
特征抽取时间	18.23	0.62	0.74	0.91	1.30

表 1 中的数据表明：M2DLDA 方法在采用 4×4 分块方法进行分块时的正确识别率最高，在 2×2 和 6×6 分块时正确识别率比 2DLDA 略高。在特征提取时间方面，M2DLDA 和 2DLDA 方法的用时比 LDA 少很多，这是因为在二维情况下我们需要处理的矩阵的维数比一维情况下小很多。从表中我们还可以看到，M2DLDA 方法抽取的特征数据的维数(取决于分块的大小)明显低于 2DLDA 方法抽取的特征数据的维数。这也缓解了直接用2DLDA抽取出的特征数据维数过高问题。总的来说，M2DLDA 方法识别性能优于 LDA 和 2DLDA，其原因是：通过对图像进行分块，再对每一子块利用 2DLDA 方法抽取得到图像的局部特征，这些局部特征与直接将2DLDA方法用于原始图像抽取的全局特征相比，更具有鉴别性，更能反映图像的差异。

6　结论

本文提出了一种基于图像分块的二维线性鉴别分析(M2DLDA)的人脸识别方法，该方法是对 2DLDA 方法的改进和推广。与 2DLDA 方法相比，它的突出优点是通过分块能抽取到图像的局部特征，这些局部特征更好地体现了图像间的差异性，有利于分类；降低了 2DLDA 方法提取的特征矩阵的维数；直接利用人脸图像的子图像矩阵进行特征提取，无需将子图像转化为向量，因而降低了复杂度，有利于加快特征提取速度。然而，在实验中发现，该方法在不同分块下，得出的识别性能有所不同，如何找到最佳分块来获得最佳的识别性能需要进一步研究。

(下转第 73 页)

(上接第 84 页)

参考文献

1 Swets D L， Weng J Y.Using discriminant eigenfeatures for image retrieval. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1996,18(8):831－836.

2 Belhumeur PN, Hespanha JP, Kriegman DJ.Eigenfaces vs Fisherface: Recognition using class special linear projection. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997,19(7):711－720.

3 Liu CJ, Wechsler H. Enhanced fisher linear discriminant models for face recognition. Proceedings of International Conference Pattern Recognition , Austria: Brisbane, 1998.

4 Yu H, Yang J. A direct LDA algorithm for high-dimensional data with application to face recognition. Pattern Recognition, 2001,34(10):2067－2070.

5 Chen LF, Liao HM, Lin JC, et al. A new LDA-based face recognition system which can solve the small sample size problem. Pattern Recognition, 2000, 33(10):1713－1726.

6 Hong ZQ, Yang JY. Optimal discriminant plane for a small number of samples and design method of classifier on the plane. Pattern Recognition, 1991,24 (4):317－324.

7 Jin Z, Yang JY, Hu ZS, et al. Face recognition based on the uncorrelated discriminant transformation. Pattern Recognition, 2001,34(7):1405－1416.

8 Yang J, Tuo QH, Yang JY. Fast Foley-Sammon transform and face identification. Chinese Journal of Image and Graphics, 2002,7 (1):1－5.

9 Tian Q. Image classification by the Foley-Sammon transform . Optical Engineering, 1986,25(7):834－839.

10 Ming, Baozong Yua. 2D-LDA:A statistical linear discriminant analysis for image matrix. Pattern Recognition Letters, 2005,26(5):527－532.