基于多传感器的运动姿态测量算法

汪 俊^{1,2}, 许胜强^{1,2}, 程 楠², 游永豪³, 张 弦⁴, 唐 正², 杨先军²

¹(中国科学技术大学 自动化系, 合肥 230026) ²(中国科学院 合肥智能机械研究所, 合肥 230031) ³(合肥师范学院, 合肥 230601) ⁴(安徽省食品药品审评认证中心, 合肥 230051)

摘 要: 在基于 MEMS 传感技术的运动姿态测量中, 陀螺仪信号的漂移和载体线性加速度与重力加速度的叠加 是影响测量结果准确性的主要原因, 实践中一般采用静态补偿和滤波技术减小测量误差. 基于自主研发的惯性 测量单元, 设计了一种新型两级扩展卡尔曼滤波器: 基于四元数的运动姿态测量模型, 首先构造自适应加速度误 差协方差矩阵, 消除载体线性加速度, 再采用多传感器融合技术进行数据融合, 修正陀螺仪信号漂移产生的误差. 实验表明, 本文算法结果与业界认可的动作捕捉系统 Xsens 的测量结果一致, 可有效满足应用需求. 关键词: 运动姿态测量; 扩展卡尔曼滤波; 自适应; 四元数

Orientation Estimation Algorithm for Motion Based on Multi-Sensor

WANG Jun^{1,2}, XU Sheng-Qiang^{1,2}, CHENG Nan², YOU Yong-Hao³, ZHANG Xian⁴, TANG Zheng², YANG Xian-Jun²

¹(Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

²(Institute of Intelligent Machines, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

³(Hefei Normal University, Hefei 230601, China)

⁴(Anhui Center for Food and Drug Evaluation & Certification, Hefei 230051, China)

Abstract: In the motion orientation estimation based on MEMS sensor technology, gyroscope signal drift error and gravity superimposed with linear acceleration are the two major reasons affecting the accuracy of estimation. In practice, static compensation and filter technology are commonly used to reduce the orientation estimation error. This paper designs a novel double stage extend Kalman Filter performed on self-developed inertial measurement unit. Above all, we construct adaptive acceleration error covariance matrix to eliminate the linear acceleration in quaternion-based orientation estimation model. Then, in order to correct the drift error produced by gyroscope, the multi-sensor data fusion technology is adopted to fuse the data. Experiment result indicates that the performance of our algorithm is in accordance with the motion capture system Xsens approbated widely. It proves that the algorithm can meet the application requirements effectively.

Key words: motion orientation estimation; extend Kalman Filter; adaptive; quaternion

动作捕捉系统是人体运动信息数字化的主要工具, 在虚拟现实、人机交互游戏、动漫制作、电影特效、 医疗康复、运动体育等领域有着广泛的应用^[1-4]. 姿态 测量是人体运动捕捉过程中重要的基础环节,常用的 方法包括基于光学式和惯性式等. 基于光学式的测量 方法^[5]虽然精确度很高,但是其计算相当复杂,对应 用环境要求十分苛刻.随着 MEMS (Micro Electro Mechanical System)技术的快速发展,如今基于 MEMS 惯性传感器方法的测量系统^[6,7]已经被广泛应用于人 体运动捕捉测量领域中,常用的惯性传感器包括加速

基金项目:安徽省2015年度自然科学基金;国家科技支撑计划(2013BAH14F01) 收稿时间:2015-01-09;收到修改稿时间:2015-03-04

度计、陀螺仪和磁强计.其中,陀螺仪具有动态响应 好、短时间内测量精度高的优点,但漂移误差大;加速 度计和磁强计没有时漂,但动态测量时,存在信号叠 加.

文献[8]提出了一种基于陀螺仪和加速度计的姿态 测量算法. 文献[9]中利用对加速度计、磁强计采用高 斯牛顿迭代法计算姿态,再与陀螺仪信号进行扩展卡 尔曼滤波. 与文献[9]不同的是文献[10]采用梯度下降 法代替高斯牛顿迭代法. 文献[11]中采用加速度计和 磁强计分别对陀螺仪计算的四元数做修正. 这些算法 对于姿态测量均取得一定的效果. 但是在实时运动姿 态测量中,上述方法分别存在偏航角误差无法消除、 计算比较复杂、稳定性差及线性加速度叠加等不足, 其中文献[9]的测量结果更优,本文选为实验对照.

本文利用自主设计的惯性测量单元(由加速度计、 陀螺仪和磁强计组成,固定在人体肢体节段上)同步获 取肢体上加速度、角速度和磁场强度信号,建立运动 姿态测量模型,设计了一种基于四元数的、具有加速 度误差自适应补偿功能的两级扩展卡尔曼滤波算法, 有效降低了连续运动过程中陀螺仪时漂和惯性测量单 元载体线性加速度对姿态测量结果的影响,提高了姿 态测量精度,并进行了实验验证.

1 惯性系统的姿态描述

为了方便描述惯性测量单元在空间的姿态信息, 需要建立相应的坐标系. 传感器原始信息坐标系称作 载体坐标系 s, 姿态信息需要在导航坐标系 n 中描述, 从 s 系转到 n 系由姿态转换矩阵*T*^s 来完成.

两个坐标系的定义如图1所示.



欧拉角(俯仰角^{*φ*}、翻滚角^{*θ*}、偏航角^{*ψ*})是表示姿态的一种方法. 基于欧拉角的姿态转换矩阵如下:

$$T_n^s = \begin{bmatrix} c_{\psi}c_{\varphi} & s_{\psi}c_{\varphi} & -s_{\varphi} \\ c_{\psi}s_{\varphi}s_{\theta} - s_{\psi}c_{\theta} & s_{\psi}s_{\varphi}s_{\theta} + c_{\psi}c_{\theta} & c_{\varphi}s_{\theta} \\ c_{\psi}s_{\varphi}c_{\theta} + s_{\psi}s_{\theta} & s_{\psi}s_{\varphi}c_{\theta} - c_{\psi}s_{\theta} & c_{\varphi}c_{\theta} \end{bmatrix}$$
(1)

其中c表示 cos 函数, s表示 sin 函数.

在惯性测量系统中,常用四元数^[12]方法来描述和 计算姿态,可简化计算、避免出现奇异角^[13].设旋转四 元数为*q*,其表示形式如下:

$$q = q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k \tag{2}$$

根据四元数构造原理, 欧拉角与四元数的对应关系为:

$$\begin{bmatrix} \varphi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctan 2(2^*(q_0q_1 + q_2q_3), 1 - 2^*(q_1^2 + q_2^2)) \\ \arcsin(2(q_0q_2 - q_3q_1)) \\ \arctan 2(2^*(q_0q_3 + q_1q_2), 1 - 2^*(q_2^2 + q_3^2)) \end{bmatrix}$$
(3)

由上可得基于四元数的姿态转换矩阵:

$$T_{n}^{s}(q) = \begin{bmatrix} q_{0}^{2} + q_{1}^{2} - q_{2}^{2} - q_{3}^{2} & 2(q_{1}q_{2} + q_{0}q_{3}) & 2(q_{1}q_{3} - q_{0}q_{2}) \\ 2(q_{1}q_{2} - q_{0}q_{3}) & q_{0}^{2} - q_{1}^{2} + q_{2}^{2} - q_{3}^{2} & 2(q_{2}q_{3} + q_{0}q_{1}) \\ 2(q_{1}q_{3} + q_{0}q_{2}) & 2(q_{2}q_{3} - q_{0}q_{1}) & q_{0}^{2} - q_{1}^{2} - q_{2}^{2} - q_{3}^{2} \end{bmatrix}$$

$$(4)$$

2 惯性系统姿态测量原理与模型

惯性系统的姿态解算,其实质就是计算旋转四元数,根据捷联惯性导航理论^[14],旋转四元数可以通过 其微分方程来求解:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{2}\omega_{ns}^{s} \otimes q \tag{5}$$

其中 \otimes 表示四元数乘法^[15], ω_{ns}^{s} 表示三轴陀螺仪实时角速度.

在时间间隔 Δ*t* 内实现对姿态四元数 *q* 实现更新, 可建立离散时间模型:

$$q_{(k+1)} = \exp(\omega \Delta t) * q_{(k)}, k = 0, 1, 2...$$
(6)

其中 ω 是陀螺仪角速度,在采样周期 Δt 内是不变.

本文采用自主研发的惯性测量单元,建立如下系 统模型:

$$\begin{cases} q_{(k+1)} = A_{(k+1)}q_{(k)} + B_{(k+1)}V_{(k+1)} \\ a_{(k+1)} = H_1q_{(k+1)} + b_{(k+1)} + W_{1(k+1)} \\ m_{(k+1)} = H_2q_{(k+1)} + W_{2(k+1)} \end{cases}$$
(7)

其中状态矢量 $q_{(k)}$ 表示 k 时刻旋转四元数, $A_{(k+1)}$ 表示 k+1 时刻状态转移矩阵, $a_{(k+1)}$ 是 k+1 时刻加速度计

Software Technique • Algorithm 软件技术 • 算法 135

测量矢量, H_1 是系统观测矩阵, $b_{(k+1)}$ 是 k+1 时刻偏 移误差矩阵, $m_{(k+1)}$ 是 k+1 时刻磁强计测量矢量, H_2 是磁强计系统观测矩阵, $V_{(k+1)}$ 、 $W_{1(k+1)}$ 、 $W_{2(k+1)}$ 分 别是 k+1 时刻陀螺仪、加速度计、磁强计的测量噪声 矩阵, 测量噪声可描述为高斯白噪声(均值为零方差分 别为 $\sigma_{\omega}^2 I$ 、 $\sigma_a^2 I$ 、 $\sigma_m^2 I$).

3 姿态测量算法设计与实现

3.1 具有加速度误差自适应补偿功能的两级扩展卡尔 曼滤波模型

卡尔曼滤波^[16]基本理论只适用于状态方程和观测 方程均为线性的随机线性高斯系统,实际系统是非线 性的,需要引入扩展卡尔曼滤波器^[17]:采用近似手段 给出非线性估计,系统方程如下:

$$\begin{cases} q_{(k+1)} = f(q_{(k)}, \omega_k) + V_k \\ y = h(q_{(k)}) + W_k \end{cases}$$
(8)

其中 $q_{(k+1)}$ 表示系统状态量, y表示观测量, f 和 h是非线性函数, V_k 是过程噪声, W_k 是观测噪声.

通过陀螺仪和四元数微分方程建立系统时间转移 方程:

$$\bar{q}_{(k+1)} = A_{(k+1)}q_{(k)} + B_{(k+1)}V_{(k+1)}$$
(9)

其中 $q_{(k+1)}$ 表示 k+1 时刻陀螺仪时间更新先验估计四元数,由(6)式模型可以展开得到:

$$\bar{q}_{(k+1)} = \left(\frac{1}{2}\Omega^* \Delta t + I\right)^* q_{(k)}$$
(10)

其中 Δt 为姿态更新间隔时间, Ω 值为:

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{pmatrix}$$
(11)

其中 ω_x 、 ω_y 、 ω_z 分别表示 s 系中真实角速度值,又 陀螺仪存在测量误差 $\delta = [\delta_x, \delta_y, \delta_z]^T$,其与测量角 速度之间的关系如下:

$$\hat{\omega} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_x, \hat{\omega}_y, \hat{\omega}_z \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \omega_x - \delta_x, \omega_y - \delta_y, \omega_z - \delta_z \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

通过(9)、(10)、(12),可以得到状态转移矩阵:

$$A_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & -\hat{\omega}_x \frac{\Delta t}{2} & -\hat{\omega}_y \frac{\Delta t}{2} & -\hat{\omega}_z \frac{\Delta t}{2} \\ \hat{\omega}_x \frac{\Delta t}{2} & 1 & \hat{\omega}_z \frac{\Delta t}{2} & -\hat{\omega}_y \frac{\Delta t}{2} \\ \hat{\omega}_y \frac{\Delta t}{2} & -\hat{\omega}_z \frac{\Delta t}{2} & 1 & \hat{\omega}_x \frac{\Delta t}{2} \\ \hat{\omega}_z \frac{\Delta t}{2} & \hat{\omega}_y \frac{\Delta t}{2} & -\hat{\omega}_x \frac{\Delta t}{2} & 1 \end{bmatrix}$$
(13)

在建立的两级滤波器通过观测量对状态量求雅可 比矩阵 $\frac{\partial h(q_{(k)})}{\partial q_{(k)}}$,其中在第一级滤波器中通过 s 系和

n 系之间的转换关系得到:

$$h_1(q_{(k)}) = T_n^s * \begin{bmatrix} 0\\0\\g \end{bmatrix}$$
(14)

进而求得第一级滤波器的观测矩阵:

$$H_{1} = \frac{\partial h_{1}(q_{(k)})}{\partial q_{(k)}} = \begin{pmatrix} -2q_{2(k)} & 2q_{3(k)} & -2q_{0(k)} & 2q_{1(k)} \\ 2q_{1(k)} & 2q_{0(k)} & 2q_{3(k)} & 2q_{2(k)} \\ 2q_{0(k)} & -2q_{1(k)} & -2q_{2(k)} & 2q_{3(k)} \end{pmatrix}$$
(15)

同理在第二级滤波器中可以求得观测矩阵:

$$H_{2} = \frac{\partial h_{2}(q_{(k)})}{\partial q_{(k)}} = \begin{pmatrix} 2q_{3(k)} & 2q_{2(k)} & 2q_{1(k)} & 2q_{0(k)} \\ 2q_{0(k)} & -2q_{1(k)} & -2q_{2(k)} & -2q_{3(k)} \\ -2q_{1(k)} & -2q_{0(k)} & 2q_{3(k)} & 2q_{2(k)} \end{pmatrix} (16)$$

运动姿态测量中,由于误差和重力加速度估计值 随目标加速度变大而变大,使滤波器产生基线漂移, 本文构造加速度误差协方差算子:

$$R_{1(k+1)} = k_a \left(\left\| a_{(k+1)} \right\| - g \right) * I_{4*4}$$
(17)

其中 $R_{I(k+1)}$ 表示 k + 1 时刻加速度计的协方差矩阵, k_a 表示权重因子, $\|a_{(k+1)}\|$ 表示 k + 1 时刻的加速度测 量矢量的 2 范数, g 为重力加速度值, I_{4*4} 表示 4×4 的单位矩阵. 当载体线性运动加速度增大的时候, $k_a(\|a_{(k+1)}\| - g)$ 也会变大, 根据卡尔曼滤波器理论中 修正状态量的公式:

$$q_{(k+1)} = \bar{q}_{(k+1)} + K_{(k+1)}(y - y)$$
(18)

在第一级中 y 表示观测量加速度, y 表示更新得 到的先验估计量, 又卡尔曼增益与误差协方差关系为: $K_{l(k+1)} = P_{(k+1)}^{-} H_{l(k+1)}^{T} (H_{l(k+1)} P_{(k+1)}^{-} H_{l(k+1)}^{T} + R_{l(k+1)})^{-1}$ (19) 当线性运动加速度增大时,由(18)、(19)可知,通过构造的误差协方差算子可以使修正量 || K_(k+1)(y - ŷ) || 减小,从而减小由于线性运加速度带来的误差,实现加速度误差自适应补偿.

两级扩展卡尔曼滤波模型通过陀螺仪来进行状态 更新,并分别使用加速度计和磁强计做两级的滤波观 测修正,其中第一级通过加速度计来修正翻滚角和俯 仰角,第二级通过磁强计修正偏航角,相对于常用的 一级扩展卡尔曼滤波融合方法,其降低了转移矩阵的 维度,减小了计算量,缩短了计算时间,提高了计算 效率.两级滤波算法模型如下所示:



图 2 自适应两级滤波算法

3.2 两级扩展卡尔曼滤波模型计算过程

扩展卡尔曼滤波器是一种计算状态 q 最优估计的 迭代算法,利用多个测量数据信息来估计出系统误差 并进行有效校正,扩展卡尔曼滤波器可以权衡陀螺仪 漂移和加速度计、磁强计干扰之间的误差值.以下主 要从陀螺仪时间更新、第一级扩展卡尔曼滤波器进行 观测更新、第二级扩展卡尔曼滤波器实现观测更新等 方面来进行描述.计算算法如下图所示:

① 陀螺仪时间更新

根据卡尔曼滤波器原理和捷联惯性导航理论,将 四元数 $q = [q_0, q_1, q_2, q_3]^T$ 的四个参数作为状态变量, 更新 $q_{(k+1)}^-$ 的值,根据卡尔曼理论需要计算系统过程 先验误差协方差.

② 第一级滤波器观测更新

采用加速度计建立第一级滤波器对 $q_{(k+1)}^-$ 进行修 正,并构造误差协方差算子 $R_{(k+1)}$,计算第一级卡尔 曼增益,由于第一级中加速度计主要修正翻滚角和俯 仰角,根据四元数和欧拉角的关系可以知道,只需要 修正 $q_{(k+1)}$ 中的 $q_0 \ q_1 \ q_2$ 的值,修正过程如下:

 ${}^{1}q_{(k+1)} = q_{(k+1)} + K_{1(k+1)}(a_{(k+1)} - H_{1(k+1)}q_{(k)})$ (20) 其中将 $q_{(k)}$ 中 q_{3} 置 0, ${}^{1}q_{(k+1)}$ 表示 k+1 时刻第一级滤 波修正结果, 并更新第一级后验误差均方差.

③ 第二级滤波器观测更新

在磁强计参与修正的第二级滤波器中,根据四元数 和姿态角之间的关系,可以知道只需要修改 q_0 和 q_3 , 所以在修正¹ $q_{(k+1)}$ 的时候需要将 $q_{(k)}$ 中 q_1 和 q_2 置0计 算,修正状态量,并更新系统过程后验误差协方差.



图 3 两级扩展卡尔曼算法

4 实验与结果分析

本文所述的惯性测量单元采样频率为 100Hz, 同步采集三轴加速度计、三轴陀螺仪和三轴磁强计信号, 如图 4 所示.



图 4 惯性测量单元

Software Technique • Algorithm 软件技术 • 算法 137

本文将利用设计的滤波器对原始数据进行处理, 并进行姿态融合,其中软件滤波器部分采用 matlab 进 行矩阵计算处理,并使用 C++完成软件接口程序.

4.1 实验设计

为了验证本文算法的有效性,设计了如下两组实 验:

第一组,单轴旋转实验,将惯性测量单元水平固定 在单轴旋转台上,其中传感器 Z 轴朝天,分别以 50 度每 秒的转速匀速转动 15 秒,再接着加速到 110 度每秒的匀 速转速转动 15 秒,再减速到静止,记录传感器测量的加 速度、角速度、磁场强度数据,并进行离线解析.

第二组,人体运动实验,将自主研发的惯性测量 单元和 Xsens^[18]惯性测量单元同时绑在实验者左手离 腕关节 3cm 处的前臂上,并进行校准到同一状态,实 验者前臂在空中快速挥舞 1 分钟,代表人体剧烈运动 下的状态,并重复进行 8 次挥舞实验,同时记录实验 数据,离线解析.

4.2 实验结果与分析

① 第一组实验结果分析

为了直观的表示结果,以下采用欧拉角来表示姿态参数:



138 软件技术 · 算法 Software Technique · Algorithm



图 5 表示无滤波器时计算的姿态角,只用陀螺仪、加速度和磁强计融合计算输出结果,图 6 采用本文中的算法融合后的结果.从图 5 中可以看出随着转速增大,载体线性加速度对翻滚角、俯仰角、偏航角计算的影响变大,由于传感器水平放置,其中俯仰角和翻滚角在整个过程中应该为零,从图 6 中可以看出测量过程中惯性测量单元的俯仰角和翻滚角是一直保持值为零,其中偏航角在旋转过程中在 0-360 度之间进行变化,在第 15 秒到 30 秒比前 15 秒角度变化要快,并且偏航角是有规律的变化,通过比较图 5 和图 6 可以清晰看出本文算法有效的消除了线性运动加速度对融合姿态的影响.

② 第二组实验结果分析

-11



表1	两种算法的姿态角 R	MSE(单位为度)
100 1		

	AKF 算法 RMSE		DKF 算法 RMSE			
	Roll	Pitch	Yaw	Roll	Pitch	Yaw
1	0.86	0.43	1.55	4.11	6.23	7.44
2	0.72	0.46	1.39	4.53	7.34	8.55
3	0.91	0.59	1.48	5.12	6.72	6.59
4	0.52	0.66	1.49	4.86	6.91	8.44
5	0.36	0.41	1.31	5.61	7.13	9.15
6	1.33	0.86	2.62	8.39	9.32	10.5
7	1.46	0.74	2.36	10.8	9.45	11.7
8	1.25	0.97	2.14	9.96	11.3	10.2

第二组实验所进行的 8 次挥舞运动实验主要来模 拟在剧烈运动下前手臂状态,并以商业动作捕捉系统 Xsens测得结果作为参考标准,图 7 显示了第二组实验 中一次代表数据的几种算法融合结果对比,其中 AKF 指本文算法结果,DKF 指文献[11]中算法结果,Xsens 指商业动作捕捉系统实测结果.图 7 中可以看出,本 文算法结果比文献[11]中算法结果更接近 Xsens 融合 结果.

基于第二组 8 次挥舞运动实验数据, 表 1 中列出 了 8 次数据分别采用两种不同融合算法计算载体翻滚 角、俯仰角和偏航角的均方根误差(root-mean-square error,RMSE)的比较, 其中以 Xsens 实测结果作为真值 参考标准, 表 1 中本文提出的算法在运动姿态测量中 计算的 RMSE 值比文献[11]中算法计算的 RMSE 值要 小, 可以看出本文算法取得更好性能.

5 结语

本文利用加速度、角速度和磁场强度信号,建立 运动姿态测量模型,构造加速度误差协方差算子,设 计了一种具有加速度误差自适应补偿功能的两级扩展 卡尔曼滤波算法,有效降低了连续运动过程中陀螺仪 时漂和惯性测量单元载体线性加速度对姿态测量结果 的影响,实现了连续运动过程中姿态参数的准确测量, 实验表明,该算法提高了运动姿态测量精度,成功应 用于体育科研中的舞蹈姿态分析系统.

本文应用环境假设没有磁场干扰,如何能在磁场 干扰环境下提高运动姿态测量精度,这将是笔者下一 步的研究重点.

参考文献

- Moeslund TB, Granum E. A survey of computer vision-based human motion capture. Computer Vision and Image Understanding, 2001, 81(3): 231–268.
- 2 Vlasic D, Adelsberger R, Vannucci G, et al. Practical motion capture in everyday surroundings. ACM Trans. on Graphics (TOG), 2007, 26(3): 35.
- 3 Chan JCP, Leung H, Tang JKT, et al. A virtual reality dance training system using motion capture technology. IEEE Trans. on Learning Technologies, 2011, 4(2): 187–195.
- 4 Mirabella O, Raucea A, Fisichella F, et al. A motion capture system for sport training and rehabilitation. 2011 4th

International Conference on Human System Interactions (HSI). IEEE. 2011. 52–59.

- 5 Kurihara K, Hoshino S, Yamane K, et al. Optical motion capture system with pan-tilt camera tracking and realtime data processing. ICRA. 2002. 1241–1248.
- 6 Lee J, Ha I. Real-time motion capture for a human body using accelerometers. Robotica, 2001, 19(6): 601–610.
- 7 Abbate N, Basile A, Brigante C, et al. Development of a MEMS based wearable motion capture system. 2009 2nd Conference on Human System Interactions. IEEE. 2009. 255–259.
- 8 Rehbinder H, Hu X. Drift-free attitude estimation for accelerated rigid bodies. Automatica, 2004, 40(4): 653–659.
- 9 Yun X, Lizarraga M, Bachmann ER, et al. An improved quaternion-based Kalman filter for real-time tracking of rigid body orientation. 2003 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE. 2003, 2. 1074 -1079.
- 10 Madgwick SOH, Harrison AJL, Vaidyanathan R. Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm.Rehabilitation 2011 IEEE International Conference on Robotics (ICORR). IEEE. 2011. 1–7.
- 11 Sabatelli S, Galgani M, Fanucci L, et al. A double-stage Kalman filter for orientation tracking with an integrated processor in 9-D IMU. IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, 2013, 62(3): 590–598.
- 12 Kuipers JB. Quaternions and rotation sequences. Princeton: Princeton University Press, 1999.
- 13 Hoag D. Apollo guidance and Navigation: Considerations of apollo imu gimbal lock. Canbridge: MIT Instrumentation Laboratory, 1963: 1–64.
- 14 Farrell J, Barth M. The global positioning system and inertial navigation. New York: McGraw-Hill, 1999.
- 15 De Groote HF. On the complexity of quaternion multiplication. Information Processing Letters, 1975, 3(6): 177–179.
- 16 Welch G, Bishop G. An introduction to the Kalman filter. 1995.
- 17 Kalman filtering and neural networks. New York: Wiley, 2001.
- 18 Roetenberg D, Luinge H, Slycke P. Xsens MVN: full 6DOF human motion tracking using miniature inertial sensors [Tech. Rep]. Xsens Motion Technologies BV, 2009.

Software Technique • Algorithm 软件技术 • 算法 139